

ORTAOKUL
VE
İMAM HATİP ORTAOKULU

MATEMATİK

8

DERS KİTABI

YAZARLAR

Dr. Özal ÇETİN

Umut AKSAKAL

Ömran ERTÜRK

Gürkan ŞAY

İpek TİĞLİ



DEVLET KİTAPLARI

BİRİNCİ BASKI

....., 2019

Her hakkı saklıdır ve Millî Eğitim Bakanlığına aittir. Kitabın metin, soru ve şekilleri kısmen de olsa hiçbir surette alınıp yayımlanamaz.

Editör

Dr. Özal ÇETİN

Program Geliştirme Uzmanı

İlknur İZGİ İPEKEL

Dil Uzmanı

Sevda TAŞPINAR

Ölçme ve Değerlendirme Uzmanı

Fatma YILMAZ

Rehberlik Uzmanı

Mehmet Tuğrul KARA

Görsel Tasarım

Ferhat BAYIK

Gülseren KARATAŞ

Utku Çavuş KIZIL

Neslihan KIZILKAYA

Nebi PALANCI

ISBN 978-975-11-4900-8

Millî Eğitim Bakanlığı, Talim ve Terbiye Kurulunun 18.04.2019 gün ve 8 sayılı kararı ile ders kitabı olarak kabul edilmiş, Destek Hizmetleri Genel Müdürlüğü'nün 28.05.2019 gün ve 10444088 sayılı yazısı ile birinci defa 133.347 adet basılmıştır.



İSTİKLÂL MARŞI

Korkma, sönmez bu şafaklarda yüzen al sancak;
Sönmeden yurdumun üstünde tüten en son ocak.
O benim milletimin yıldızıdır, parlayacak;
O benimdir, o benim milletimindir ancak.

Çatma, kurban olayım, çehreni ey nazlı hilâl!
Kahraman ırkıma bir gül! Ne bu şiddet, bu celâl?
Sana olmaz dökülen kanlarımız sonra helâl,
Hakkıdır Hakk'a tapan milletimin istiklâl.

Ben ezelden beridir hür yaşadım, hür yaşarım.
Hangi çılgın bana zincir vuracakmış? Şaşarım!
Kükremiş sel gibiyim, bendimi çiğner, aşarım.
Yırtarım dağları, enginlere sığmam, taşarım.

Garbın âfâkını sarmışsa çelik zırhlı duvar,
Benim iman dolu göğsüm gibi serhaddim var.
Ulusum, korkma! Nasıl böyle bir imanı boğar,
Medeniyet dediğin tek dişi kalmış canavar?

Arkadaş, yurduma alçakları uğratma sakın;
Siper et gövdeni, dursun bu hayâsızca akın.
Doğacaktır sana va'dettiği günler Hakk'ın;
Kim bilir, belki yarın, belki yarından da yakın.

Bastığın yerleri toprak diyerek geçme, tanı:
Düşün altındaki binlerce kefensiz yatanı.
Sen şehit oğlusun, incitme, yazıktır, atanı:
Verme, dünyaları alsan da bu cennet vatanı.

Kim bu cennet vatanın uğruna olmaz ki feda?
Şüheda fışkıracak toprağı sıksan, şüheda!
Cânı, cânânı, bütün varımı alsan da Huda,
Etmesin tek vatanından beni dünyada cüda.

Ruhumun senden İlahî, şudur ancak emeli:
Değmesin mabedimin göğsüne namahrem eli.
Bu ezanlar -ki şehadetleri dinin temeli-
Ebedî yurdumun üstünde benim inlemeli.

O zaman vecd ile bin secde eder -varsa- taşım,
Her cerihamdan İlahî, boşanıp kanlı yaşım,
Fışkırır ruh-ı mücerret gibi yerden na'sım:
O zaman yükselerek arşa değer belki başım.

Dalgalar sen de şafaklar gibi ey şanlı hilâl!
Olsun artık dökülen kanlarımın hepsi helâl.
Ebediyyen sana yok, ırkıma yok izmihlâl;
Hakkıdır hür yaşamış bayrağımın hürriyyet;
Hakkıdır Hakk'a tapan milletimin istiklâl!

Mehmet Âkif Ersoy

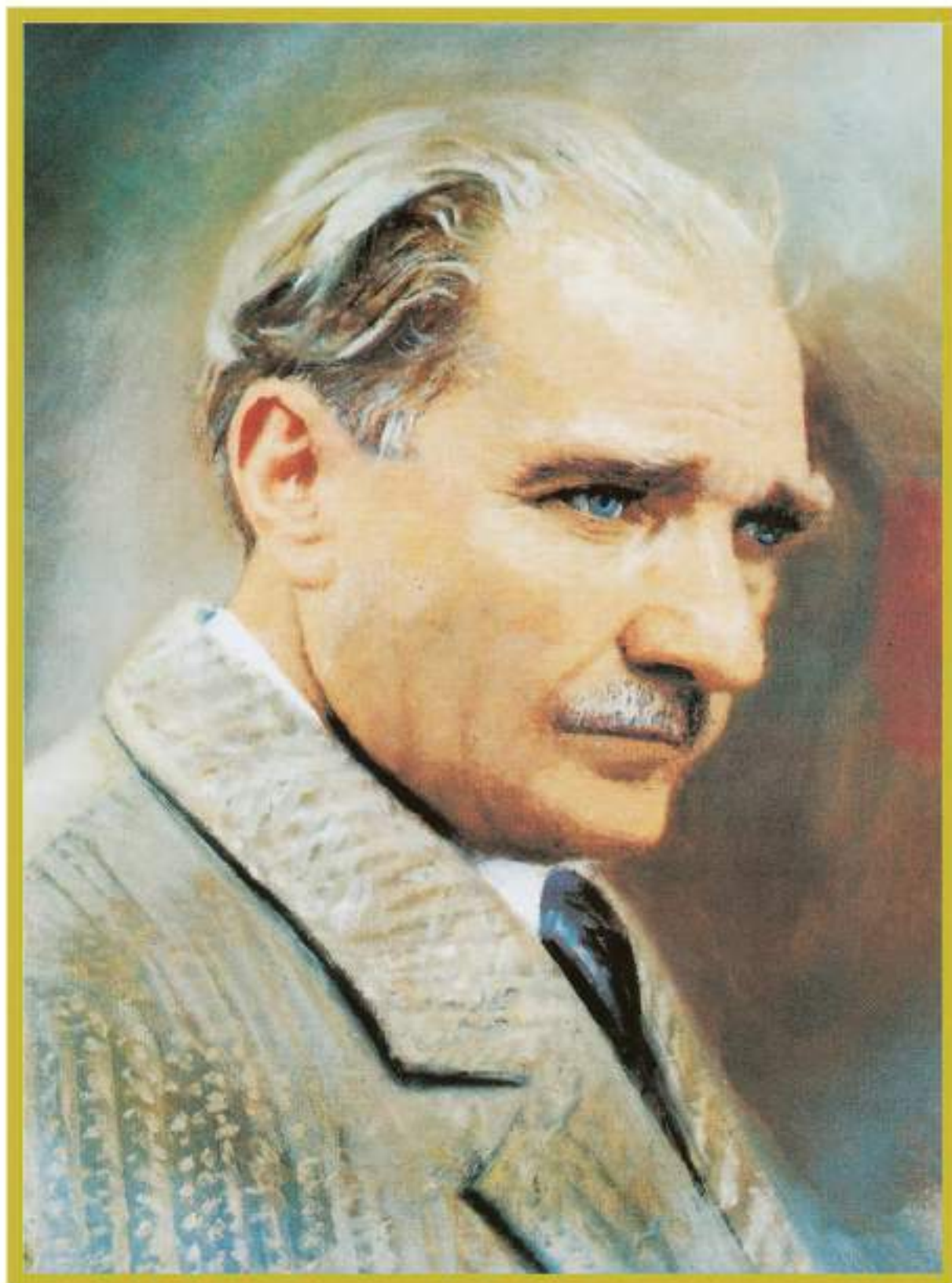
GENÇLİĞE HİTABE

Ey Türk gençliği! Birinci vazifen, Türk istiklâlini, Türk Cumhuriyetini, ilelebet muhafaza ve müdafaa etmektir.

Mevcudiyetinin ve istikbalinin yegâne temeli budur. Bu temel, senin en kıymetli hazinendir. İstikbalde dahi, seni bu hazineden mahrum etmek isteyecek dâhilî ve hâricî bedhahların olacaktır. Bir gün, istiklâl ve cumhuriyeti müdafaa mecburiyetine düşersen, vazifeye atılmak için, içinde bulunacağın vaziyetin imkân ve şeraitini düşünmeyeceksin! Bu imkân ve şerait, çok namüsaît bir mahiyette tezahür edebilir. İstiklâl ve cumhuriyetine kastedecek düşmanlar, bütün dünyada emsali görülmemiş bir galibiyetin mümessili olabilirler. Cebren ve hile ile aziz vatanın bütün kaleleri zapt edilmiş, bütün tersanelerine girilmiş, bütün orduları dağıtılmış ve memleketin her köşesi bilfiil işgal edilmiş olabilir. Bütün bu şeraitten daha elîm ve daha vahim olmak üzere, memleketin dâhilinde iktidara sahip olanlar gaflet ve dalâlet ve hattâ hıyanet içinde bulunabilirler. Hattâ bu iktidar sahipleri şahsî menfaatlerini, müstevlîlerin siyasî emelleriyle tevhit edebilirler. Millet, fakr u zaruret içinde harap ve bîtap düşmüş olabilir.

Ey Türk istikbalinin evlâdı! İşte, bu ahval ve şerait içinde dahi vazifen, Türk istiklâl ve cumhuriyetini kurtarmaktır. Muhtaç olduğun kudret, damarlarındaki asil kanda mevcuttur.

Mustafa Kemal Atatürk



MUSTAFA KEMAL ATATÜRK

İÇİNDEKİLER



1. ÜNİTE

1. Bölüm: Çarpanlar ve Katlar

| | |
|---|----|
| Pozitif Tam Sayıların Pozitif Tam Sayı Çarpanları | 14 |
| En Küçük Ortak Kat (EKOK) | 19 |
| En Büyük Ortak Bölen (EBOB) | 25 |

2. Bölüm: Üslü İfadeler

| | |
|--|----|
| Üslü İfadelerde İşlemler | 32 |
| Sayıları 10^n 'un Farklı Tam Sayı Kuvvetleri ile İfade Etme ve Çözümleme | 43 |
| Bilimsel Gösterim | 49 |

1. ÜNİTE DEĞERLENDİRME SORULARI

53

EĞLENELİM-ÖĞRENELİM

55



2. ÜNİTE

1. Bölüm: Kareköklü İfadeler

| | |
|--|----|
| Tam Kare Pozitif Tam Sayıların Karekökünü Bulma | 58 |
| Tam Kare Olmayan Kareköklü Bir Sayının Hangi İki Doğal Sayı Arasında Olduğunu Belirleme | 62 |
| Kareköklü Bir İfadeyi $a\sqrt{b}$ Şeklinde Yazma ve Karekök Dışına Çıkarılmış Katsayıyı Karekök İçine Alma | 65 |
| Kareköklü İfadelerde Çarpma ve Bölme İşlemi | 68 |
| Kareköklü İfadelerde Toplama ve Çıkarma İşlemi | 73 |
| Ondalık İfadelerin Kareköklerini Belirleme | 77 |
| Gerçek Sayılar | 81 |

2. Bölüm: Veri Analizi

| | |
|---|----|
| Verileri Uygun Grafikle Gösterme ve Yorumlama | 85 |
|---|----|

2. ÜNİTE DEĞERLENDİRME SORULARI

96

EĞLENELİM-ÖĞRENELİM

99

İÇİNDEKİLER



3. ÜNİTE

1. Bölüm: Basit Olayların Olma Olasılığı

Bir Olaya Ait Olası Durumları Belirleme ve Karşılaştırma 102

Bir Olayın Olma Olasılığı 106

2. Bölüm: Cebirsel İfadeler ve Özdeşlikler

Basit Cebirsel İfadeleri Farklı Biçimlerde Yazma 116

Cebirsel İfadelerde Çarpma 121

Özdeşlikleri Modelleme 126

Cebirsel İfadeleri Çarpanlarına Ayırma 134

3. ÜNİTE DEĞERLENDİRME SORULARI 139

EĞLENELİM-ÖĞRENELİM 143



4. ÜNİTE

1. Bölüm: Doğrusal Denklemler

Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklemler 146

Koordinat Sistemi 150

Doğrusal İlişkiler 155

Doğrusal Denklemlerin Grafiği 159

Eğim 168

2. Bölüm: Eşitsizlikler

Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Eşitsizlikleri Yazma ve Sayı
Doğrusunda Gösterme 176

Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Eşitsizlikleri Çözme 182

4. ÜNİTE DEĞERLENDİRME SORULARI 186

EĞLENELİM-ÖĞRENELİM 189

İÇİNDEKİLER



5. ÜNİTE

1. Bölüm: Üçgenler

| | |
|--|-----|
| Üçgende Yükseklik, Kenarortay ve Açortay | 192 |
| Üçgenin Kenar Uzunlukları Arasındaki İlişki | 203 |
| Üçgenin Kenar Uzunlukları ile Açı Ölçüleri Arasındaki İlişki | 208 |
| Belirli Bir Üçgen Çizme | 212 |
| Pisagor Bağıntısı | 217 |

2. Bölüm: Eşlik ve Benzerlik

| | |
|---|-----|
| Çokgenlerde Eşlik ve Benzerlik İlişkisi | 225 |
| Çokgenlerde Eşlik ve Benzerlik Oranı | 232 |

| | |
|--|-----|
| 5. ÜNİTE DEĞERLENDİRME SORULARI | 239 |
|--|-----|

| | |
|----------------------------------|-----|
| EĞLENELİM-ÖĞRENELİM | 243 |
|----------------------------------|-----|



6. ÜNİTE

1. Bölüm: Dönüşüm Geometrisi

| | |
|----------------------------------|-----|
| Öteleme | 246 |
| Yansıma | 252 |
| Ardışık Öteleme ve Yansıma | 258 |

2. Bölüm: Geometrik Cisimler

| | |
|-------------------------------------|-----|
| Dik Prizmalar | 265 |
| Dik Dairesel Silindir | 269 |
| Dik Dairesel Silindirin Hacmi | 277 |
| Dik Piramit | 282 |
| Dik Koni | 285 |

| | |
|--|-----|
| 6. ÜNİTE DEĞERLENDİRME SORULARI | 291 |
|--|-----|

| | |
|----------------------------------|-----|
| EĞLENELİM-ÖĞRENELİM | 295 |
|----------------------------------|-----|

| | |
|-----------------------------|-----|
| CEVAP ANAHTARI | 296 |
|-----------------------------|-----|

| | |
|---------------------------------------|-----|
| SEMBOLLER VE KISALTMALAR | 306 |
|---------------------------------------|-----|

| | |
|---------------------|-----|
| SÖZLÜK | 307 |
|---------------------|-----|

| | |
|-----------------------|-----|
| KAYNAKÇA | 308 |
|-----------------------|-----|

KİTABIMIZI TANIYALIM



DİKKATLİ KULLANALIM!



Güven Usta karakteri, bazı etkinlikleri yaparken dikkat edilmesi gereken durumlarda iş sağlığı ve güvenliği için kullanılmıştır.

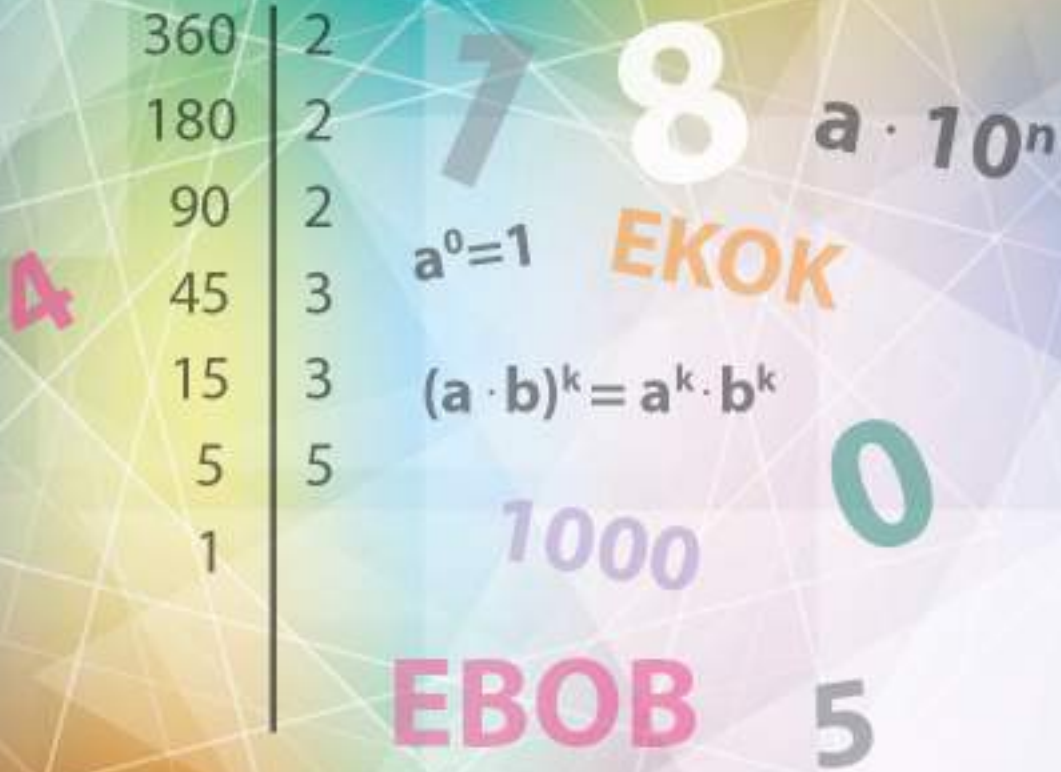
+ Katsayı yazılmayan kareköklü ifadelerin katsayısı 1 dir.
+ $a\sqrt{b}$ ifadesinde a katsayısıyla köklü ifade çarpma durumundadır.
 $a\sqrt{b} \square a \cdot \sqrt{b}$

Dikkat çekilmek istenen bilgiler ve uyarılar yer almaktadır.

1. ÜNİTE

1. 1. ÇARPANLAR VE KATLAR

1. 2. ÜSLÜ İFADELER



TERİMLER VE KAVRAMLAR

- En Büyük Ortak Bölen
- En Küçük Ortak Kat
- Çok Küçük Sayılar
- Çok Büyük Sayılar
- Bilimsel Gösterim

NELER ÖĞRENECEĞİZ?

- Verilen pozitif tam sayıların pozitif tam sayı çarpanlarını bulmayı
- Pozitif tam sayıların pozitif tam sayı çarpanlarını üslü ifadelerin çarpım şeklinde yazmayı
- İki doğal sayının en büyük ortak bölenini (EBOB) ve en küçük ortak katını (EKOK) hesaplamayı ve bu konuyla ilgili problemleri çözmeyi
- Verilen iki doğal sayının aralarında asal olup olmadığını belirlemeyi öğreneceğiz.

-
- Tam sayıların, tam sayı kuvvetlerini hesaplamayı
 - Üslü ifadelerle ilgili temel kuralları uygulamayı ve birbirine denk ifadeler oluşturmayı
 - Sayıların ondalık gösterimlerini 10'un tam sayı kuvvetlerini kullanarak çözümlenmeyi
 - Verilen bir sayıyı 10'un farklı tam sayı kuvvetlerini kullanarak ifade etmeyi
 - Çok büyük ve çok küçük sayıları bilimsel gösterimle ifade etmeyi ve bunları karşılaştırmayı öğreneceğiz.

Pozitif Tam Sayıların Pozitif Tam Sayı Çarpanları

Kendisi dışındaki pozitif bölenlerinin toplamı kendisine eşit olan sayıya **mükemmel sayı** denir.

Örneğin 6 sayısı mükemmel sayıdır.

6 sayısının bölenleri 1, 2, 3 ve 6'dır. Kendisi dışındaki bölenleri olan 1, 2 ve 3'ün toplamı 6'dır.

Sizce 6'dan sonra gelen mükemmel sayı kaçtır?



ETKİNLİK

AMAÇ: Verilen pozitif tam sayıların pozitif tam sayı çarpanlarını bulmak

ARAÇ GEREÇ: Farklı renklerde boya kalemleri

UYGULAMA BASAMAKLARI

Aşağıda iki sayı tablosu bulunmaktadır.

1. *I. Tablo*da verilen 24 sayısının çarpan çiftlerini bulunuz.
2. Bulduğunuz çarpan çiftlerini aynı renge boyayınız.
3. Aynı işlemleri *II. Tablo*da verilen 13 sayısı için de yapınız.

I. Tablo

| 24 | | | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 |
| 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 |
| 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 | 31 | 32 |
| 33 | 34 | 35 | 36 | 37 | 38 | 39 | 40 |
| 41 | 42 | 43 | 44 | 45 | 46 | 47 | 48 |

II. Tablo

| 13 | | | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 |
| 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 |
| 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 | 31 | 32 |
| 33 | 34 | 35 | 36 | 37 | 38 | 39 | 40 |
| 41 | 42 | 43 | 44 | 45 | 46 | 47 | 48 |

SONUÇLANDIRILIM

- ✓ Her pozitif tam sayı iki pozitif tam sayının çarpımı şeklinde yazılabilir mi? Tartışınız.
- ✓ Boyadığınız her sayı için yeni çarpan çiftleri bulunabilir mi? Tartışınız.

ÖRNEK 3

96 sayısını asal çarpanlarının çarpımı biçiminde yazıp üslü ifade şeklinde gösterelim.

ÇÖZÜM

96 sayısını ardışık bölmeden yararlanarak üslü ifade şeklinde gösterelim.

| | | |
|----|---|--|
| 96 | 2 | |
| 48 | 2 | |
| 24 | 2 | $96 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$ |
| 12 | 2 | $96 = 2^5 \cdot 3^1$ olur. |
| 6 | 2 | |
| 3 | 3 | |
| 1 | | |



175 sayısını asal çarpanlarının çarpımı biçiminde yazıp üslü ifade şeklinde gösteriniz.

ÖRNEK 4

A ve x birer pozitif tam sayı olmak üzere $108 = A \cdot 3^x$ ifadesinde x'in en büyük değeri için A'nın alabileceği değeri bulalım.

ÇÖZÜM

A'nın değerini bulmak için 108 sayısını asal çarpanlarına ayıralım.

| | | |
|-----|---|--|
| 108 | 2 | $108 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$ |
| 54 | 2 | 3 asal çarpanından 3 tane olduğu için x en çok 3 olur. Öyle ise; |
| 27 | 3 | $108 = 2^2 \cdot 3^3$ |
| 9 | 3 | |
| 3 | 3 | Bu durumda $A = 2^2 = 4$ olur. |
| 1 | | |



B ve a birer pozitif tam sayı olmak üzere $144 = B \cdot 2^a$ ifadesinde B'nin en küçük değeri için a'nın alabileceği değeri bulunuz.

UYGULAYALIM

1. Aşağıdaki sayıların pozitif tam sayı çarpanlarını bulunuz.

- a) 28 b) 52 c) 128 ç) 364

2. Aşağıdaki sayıları asal çarpanlarının çarpımı biçiminde yazıp üslü ifade şeklinde gösteriniz.

- a) 70 b) 132 c) 300 ç) 648

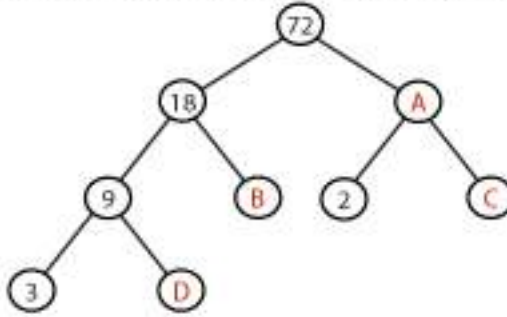
3. Yandaki tabloda verilen sayıların asal çarpanlarının bazıları yazılmıştır. a, b ve c şeklinde gösterilen asal çarpanları bulunuz.

Bulduğunuz değerleri $A = a^2 \cdot 2^b \cdot c^3$ ifadesinde yerine yazarak A sayısını hesaplayınız.

| Sayı | Asal Çarpanları |
|------|-----------------|
| 28 | 2, a |
| 34 | b, 17 |
| 42 | 2, c, 7 |

4. B, x ve y birer pozitif tam sayı olmak üzere $280 = B \cdot 2^x \cdot 5^y$ eşitliğinde $x + y$ 'nin en büyük değeri için B'nin alacağı değeri bulunuz.

5. Aşağıdaki ağaç diyagramında A, B, C ve D harflerine karşılık gelen sayıları bulunuz.



6. Aycan | 2 Cemre elindeki fındıkları arkadaşlarına yandaki ardışık bölmeye uygun şekilde dağıtmıştır.

Burcu | 2

Cengiz | 3

Doruk | 5

1

a) Aycan'ın Cengiz'den kaç fındık fazla aldığını bulunuz

b) Burcu ve Doruk'un toplam kaç fındık aldığını bulunuz.

7. Sevcan Öğretmen iki öğrencisini alanı 38 m^2 olan dikdörtgen şeklindeki bir bahçeyi şeritle çevirmeleri için görevlendirmiştir. Bahçenin kenar uzunlukları asal sayı olduğuna göre kaç metre şerit kullanacaklarını bulunuz.

8. $a = 2$, $b = 5$ ve $c = 7$ olduğuna göre 140 sayısının a, b ve c cinsinden eşitini yazınız.

9. a ve b birbirinden farklı pozitif tam sayılar olmak üzere $E = 5^a \cdot 7^b$ dir.

Buna göre E sayısının alabileceği en küçük değer aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 35 B) 105 C) 125 D) 175

En Küçük Ortak Kat (EKOK)

Neşe ve Zeynep kütüphanede karşılaşmışlardır. İkisi de kitap okumayı çok sevdiklerinden bahsedip tekrar görüşmek dileğiyle ayrılmışlardır.

Neşe 6 günde bir, Zeynep 10 günde bir kütüphaneye gelmektedir.

Neşe ile Zeynep'in kütüphanede ne zaman karşılaşacaklarını hesaplamak mümkün müdür? Mümkün ise bu süre nasıl hesaplanır?



ETKİNLİK

AMAÇ: İki doğal sayının en küçük ortak katını (EKOK) hesaplamak

ARAÇ GEREÇ: Mavi ve kırmızı renkte kalemler

UYGULAMA BASAMAKLARI

Aşağıda 1'den 100'e kadar sayıların olduğu bir tablo verilmiştir.

1. Tabloda 4'ün katı olan sayıları maviye boyayınız.
2. Tabloda 9'un katı olan sayıları kırmızıya boyayınız.

| | | | | | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|-----|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
| 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 |
| 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 | 37 | 38 | 39 | 40 |
| 41 | 42 | 43 | 44 | 45 | 46 | 47 | 48 | 49 | 50 |
| 51 | 52 | 53 | 54 | 55 | 56 | 57 | 58 | 59 | 60 |
| 61 | 62 | 63 | 64 | 65 | 66 | 67 | 68 | 69 | 70 |
| 71 | 72 | 73 | 74 | 75 | 76 | 77 | 78 | 79 | 80 |
| 81 | 82 | 83 | 84 | 85 | 86 | 87 | 88 | 89 | 90 |
| 91 | 92 | 93 | 94 | 95 | 96 | 97 | 98 | 99 | 100 |

SONUÇLANDIRILIM

- ✓ Her iki renge de boyanan en küçük sayıyı belirleyiniz.
- ✓ Her iki renge de boyanan sayılar arasındaki ilişkiyi açıklayınız.

ÖRNEK 1

30 ile 40 sayılarının en küçük ortak katını bulalım.

ÇÖZÜM

1. Yol: 30 ve 40 sayılarının katlarını yazalım.

30 sayısının katları: 30, 60, 90, 120, 150, 180, 210, 240, ...

40 sayısının katları: 40, 80, 120, 160, 200, 240, 280, ...

30 ve 40 sayısının ortak katları: 120, 240, 360, ...

Bu durumda 30 ve 40 sayısının en küçük ortak katı 120 olur.

2. Yol: 30 ve 40 sayılarının en küçük ortak katını ardışık bölmeyi kullanarak bulalım.

| | | | |
|----|----|---|--|
| 30 | 40 | 2 | |
| 15 | 20 | 2 | <i>15, 2'ye kalansız bölünemediği için bir alt satıra yazılır.</i> |
| 15 | 10 | 2 | <i>15, 2'ye kalansız bölünemediği için bir alt satıra yazılır.</i> |
| 15 | 5 | 3 | <i>5, 3'e kalansız bölünemediği için bir alt satıra yazılır.</i> |
| 5 | 5 | 5 | |
| 1 | 1 | | |

Bulduğumuz tüm bölenleri çarptığımızda 30 ile 40 sayılarının en küçük ortak katı $2^2 \cdot 3 \cdot 5 = 120$ olur.

BİLGİLENERİM

İki doğal sayının ortak katlarından en küçüğüne bu sayıların **en küçük ortak katı (EKOK)** denir. A ve B iki doğal sayı olmak üzere bu sayıların en küçük ortak katı EKOK (A, B) şeklinde gösterilebilir.



Aşağıdaki sayı çiftlerinin en küçük ortak katını bulunuz.

a) 15 ile 25

b) 4 ile 36

c) 9 ile 14

ÖRNEK 2

| | | |
|----|----|---|
| 42 | 63 | A |
| 21 | 63 | B |
| 7 | 21 | B |
| 7 | 7 | C |
| 1 | 1 | |

Yanda verilen ardışık bölmeyi kullanarak EKOK (42, 63) değerini bulalım.

ÇÖZÜM

42 ve 63 sayılarının en küçük ortak katı A, B ve C sayılarının çarpımına eşittir.

$$\left. \begin{array}{l} 42 : A = 21 \text{ olduğundan } A = 2 \text{ 'dir.} \\ 21 : B = 7 \text{ ve } 63 : B = 21 \text{ olduğundan } B = 3 \text{ 'tür.} \\ 7 : C = 1 \text{ olduğundan } C = 7 \text{ 'dir.} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{EKOK}(42, 63) = A \cdot B \cdot C \\ = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7 \\ = 126 \text{ olur.} \end{array}$$



12 ile 60 sayılarının en küçük ortak katını bulunuz.

BİLGİLENERİM

Birbirinin katı olan iki veya daha fazla doğal sayının en küçük ortak katı (EKOK), bu sayılardan büyük olana eşittir.

ÖRNEK 3

Nefise, elmalarını sekizerli veya onarlı paketlediğinde her seferinde 3 elma artıyor. Buna göre:

- Nefise'nin en az kaç elması olduğunu bulalım.
- Elma sayısının 150'den fazla olması durumunda en az kaç elmasının olduğunu bulalım.

ÇÖZÜM

- Nefise elmalarını sekizerli ve onarlı gruplara ayırabilseydi elma sayısının 8 ve 10'un ortak bir katı olması gerekirdi. Ancak sekizerli ve onarlı gruplara ayırdığında 3 elma arttığına göre elma sayısı 8 ve 10'un en küçük ortak katından 3 fazladır.

8 ve 10'un en küçük ortak katını bulalım.

$$\begin{array}{r|l} 8 & 2 \\ 10 & 2 \\ \hline 4 & 2 \\ 5 & \\ \hline 2 & 2 \\ 5 & \\ \hline 1 & 5 \\ 5 & \\ \hline 1 & \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{EKOK}(8, 10) = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \\ = 2^3 \cdot 5 \\ = 40 \text{ olur.} \end{array}$$

8 ve 10'un en küçük ortak katı 40'tır. Artan 3 elmayı da eklersek Nefise'nin en az $40 + 3 = 43$ elması olur.

- Elmaların sayısının 150'den fazla olması durumu için 8 ve 10'un ortak katlarını sıralayalım:

40, 80, 120, 160, 200, ...

8 ve 10'un 150'den büyük en küçük ortak katı 160 olduğu için Nefise'nin en az $160 + 3 = 163$ elması olur.



Bir kolideki kitap sayısının 100'den fazla olduğu bilinmektedir. Kolideki kitaplar altışarlı ve sekizerli ayrıldığında her seferinde 5 kitap arttığına göre kolide en az kaç kitap olduğunu bulunuz.

Problem Çözelim

Bir okul, öğrencileri için tekne turu etkinliği düzenlemiştir. Öğrencilerin tamamı 14 kişilik ya da 16 kişilik teknelerden birine binebilmektedir. Teknelerde boş koltuk kalmadığına göre bu etkinliğe en az kaç öğrencinin katıldığını bulalım.



Problem çözme basamakları George Polya (Corç Polya) tarafından şu şekilde belirtilmiştir:

1. Problemi anlama
2. Plan yapma
3. Planı uygulama
4. Kontrol etme

Bu problemi, problem çözme basamaklarından yararlanarak çözelim.

Problemi Anlayalım

Problemde verileni ve isteneni yazalım.

Verilen

- * Öğrencilerin binmesi için 14 ya da 16 kişilik tekneler

İstenen

- * Bu etkinliğe en az kaç öğrencinin katıldığı

Plan Yapalım

Etkinliğe katılacak öğrenciler 14 ya da 16 kişilik gruplara ayrılabilir. Bu durumda 14 ve 16 sayılarının ortak katını bulalım. Problemde en az öğrenci sayısı istendiğinden bu sayıların (14 ve 16) en küçük ortak katını belirlemeliyiz.

En Büyük Ortak Bölen (EBOB)

Çanakkale ilimizin sınırları içerisinde bulunan Truva Antik Kenti 1998 yılından beri UNESCO Dünya Kültürel Mirası Listesi'ndedir.

Bir tur şirketinin hazırladığı Truva Antik Kenti gezisine Erzurum'dan 27 kişi, Erzincan'dan 48 kişi katılmıştır. Ziyaretçiler eşit kapasiteli odalarda ve aynı illerden gelenler birlikte kalmak şartıyla konaklayacaklardır.

Kalınan odalarda boşta yatak kalmayacağına göre sizce her odada en çok kaç ziyaretçi kalabilir?



ETKİNLİK

DİKKATLİ KULLANALIM!



AMAÇ: İki doğal sayının en büyük ortak bölenini (EBOB) hesaplamak

ARAÇ GEREÇ: Makas, cetvel

UYGULAMA BASAMAKLARI

1. İki-üç kişilik gruplar oluşturunuz.
2. Aşağıda küçültülmüş hâli verilen görseli 311. sayfadan kesiniz.
3. Görseli eş kare parçalara ayırarak bir yapboz oluşturunuz.
4. Oluşturduğunuz yapboz parçalarını karıştırıp görseli tekrar elde etmeye çalışınız.

SONUÇLANDIRILIM

- ✓ Oluşturduğunuz yapbozlardan en az parçalı olanı belirleyip bir parçasının kenar uzunluğunu söyleyiniz.
- ✓ Bu yapbozun daha az parçadan oluşması mümkün müdür? Tartışınız.



ÖRNEK 2

Recep ile Halil'in tarlalarının bir kenarı ortaktır. Recep'in tarlası 72 dam², Halil'in tarlası ise 60 dam² dir. Recep ile Halil'in tarlalarının kenar uzunlukları tam sayı olduğuna göre bu tarlaların ortak olan kenarlarının uzunluğunun en çok kaç dam olduğunu bulalım.

ÇÖZÜM

Tarlaların ortak kenar uzunluğu 60 ve 72 sayılarını tam bölen bir sayı olmalıdır. Bu kenar uzunluğunun en büyük olması için:

Ardışık bölmeyi kullanarak 60 ve 72'nin EBOB'unu bulalım.

| | | | |
|----|----|---|---|
| 60 | 72 | 2 | EBOB (60, 72) = 2 · 2 · 3 |
| 30 | 36 | 2 | |
| 15 | 18 | 2 | = 12 olur. |
| 15 | 9 | 3 | |
| 5 | 3 | 3 | Tarlaların ortak kenarının uzunluğu en çok 12 dam ² dir. |
| 5 | 1 | 5 | |
| 1 | | | |

 Kenar uzunlukları 110 cm ve 440 cm olan dikdörtgen zemindeki bir odanın zemin kenar



BİLGİLENELİM

Birbirinin katı olan iki veya daha fazla doğal sayının en büyük ortak böleni (EBOB), bu sayılardan küçük olana eşittir.

Problem Çözüm

30 m eninde ve 50 m boyunda dikdörtgen şeklinde bir oyun alanının kenarlarına eşit aralıklarla fidan dikilecektir. Oyun alanının köşelerine de fidan dikmek şartıyla en az kaç fidan dikileceğini bulalım.

Bu problemi, problem çözme basamaklarından yararlanarak çözelim.



ÖRNEK 3

$A = 2 \cdot 3^2 \cdot 5^2$ ve $B = 2^3 \cdot 5 \cdot 7$ olduğuna göre A ve B sayılarının EBOB'unu bulalım.

ÇÖZÜM

En büyük ortak bölen istendiğinden A ve B sayıları için ortak olan asal çarpanlardan üssü küçük olanları çarpalım.

$$A = 2 \cdot 3^2 \cdot 5^2$$

$$B = 2^3 \cdot 5 \cdot 7$$

$$\text{EBOB}(A, B) = 2 \cdot 5 = 10 \text{ olur.}$$



$V = 3^2 \cdot 5^3 \cdot 7^2$ ve $Z = 3^3 \cdot 5$ olduğuna göre EBOB (V, Z) değerini bulunuz.

ÖRNEK 4

25 cm ve 36 cm uzunluğundaki iki kurdele hiç artmayacak şekilde ve en az sayıda eş parçalara ayrılacaktır. Buna göre her bir parçanın uzunluğunu bulalım.

ÇÖZÜM

En az sayıda ve eş uzunlukta parçalar elde etmek için 25 ve 36 sayılarının en büyük ortak bölenini bulalım.

25 sayısının bölenleri: 1, 5 ve 25

36 sayısının bölenleri: 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18 ve 36

25 ve 36 sayılarının ortak böleni sadece 1'dir. Bu nedenle her bir parçanın uzunluğu en çok 1 cm olur.



40 cm ve 41 cm uzunluğundaki iki çubuk eşit uzunlukta ve en büyük parçalara kesilecektir. Kesilecek her bir parçanın uzunluğunu bulunuz.

BİLGİLENERİM

- 1'den başka ortak çarpanı (böleni) olmayan iki doğal sayıya **aralarında asal sayılar** denir.
- İki doğal sayının EBOB'u 1 ise bu sayılar aralarında asal sayılardır.
 - Aralarında asal iki sayının EKOK'u bu sayıların çarpımına eşittir.
 - İki sayının aralarında asal olması için bu sayıların asal sayı olmasına gerek yoktur.

ÖRNEK 5

10 ile 27 sayılarının aralarında asal olup olmadığını bulalım.

ÇÖZÜM

Bu iki sayının aralarında asal olup olmadığını bulmak için sayıların EBOB'unu bulalım.

$$\begin{array}{r|l} 10 & 27 & 2 \\ 5 & 27 & 3 \\ 5 & 9 & 3 \\ 5 & 3 & 3 \\ 5 & 1 & 5 \\ 1 & & \end{array}$$

$$\text{EBOB}(10, 27) = 1$$

10 ve 27 sayılarının 1'den başka ortak böleni olmadığından bu sayılar aralarında asaldır.



14 ile 49 sayılarının aralarında asal olup olmadığını bulunuz.

ÖRNEK 6

$m + 1$ ve $n - 3$ aralarında asal iki sayıdır.

$\frac{m+1}{n-3} = \frac{25}{45}$ olduğuna göre $n - m$ değerini bulalım.

ÇÖZÜM

$m + 1$ ve $n - 3$ sayıları aralarında asal olduğu için $\frac{25}{45}$ kesirindeki pay ve paydanın da aralarında asal olması gerekir.

Bunun için $\frac{25}{45}$ kesrinin en sade hâlini bulalım.

$$\frac{m+1}{n-3} = \frac{25}{45} \quad \text{25 ile 45, EBOB'u olan 5'e bölünür.}$$

$$= \frac{5}{9}$$

5 ve 9 aralarında asal olduğundan $m + 1 = 5$ ve $n - 3 = 9$ 'dur.

$$\begin{array}{l} m + 1 = 5 \\ m = 4 \end{array} \quad \begin{array}{l} n - 3 = 9 \\ n = 12 \end{array}$$

Bu durumda $n - m = 12 - 4 = 8$ olur.



a ve b aralarında asal iki sayıdır. $\frac{a}{b} = \frac{18}{30}$ olduğuna göre $a - b$ değerini bulunuz.

UYGULAYALIM

1. Aşağıda istenen işlemleri yapınız. Elde ettiğiniz değerlerin eşleştiği harfleri örnekteki gibi yazdığınızda bir bilim insanının adını bulacaksınız. Bulduğunuz bilim insanının çalışmalarını araştırarak arkadaşlarınızla paylaşınız.

S EKOK (8, 9) = ?

T EBOB (21, 22) = ?

E EKOK (20, 30) = ?

N EBOB (24, 36) = ?

H EKOK (15, 24) = ?

R EBOB (40, 80) = ?

A EKOK (7, 49) = 49

O EBOB (33, 42) = ?

| | | | | | | | | | | | |
|----|----|----|---|---|----|---|-----|----|----|----|----|
| | | A | | | | | | | | | |
| 60 | 40 | 49 | 1 | 3 | 72 | 1 | 120 | 60 | 12 | 60 | 72 |

2. Bir bakkalın 50 kg pirinç ve 65 kg mercimeği vardır. Bu bakkal bakliyatları hiç artmayacak şekilde birbirine karıştırmadan eşit büyüklükteki paketlere koyacaktır. Bu iş için en az kaç paket kullanacağını bulunuz.

3. Dikdörtgen şeklindeki bir yapbozun kenar uzunlukları 48 cm ve 60 cm'dir. Yapbozu oluşturan parçalar birbirine eş ve kare şeklinde olduğuna göre bir parçanın kenar uzunluğunun en çok kaç cm olduğunu bulunuz.

4. Kenar uzunlukları 320 cm ve 400 cm olan dikdörtgen şeklindeki bir odanın tabanı kare şeklinde eş fayanslarla döşenecektir. Kullanılacak fayansın bir kenar uzunluğunun en çok kaç cm olacağını bulunuz.

5. Papatyanın ortasında bulunan 28 sayısı ile aralarında asal olan sayıların bulunduğu yaprakları boyayınız.



6. Aşağıdaki sayı çiftlerinin aralarında asal olup olmadıklarını bulunuz.

a) $2^3 \cdot 3^4$ ve $3^5 \cdot 5^2$

b) $11^2 \cdot 7^2$ ve $5^2 \cdot 3^4$

7. $(a - 1)$ ile $(b + 3)$ aralarında asal olmak üzere $\frac{a-1}{b+3} = \frac{27}{99}$ ise $a + b$ değerini bulunuz.

8. 42 ile 2A iki basamaklı doğal sayıları aralarında asaldır. Buna göre A yerine yazılabilecek rakamların toplamını bulunuz.

9. 1'den farklı aralarında asal iki sayının EBOB'u ile EKOK'unun toplamı 15 olduğuna göre bu sayıları bulunuz.

10. $x = 2^5 \cdot 5^2 \cdot 11^2$, $y = 2^4 \cdot 3^3 \cdot 5^3 \cdot 11^2$

Şeklinde verilen x ve y sayılarının en küçük ortak katı, en büyük ortak böleninin kaç katıdır?

A) 3

B) 11

C) 30

D) 330

Üslü İfadelerde İşlemler

Kırmızı kuşlar bahçesinde 4 bölüm,
Her bölümde 4 ağaç,
Her ağaçta 4 yuva,
Her yuvada 4 kuş,
Her kuşun 4 yavrusu bulunmaktadır.

Sizce kırmızı kuşlar bahçesinde kaç kuş ve kuş yavrusu vardır?



ETKİNLİK

DİKKATLİ KULLANALIM!



AMAÇ: Tam sayıların tam sayı kuvvetlerini hesaplamak

ARAÇ GEREÇ: A4 kâğıdı, makas

UYGULAMA BASAMAKLARI

Aşağıda kâğıtlar kullanılarak bir örüntü oluşturulmuştur.



1. Makas ile elinizdeki kâğıdı keserek örüntüyü kurala göre devam ettiriniz.
2. Örüntünün adımlarındaki kâğıt miktarını gösteren sayılan tablodaki noktalı yerlere örnekteki gibi yazınız.

| | 1. Adım | 2. Adım | 3. Adım | 4. Adım | 5. Adım | 6. Adım | 7. Adım |
|------------|---------|---------|---------|---------|----------|----------|----------|
| Örüntü | 8 | | | | | | |
| Üslü İfade | 2^3 | 2^2 | 2^1 | 2^0 | 2^{-1} | 2^{-2} | 2^{-3} |

SONUÇLANDIRILIM

- ✓ Örüntünün 8. adımındaki üslü ifadeyi yazınız.
- ✓ Üssü negatif olan ifadelerin değerleri nasıl hesaplanır? Tartışınız.

ÖRNEK 3

Aşağıdaki üslü ifadelerin değerlerini bulalım.

- a) 15^0 b) $(-8)^0$ c) -48^0

ÇÖZÜM

0 hariç tüm sayıların 0. kuvveti 1'e eşittir.

a) $15^0 = 1$ olur.

b) $(-8)^0 = 1$ 'dir. Negatif sayıların çift kuvvetleri her zaman pozitif olduğundan sonuç 1 olur.

c) $-48^0 = -1$ 'dir. -48^0 ifadesinde 0 sadece 48 sayısının kuvvetidir, "-" işaretinin kuvveti değildir. Bu yüzden sonuç -1 olur.

BİLGİLENELİM

Tabanı sıfırdan farklı sayıların sıfırıncı kuvveti 1'e eşittir.

$a \neq 0$ olmak üzere $a^0 = 1$ 'dir.



Aşağıdaki üslü ifadelerin değerlerini bulunuz.

a) 2019^0

b) -35^0

c) $(-12)^0$

ÖRNEK 4

$\frac{1}{2^7}$ ile 2^7 üslü ifadelerinin değerlerini hesaplayarak sonuçlarını karşılaştıralım.

ÇÖZÜM

$\frac{1}{2^7}$ ifadesinin değerini hesaplayalım.

$$\frac{1}{2^7} = \frac{1}{2^7}$$

2^7 ifadesinin pozitif tam sayı kuvvetinin çarpma işlemine göre tersi alınır.

$$= 1 \cdot \frac{2^7}{1}$$

Bölme işlemi yapılır.

$$= 1 \cdot \frac{128}{1}$$

$$= 128$$

2^7 ifadesinin değerini hesaplayalım.

$$2^7 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$$

$$= 128$$

$\frac{1}{2^7}$ ile 2^7 üslü ifadelerinin değerleri eşit olduğundan $\frac{1}{2^7} = 2^7$ olur.



Aşağıdaki üslü ifadelerin değerlerini bulunuz.

a) $\frac{1}{6^{-3}}$

b) $\frac{1}{(-3)^{-5}}$

c) $\frac{1}{(-5)^{-4}}$

ÖRNEK 5

Aşağıdaki ifadeleri negatif üsle gösterelim.

a) $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$

b) $(-11) \cdot (-11) \cdot (-11) \cdot (-11) \cdot (-11)$

ÇÖZÜM

Verilen çarpımları üslü olarak gösterelim. Sonra üsleri negatif üsse çevirelim.

$$\begin{aligned} \text{a) } 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 &= 3^7 \\ &= \frac{1}{3^{-7}} \text{ olur.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } (-11) \cdot (-11) \cdot (-11) \cdot (-11) \cdot (-11) &= (-11)^5 \\ &= \frac{1}{[-11]^{-5}} \text{ olur.} \end{aligned}$$

BİLGİLENELİM

$a \neq 0$ ve n bir tam sayı olmak üzere $a^n = \frac{1}{a^{-n}}$ şeklinde yazılır.



Aşağıdaki ifadeleri negatif üsle gösteriniz.

a) $(-5) \cdot (-5) \cdot (-5) \cdot (-5)$

b) $-19 \cdot 19 \cdot 19 \cdot 19 \cdot 19$

c) $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$

ÜSLÜ İFADELER

ÖRNEK 6

$3^7 \cdot 3^4$ işleminin sonucunu üslü ifade şeklinde gösterelim.

ÇÖZÜM

1. Yol: 3^7 ile 3^4 ü çarparken üslü ifadeleri tekrarlı çarpım şeklinde yazıp sonucu üslü olarak bulalım.

$$3^7 \cdot 3^4 = \underbrace{3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3}_{7 \text{ tane}} \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^{11} \text{ olur.}$$

2. Yol: 3^7 ile 3^4 ifadelerini çarparken tabanlar aynı olduğu için 7 ile 4'ü toplayalım ve 3'e üs olarak yazalım.

$$3^7 \cdot 3^4 = 3^{7+4} = 3^{11} \text{ olur.}$$

BİLGİLENELİM

Tabanları aynı olan üslü ifadeler çarpılırken üsler toplanır, bu toplam ortak tabana üs olarak yazılır.

$a \neq 0$, n ve m tam sayı olmak üzere $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$ şeklinde yazılır.



Aşağıdaki işlemlerin sonuçlarını üslü ifade şeklinde gösteriniz.

a) $13^{18} \cdot 13^{-27}$

b) $31^{-14} \cdot 31^{-9}$

c) $17^{19} \cdot 17^{21}$

ÖRNEK 7

$(6^8)^3$ işleminin sonucunu üslü ifade şeklinde gösterelim.

ÇÖZÜM

1. Yol: Üslü ifadeyi tekrarlı çarpım şeklinde yazalım.

$$(6^8)^3 = 6^8 \cdot 6^8 \cdot 6^8$$

$$\begin{aligned} & \square 6^{24} \quad \text{Tabanları eş olduğundan üsler toplanır.} \\ & = 6^{24} \text{ olur.} \end{aligned}$$

2. Yol: $(6^8)^3$ ifadesindeki 8 ve 3 üslerini çarpalım ve 6'ya üs olarak yazalım.

$$(6^8)^3 = 6^{8 \cdot 3}$$

$$= 6^{24} \text{ olur.}$$

BİLGİLENELİM

Üslü bir ifadenin üssü hesaplanırken üsler çarpılır, sonuç tabana üs olarak yazılır.

$a \neq 0$ ve n , m tam sayı olmak üzere $(a^n)^m = a^{n \cdot m}$ şeklinde yazılır.



Aşağıdaki işlemlerin sonuçlarını üslü ifade şeklinde gösteriniz.

a) $(2^{-5})^{-3}$

b) $(-5^2)^{15}$

c) $[(-10)^{-11}]^2$

ÖRNEK 8

$(-3^{-5})^2 \cdot 81^3$ işleminin sonucunu üslü ifade şeklinde gösterelim.

ÇÖZÜM

$$(-3^{-5})^2 = 3^{-10} \quad \text{Negatif sayıların çift kuvvetleri pozitiftir.}$$

$$81 = 3^4 \quad \text{81 sayısı 3'ün 4. kuvvetidir.}$$

Bulduklarımızı yerine yazalım.

$$\begin{aligned} (-3^{-5})^2 \cdot 81^3 &= 3^{-10} \cdot (3^4)^3 \\ &= 3^{-10} \cdot 3^{12} \\ &= 3^2 \text{ olur.} \end{aligned}$$



Aşağıdaki işlemlerin sonuçlarını üslü ifade şeklinde gösteriniz.

a) $(-16)^5 \cdot 4^{-8}$

b) $9^7 \cdot 27^{-2}$

c) $(-5^3)^{-4} \cdot 125^{-7}$

ÖRNEK 9

$\frac{15^5}{15^4}$ işleminin sonucunu üslü ifade şeklinde gösterelim.

ÇÖZÜM

1. Yol: Üslü ifadeleri tekrarlı çarpım şeklinde yazalım.

$$\frac{15^5}{15^4} = \frac{\cancel{15} \cdot \cancel{15} \cdot \cancel{15} \cdot \cancel{15} \cdot 15}{\cancel{15} \cdot \cancel{15} \cdot \cancel{15} \cdot \cancel{15}} = 15 \text{ olur.}$$

2. Yol: 15^5 ifadesi 15^4 e bölünürken tabanları aynı olduğu için:

$$\frac{15^5}{15^4} = 15^{5-4} = 15^1 \text{ olur.}$$

BİLGİLENELİM

Tabanları aynı olan üslü ifadeler bölünürken payın üssünden paydanın üssü çıkarılır, bu fark ortak tabana üs olarak yazılır.

$a \neq 0$ ve n, m tam sayı olmak üzere $\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$ şeklinde yazılır.

ÜSLÜ İFADELER



Aşağıdaki işlemlerin sonuçlarını üslü ifade şeklinde gösteriniz.

a) $\frac{18^{21}}{18^{-14}}$

b) $\frac{(-3)^{-9}}{3^{15}}$

c) $\frac{5^{-10}}{5^{-13}}$

ÖRNEK 10

$\frac{10^{12}}{10^{13}} \cdot \frac{10^{-13}}{10^{-12}}$ işleminin sonucunu üslü ifade şeklinde gösterelim.

ÇÖZÜM

Tabanlar aynı olduğundan üslü ifadelerdeki çarpma ve bölme işlemlerini yapalım.

$$\begin{aligned} \frac{10^{12} \cdot 10^{-13}}{10^{13} \cdot 10^{-12}} &= \frac{10^{12+(-13)}}{10^{13+(-12)}} && \text{Tabanlar aynı olduğundan üsler toplanır.} \\ &= \frac{10^{-1}}{10^{+1}} \\ &= 10^{-1-1} && \text{Payın üssünden paydanın üssü çıkarılır.} \\ &= 10^{-2} \text{ olur.} \end{aligned}$$



$(7^{-2} \cdot 7^{14}) \cdot (7^2)^3$ işleminin sonucunu üslü ifade şeklinde gösteriniz.

ÖRNEK 11

$2^4 \cdot 5^4$ işleminin sonucunu üslü ifade şeklinde yazınız.

ÇÖZÜM

1. Yol: Üslü ifadeleri tekrarlı çarpım şeklinde yazalım.

$$\begin{aligned} 2^4 \cdot 5^4 &= 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \\ &= 16 \cdot 625 \\ &= 10\,000 && \text{10\,000 sayısı } 10^4 \text{ un 4. kuvvetidir.} \\ &= 10^4 \text{ olur.} \end{aligned}$$

2. Yol: 2^4 ve 5^4 ifadelerini çarparken üsler aynı olduğu için:

$$\begin{aligned} 2^4 \cdot 5^4 &= (2 \cdot 5)^4 \\ &= 10^4 \text{ olur.} \end{aligned}$$

BİLGİLENELİM

Tabanı çarpanlarına ayrılabilen bir üslü ifadenin farklı gösterimi yazılırken taban, çarpanların çarpımı şeklinde yazılır. Üs, her bir çarpana ayrı ayrı üs olarak yazılır.

$a \neq 0$, $b \neq 0$ ve n bir tam sayı olmak üzere $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$ şeklinde yazılır.



Aşağıdaki ifadelerin sonuçlarını üslü ifade şeklinde yazınız.

a) $12^7 \cdot 3^7$

b) $2^{27} \cdot 19^{27}$

c) $(-3)^8 \cdot (-4)^8$

ÖRNEK 12

$3^4 \cdot 16^7 \cdot 5^{28}$ işleminin sonucunun kaç basamaklı olduğunu bulalım.

ÇÖZÜM

Sayının kaç basamaklı olduğunu belirlemek için sondan kaç basamağın sıfır olduğunu 2 ve 5 asal sayılardan faydalanarak bulalım.

16^7 'yi düzenleyelim.

$$\begin{aligned} 16^7 &= (2^4)^7 && 16, 2'nin 4. kuvvetidir. \\ &= 2^{28} \end{aligned}$$

Bulduğumuz ifadeyi yerine yazalım.

$$\begin{aligned} 3^4 \cdot 16^7 \cdot 5^{28} &= 3^4 \cdot 2^{28} \cdot 5^{28} && 2 \text{ ve } 5\text{'in üsleri eşit olduğundan tabanlar çarpılır.} \\ &= 3^4 \cdot (2 \cdot 5)^{28} \\ &= 3^4 \cdot 10^{28} && 3^4 \text{ ün değeri bulunur.} \\ &= 81 \cdot 10^{28} \end{aligned}$$

$81 \cdot 10^{28}$ sayısının kaç basamaklı olduğunu belirleyelim.

$81 \cdot 10^{28}$ sayısının ilk iki basamağı 81 ve sonraki 28 basamağı sıfırdır.

Buna göre $81 \cdot 10^{28}$ ifadesi 30 basamaklıdır.



$37 \cdot (15^{27} : 3^{27}) \cdot 2^{26}$ işleminin sonucunun kaç basamaklı olduğunu bulunuz.

ÖRNEK 13

$\left(\frac{2}{5}\right)^4$ ile $\frac{2^4}{5^4}$ ifadelerinin sonuçlarını karşılaştıralım.

ÇÖZÜM

$\left(\frac{2}{5}\right)^4$ ifadesinin değerini hesaplayalım.

$$\begin{aligned}\left(\frac{2}{5}\right)^4 &= \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{5} && \frac{2}{5}, 4 \text{ defa kendisi ile çarpılır.} \\ &= \frac{16}{625} \text{ tir.}\end{aligned}$$

$\frac{2^4}{5^4}$ ifadesinin değerini hesaplayalım.

$$\begin{aligned}\frac{2^4}{5^4} &= \frac{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2}{5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5} \\ &= \frac{16}{625} \text{ tir.}\end{aligned}$$

$\left(\frac{2}{5}\right)^4$ ile $\frac{2^4}{5^4}$ üslü ifadelerinin değerleri eşit olduğundan $\left(\frac{2}{5}\right)^4 = \frac{2^4}{5^4}$ olur.

BİLGİLENERİM

Bir rasyonel sayının üssü paya ve paydaya ayrı ayrı üs olarak yazılır.

a, b (b ≠ 0) ve n birer tam sayı olmak üzere $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$ şeklinde yazılır.



Aşağıda verilen üslü ifadelerdeki bilinmeyenlerin değerini bulunuz.

a) $\left(\frac{12}{3}\right)^x = \frac{12^{10}}{y^{10}}$

b) $\left(\frac{8}{5}\right)^{-14} = \frac{5^2}{8^2}$

c) $\left(\frac{15}{3}\right)^{-27} = \frac{r^4}{k^{27}}$

ÖRNEK 14

$\frac{56^5 \cdot 4^{-4}}{7^5}$ işleminin sonucunu üslü ifade şeklinde gösterelim.

ÇÖZÜM

$$\frac{56^5 \cdot 4^{-4}}{7^5} = \left(\frac{56}{7}\right)^5 \cdot 4^{-4}$$

56 ve 7'nin üsleri aynı olduğundan bu sayılar bölünür.

$$\square 8^5 \cdot 4^{-4}$$

$$\square 2^3 \square \cdot 2^2 \square^{-4}$$

8 ve 4, 2'nin kuvveti şeklinde yazılır.

$$\square 2^{15} \cdot 2^{-8}$$

$$\square 2^{15-8}$$

$$\square 2^7 \text{ olur.}$$

5. $\frac{1}{729} = 3^x$ eşitliğinde x 'in değerini bulunuz.

6. $\frac{12^{20} : 3^{18} \cdot 5^{10}}{25^2}$ işleminin sonucunda sondan kaç basamağın sıfır olduğunu bulunuz.

7. $\frac{1}{5} \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{5} = 5^x$

$\frac{1}{7} \cdot \frac{1}{7} \cdot \frac{1}{7} = \frac{1}{7^y}$ olduğuna göre " $x \cdot y$ " yi bulunuz.

8. Yanda verilen diyagramda, bütün işlemlerin sonuçları merkezde bulunan 5^3 ifadesine eşittir. İşlemlerin iki ucunda bulunan altıgenlerden boş olanını örnekteki gibi uygun sayılarla doldurunuz (Bölme işlemlerinde büyük altıgendeki ifadeyi küçük altıgendeki ifadeye bölünüz.).



9. 10 tane 10^1 'un çarpımının, 10 tane 10^1 'un toplamına oranını bulunuz.

10. $\left(\frac{9}{18}\right)^{-2} \cdot A = -\frac{12}{5}$ eşitliğinde A sayısını bulunuz.

11. $[3^5]^2 \cdot 2^{10} = \square$

$\square \cdot 6^9 = \Delta$ ise

$\frac{\square \cdot 216}{\Delta}$ işleminin sonucunu bulunuz.

12. Bir kenar uzunluğu 243 dm olan eşkenar üçgen şeklindeki bahçenin çevresi 3 sıra tel ile çevrilecektir. Buna göre kullanılacak telin uzunluğunu üslü biçimde gösteriniz.

13. n bir doğal sayı olmak üzere aşağıdaki üslü ifadeleri $\frac{a^n}{b^n}$ şeklinde yazınız.

a) $\left(\frac{15}{5}\right)^7$

b) $\left(-\frac{18}{4}\right)^{-11}$

c) $\left(\frac{3}{10}\right)^4$

14. 32^4 liranın yansını bulunuz.

15. $\frac{125^2 \cdot 25^3}{625}$ işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) 5^{16}

B) 5^{12}

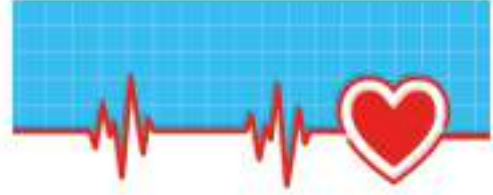
C) 5^{10}

D) 5^8

Sayıları 10'un Farklı Tam Sayı Kuvvetleri ile İfade Etme ve Çözümleme

Altın oran, doğadaki canlı ve cansız varlıkların şeklinde ve yapısında bulunan özel bir orandır. Sayısal değeri, yaklaşık olarak 1,618'dir.

Örneğin, kalbimiz hiç durmadan kasılır ve gevşer. Bu döngü sağlıklı bir kalpte dakikada 60-100 kez tekrarlanır. Araştırmacılar kalbin kasılma süresinin gevşeme süresine oranının altın orana eşit olduğunu tespit etmişlerdir.



Sizce altın oran 10'un tam sayı kuvvetleri kullanılarak nasıl çözümlenir?

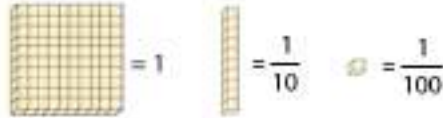
ETKİNLİK

AMAÇ: Sayıların ondalık gösterimlerini, 10'un tam sayı kuvvetlerini kullanarak çözümlenmek

ARAÇ GEREÇ: Kalem

UYGULAMA BASAMAKLARI

1. Yandaki onluk taban bloklarının ifade ettiği rasyonel sayıları inceleyiniz.



2. Bir manavın sattığı bazı meyvelerin kilogram fiyatları onluk taban blokları yardımıyla verilmiştir. Tabloyu onluk taban bloklarından yararlanarak örnekteki gibi doldurunuz.

| Meyveler ve Fiyatları (TL) | Yüzlük Blok Sayısı | | Onluk Blok Sayısı | | Bürlük Blok Sayısı | |
|----------------------------|--------------------|----------------|-------------------|------------------------|--------------------|-------------------------|
| | Sayı | Basamak Değeri | Sayı | Basamak Değeri | Sayı | Basamak Değeri |
| Elma | 3 | 3 · 1 | 7 | $7 \cdot \frac{1}{10}$ | 0 | $0 \cdot \frac{1}{100}$ |
| Limon | | | | | | |
| Portakal | | | | | | |

SONUÇLANDIRALIM

- ✓ Bloklardan faydalanarak yaptığınız çözümlenmeyi 10'un tam sayı kuvvetlerini kullanarak gösteriniz.

ÜSLÜ İFADELER

ÖRNEK 1

126,95 ondalık gösterimini 10 'un tam sayı kuvvetlerini kullanarak çözümlayelim.

ÇÖZÜM

126,95 sayısını basamak değerlerinin toplamı şeklinde yazalım.

$$126,95 = 100 + 20 + 6 + 0,9 + 0,05$$

$$= 1 \cdot 100 + 2 \cdot 10 + 6 \cdot 1 + 9 \cdot \frac{1}{10} + 5 \cdot \frac{1}{100}$$

$$= 10^2 + 2 \cdot 10^1 + 6 \cdot 10^0 + 9 \cdot \frac{1}{10} + 5 \cdot \frac{1}{10^2}$$

$$= 10^2 + 2 \cdot 10^1 + 6 \cdot 10^0 + 9 \cdot 10^{-1} + 5 \cdot 10^{-2} \text{ olur.}$$

Basamak adlarına karşılık gelen sayılar 10 'un tam sayı kuvvetleri şeklinde yazılır.

BİLGİLENELİM

Bir ondalık gösterimi, basamak değerlerinin toplamı şeklinde yazmaya **ondalık ifadeyi çözümleme** denir.



Aşağıdaki sayıları 10 'un tam sayı kuvvetlerini kullanarak çözümlünüz.

a) 28,9017

b) 109,382

c) 4,95

ÖRNEK 2

Çözümlemiş hâli $5 \cdot 10^2 + 8 \cdot 10 + 6 \cdot 10^{-1} + 7 \cdot 10^{-3}$ olan sayının ondalık gösterimini yazalım.

ÇÖZÜM

Verilen ifadenin basamak değerlerini bulalım ve bulduğumuz değerleri toplayalım.

$$\begin{aligned} 5 \cdot 10^2 + 8 \cdot 10 + 6 \cdot 10^{-1} + 7 \cdot 10^{-3} &= 5 \cdot 100 + 8 \cdot 10 + 6 \cdot \frac{1}{10} + 7 \cdot \frac{1}{1000} \\ &= 500 + 80 + 0,6 + 0,007 \\ &= 580,607 \text{ olur.} \end{aligned}$$



Aşağıda çözümlenmiş hâli verilen sayıların ondalık gösterimlerini yazınız.

a) $2 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10 + 1 \cdot 10^{-1} + 4 \cdot 10^{-2}$

b) $3 \cdot 10 + 7 \cdot 10^{-3} + 2 \cdot 10^{-1}$

ÖRNEK 3

50,375 ondalık gösteriminin çözümlenmesi $a \cdot 10^1 + 3 \cdot 10^b + c \cdot 10^{-2} + 5 \cdot 10^d$ olarak verilmiştir. Çözümlenmede yer alan a, b, c ve d değerlerini bulalım.

ÇÖZÜM

50,375 ondalık gösterimini çözümlayelim:

$$50,375 = 5 \cdot 10^1 + 3 \cdot 10^{-1} + 7 \cdot 10^{-2} + 5 \cdot 10^{-3} \text{ dir.}$$

Bu durumda $a = 5$, $b = -1$, $c = 7$ ve $d = -3$ olur.



26,013 ondalık gösteriminin çözümlenmesi $2 \cdot 10^a + b \cdot 10^b + 1 \cdot 10^c + d \cdot 10^{-3}$ olarak verilmiştir. Çözümlenmede yer alan a, b, c ve d değerlerini bulunuz.

ÖRNEK 4

$0,21304 \cdot 10^2$ ve $2130,4 \cdot 10^{-2}$ işlemlerinin sonuçlarını karşılaştıralım.

ÇÖZÜM

$$0,21304 \cdot 10^2 = 21,304$$

10^2 ile çarpmak virgülden iki basamak sağa iletir.

$$2130,4 \cdot 10^{-2} = 21,304$$

10^{-2} ile çarpmak virgülden iki basamak sola iletir.

Bu durumda $0,21304 \cdot 10^2 = 2130,4 \cdot 10^{-2} = 21,304$ olur.

BİLGİLENERİM

$a \cdot 10^n$ şeklinde verilen bir sayıyı 10 'un farklı tam sayı kuvvetleriyle ifade etmek için değişen n değerlerine göre katsayı düzenlenir.



Aşağıda verilen işlemlerin sonuçlarını bulunuz. Bulduğunuz sonuçları karşılaştırınız.

a) $4,396 \cdot 10^1$

b) $439,6 \cdot 10^{-1}$

c) $43,96 \cdot 10^{-1}$

ÖRNEK 5

$32,7 \cdot 10^7$ sayısını 10^5 ve 10^9 ifadelerini kullanarak yazalım.

ÇÖZÜM

$$32,7 \cdot 10^7 = 3270 \cdot 10^5 \quad \text{Kuvvet azalırken katsayı aynı oranda artar.}$$

$$32,7 \cdot 10^7 = 0,327 \cdot 10^9 \quad \text{Kuvvet artarken katsayı aynı oranda azalır.}$$

Bu durumda $32,7 \cdot 10^7$ sayısını $3270 \cdot 10^5$ ve $0,327 \cdot 10^9$ olarak yazabiliriz.



Aşağıdaki noktalı yerlere gelmesi gereken sayıları yazınız.

a) $1,4500 \cdot 10^2 = \dots \cdot 10^{-2}$

b) $125,012 \cdot 10^{18} = 12\,501,2 \cdot 10^{\dots}$

c) $0,536 \cdot 10^5 = \dots \cdot 10^3$

d) $32\,800 \cdot 10^{25} = 3,28 \cdot 10^{\dots}$

ÖRNEK 6

1,26 miligramın kaç ton olduğunu 10 'un tam sayı kuvvetlerini kullanarak gösterelim.

ÇÖZÜM

$$1 \text{ mg} = 0,000000001 \text{ ton} \\ = 10^{-9} \text{ ton olur.}$$

1,26 mg'ı tona çevirmek için 1,26 ile 10^{-9} u çarpalım.

$$1,26 \text{ mg} = 1,26 \cdot 10^{-9} \text{ ton olur.}$$



97,3 milimetrenin kaç mikrometre olduğunu 10 'un tam sayı kuvvetlerini kullanarak gösterelim (1 mm = 1000 mikrometre).

UYGULAYALIM

1. $12,365 = \square + \square + \square + \square + \square$

$\square = \square + \square + 9 \cdot 10^{-2} + \square$

Yukandaki boş kutulara aşağıda verilen ifadelerden uygun olanları yazınız.

$8 \cdot 10^{-1}$

$5 \cdot 10^{-3}$

$6 \cdot 10^{-2}$

$7 \cdot 10^0$

$3 \cdot 10^{-1}$

$1 \cdot 10^1$

$6 \cdot 10^{-3}$

7,897

$7 \cdot 10^{-3}$

$2 \cdot 10^0$

$8 \cdot 10^{-2}$

8,095

2. Aşağıda çözümlenmiş hâli verilen sayıların ondalık gösterimlerini yazınız.

a) $2 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10^{-1} + 4 \cdot 10^{-2}$

b) $3 \cdot 10^{-1} + 2 \cdot 10^{-2} + 7 \cdot 10^{-3}$

c) $1 \cdot 10^3 + 2 \cdot 10^1 + 9 \cdot 10^{-3} + 4 \cdot 10^{-1}$

3. Aşağıda bulunan ifadelerden birbirine eşit olanları örnekteki gibi eşleştiriniz.

| | | |
|-----------|-----------|--------------------------|
| 10^{-5} | 0,0000001 | $\frac{1}{10}$ |
| 10^{-1} | 0,01 | $\frac{1}{100}$ |
| 10^{-2} | 0,00001 | $\frac{1}{10\ 000\ 000}$ |
| 10^{-4} | 0,0001 | $\frac{1}{10\ 000}$ |
| 10^{-3} | 0,1 | $\frac{1}{100\ 000}$ |
| | 0,000001 | $\frac{1}{1000}$ |
| | 0,001 | $\frac{1}{1\ 000\ 000}$ |

4. 305,084 ondalık gösteriminin çözümlenmesi $3 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10^0 + 8 \cdot 10^{-1} + 4 \cdot 10^{-3}$ olarak verilmiştir. Buna göre a + b değerini bulunuz.

5. 1,306 litre nin kaç milimetreküp olduğunu 10^3 'ün tam sayı kuvvetlerini kullanarak gösteriniz ($1\text{ L} = 1\text{ dm}^3$).

6. 356 000 000 sayısı $x \cdot 10^8$ şeklinde yazıldığında x yerine yazılabilecek sayıyı bulunuz.

7. Aşağıdakilerden hangilerinin 0,0000105 sayısına eşit olduğunu belirleyiniz.

a) $10,5 \cdot 10^{-6}$

b) $105 \cdot 10^7$

c) $0,0105 \cdot 10^{-1}$

ç) $0,00105 \cdot 10^{-2}$

ÜSLÜ İFADELER

8. Aşağıda birbirine eşit ifadeler verilmiştir. Eşitliklerdeki x, y, a ve b bilinmeyenlerini bulunuz.

a) $796,18 \cdot 10^{19} = x \cdot 10^{21}$

b) $32,48 \cdot 10^{15} = 32\,480 \cdot 10^y$

c) $6,51 \cdot 10^{-35} = a \cdot 10^{-38}$

ç) $b \cdot 10^{-8} = 14,9 \cdot 10^{-10}$

9. İstanbul Ayasofya Müzesi'nin bazı tarihi yerlere olan yaklaşık uzaklıkları harita üzerinde gösterilmiştir. 10 'un farklı tam sayı kuvvetlerinden yararlanarak tablodaki noktalı yerleri tamamlayınız.



| Tarihi Yerler | Tarihi Yerler Arasındaki Mesafenin 10 'un Tam Sayı Kuvvetleri ile Gösterimi (km) | |
|---|--|-----------------------|
| | 1. | 2. |
| Istanbul Ayasofya Müzesi - İzmir Saat Kulesi | $4,93 \cdot 10^{-}$ | $\cdot 10^{-1}$ |
| Istanbul Ayasofya Müzesi - Burdur Sagalassos Antik Kenti | $623 \cdot 10^{-}$ | $\cdot 10^1$ |
| Istanbul Ayasofya Müzesi - Adiyaman Nemrut Dağı | $1,255 \cdot 10^{-}$ | $\cdot 10^{-2}$ |
| Istanbul Ayasofya Müzesi - Kars Ani Harabeleri | $15 \cdot 10^{-}$ | $\cdot 10^4$ |

10. $0,00000205$ sayısı $x \cdot 10^y$ şeklinde yazılmaktadır. $x > 20$ olduğuna göre y sayısının alabileceği en büyük tam sayı değeri kaçtır?

A) -8

B) -7

C) -6

D) -5

Bilimsel Gösterim

Güneş sisteminde bulunan gezegenler ve diğer gök cisimleri çekim kuvvetinin etkisiyle güneş etrafında belli bir yörüngede dönmektedir.

Güneş sisteminin çapı yaklaşık 15 000 000 000 000 (on beş trilyon) kilometredir. Bu sayıyı ifade etmek için çok sayıda "0" kullanılmaktadır.



Güneş sisteminin çapı gibi çok büyük sayıları 10^x 'un tam sayı kuvvetleri yardımıyla yazmak bize nasıl bir kolaylık sağlar?

ETKİNLİK

AMAÇ: Çok büyük ve çok küçük sayıları bilimsel gösterimle ifade etmek

ARAÇ GEREÇ: Kalem

UYGULAMA BASAMAKLARI

1. Aşağıda verilen çok küçük ve çok büyük sayıları inceleyiniz.

* Atomun çekirdeğinde bulunan pozitif yüklü (+) proton parçacıklarının her birinin kütlesi yaklaşık $0,0000000000001672 \times 10^{-27}$ gramdır.

* Dünyamızda yaklaşık 7 500 000 000 insan bulunmaktadır.

2. Altı çizili sayıları, 10^x 'un tam sayı kuvvetlerini kullanarak katsayıları 1 ile 10 arasında olacak şekilde yazınız.

SONUÇLANDIRALIM

- ✓ Bu sayıları 10^x 'un tam sayı kuvvetlerini kullanarak yazmak size nasıl bir kolaylık sağladı? Tartışınız.

ÖRNEK 1

Türkiye'nin yüzölçümü 783 562 km² dir. Türkiye'nin yüz ölçümünü katsayısı 1 ile 10 arasında olacak şekilde 10^x 'un tam sayı kuvvetlerini kullanarak yazalım.

ÇÖZÜM

Türkiye'nin yüz ölçümünü 10^x 'un tam sayı kuvvetleri ile gösterelim.

Katsayının 1 ile 10 arasında olması için sayıyı 7,83562 şeklinde yazalım.

$783\,562 = 7,83562 \cdot 10^5$ olur.

ÜSLÜ İFADELER

BİLGİLENERİM

$|a|$, 1 veya 1'den büyük ve 10 'dan küçük bir gerçek sayı, n bir tam sayı olmak üzere $a \cdot 10^n$ gösterimi **bilimsel gösterim** olarak adlandırılır.



Aşağıdaki ifadelerde yer alan çok büyük sayıların bilimsel gösterimle yazınız.

a) Türkiye'nin nüfusu yaklaşık olarak 81 milyondur.

b) Ortalama bir insan vücudundaki toplam kılcal damarların uzunluğu yaklaşık 40 000 km'dir.

ÖRNEK 2

0,00000205 sayısını bilimsel gösterimle yazalım.

ÇÖZÜM

$$0,00000205 = \frac{205}{100\,000\,000}$$

Ondalık gösterim kesre çevrilir.

$$= 205 \cdot 10^{-8}$$

$$= 2,05 \cdot 10^{-6}$$

Katsayı 2,05 olacak şekilde düzenlenir.

0,00000205 sayısının bilimsel gösterimi $2,05 \cdot 10^{-6}$ olur.



Aşağıdaki çok küçük sayıların bilimsel gösterimlerini yazınız.

a) 0,00000000012

b) 0,00000465

ÖRNEK 3

$0,9102 \cdot 10^{15}$ ile $91,20 \cdot 10^{13}$ ondalık gösterimlerini bilimsel gösterim şeklinde yazıp karşılaştıralım.

ÇÖZÜM

$$0,9102 \cdot 10^{15} = 9,102 \cdot 10^{14}$$

$$91,20 \cdot 10^{13} = 9,120 \cdot 10^{14}$$

10 'ün kuvvetleri eşit olduğundan katsayıları karşılaştıralım.

$9,102 < 9,120$ olduğundan $9,102 \cdot 10^{14} < 9,120 \cdot 10^{14}$ tür.



$153,47 \cdot 10^{21}$ ile $10 \cdot 10^{22}$ sayılarını bilimsel gösterim şeklinde yazıp karşılaştırınız.

ÖRNEK 4

$\frac{2,13 \cdot 10^{-6} \square 21,3 \cdot 10^{-7}}{3 \cdot 10^{-9}}$ işleminin sonucunu bilimsel gösterimle yazalım.

ÇÖZÜM

$$\frac{2,13 \cdot 10^{-6} \square 21,3 \cdot 10^{-7}}{3 \cdot 10^{-9}} \square \frac{213 \cdot 10^{-8} \square 213 \cdot 10^{-8}}{3 \cdot 10^{-9}}$$

Pay kısmındaki 10'un kuvvetleri eşitlenir.

$$\square \frac{213 \square 213 \square 10^{-8}}{3 \cdot 10^{-9}}$$

Çarpma işleminin toplama işlemi üzerine dağılma özelliğinden yararlanır.

$$\square \frac{426 \cdot 10^{-8}}{3 \cdot 10^{-9}}$$

$$\square \frac{426}{3} \cdot 10^{-8-(-9)}$$

Katsayılar kendi aralarında, 10'un tam sayı kuvvetleri kendi aralarında bölünür.

$$\square 142 \cdot 10^{-8+9}$$

$$\square 142 \cdot 10^1$$

Bilimsel gösterimle yazılır.

$$\square 1,42 \cdot 10^3 \text{ olur.}$$



$\frac{0,125 \cdot 10^{15} - 2,5 \cdot 10^{13}}{0,05 \cdot 10^8}$ işleminin sonucunu bilimsel gösterimle yazınız.

UYGULAYALIM

1. Aşağıda çok büyük/küçük sayılar ile bu sayıların bilimsel gösterimleri verilmiştir. Bilimsel gösterimi doğru yazılmış olanlara (D), yanlış yazılmış olanlara (Y) yazınız. Yanlış ifadelerin doğrusunu belirtilen kutuya yazınız.

| Sayı = Bilimsel Gösterim | Doğru / Yanlış | Bilimsel Gösterim |
|--|--------------------------|----------------------|
| $650\ 000\ 000 = 65 \cdot 10^7$ | <input type="checkbox"/> | <input type="text"/> |
| $0,000000013 = 1,3 \cdot 10^8$ | <input type="checkbox"/> | <input type="text"/> |
| $0,0000986 = 9,86 \cdot 10^{-5}$ | <input type="checkbox"/> | <input type="text"/> |
| $80\ 000\ 000 = 8 \cdot 10^7$ | <input type="checkbox"/> | <input type="text"/> |
| $5\ 020\ 000 = 5,2 \cdot 10^6$ | <input type="checkbox"/> | <input type="text"/> |
| $0,000000000105 = 1,05 \cdot 10^{-10}$ | <input type="checkbox"/> | <input type="text"/> |

2. $3007 \cdot 10^9$ ve $12 \cdot 10^9$ üslü ifadelerini bilimsel gösterim şeklinde yazıp karşılaştırınız.
3. $0,000328$ sayısının bilimsel gösterimi $a \cdot 10^b$ olduğuna göre $5a \cdot 10^b$ ifadesinin bilimsel gösterimini yazınız.
4. $27\ 000\ 000 \cdot 300\ 000$ işleminin sonucunu bilimsel gösterimle yazınız.
5. Akif'in babasının kütlesi 80 kg 'dır. Bir çiçeğin kütlesini hassas teraziyile ölçen Akif'in bulduğu sonuç 4 mg 'dir. Akif'in babasının kütlesinin çiçeğin kütlesine oranını bilimsel gösterimle yazınız ($1\text{ kg} = 10^6\text{ mg}$).
6. $0,00000000094$ sayısının bilimsel gösterimi $a \cdot 10^n$ dir. Buna göre $a - n$ değeri aşağıdakilerden hangisidir?
 A) $-0,094$ B) $-0,94$ C) $-9,4$ D) -94

1. ÜNİTE DEĞERLENDİRME SORULARI

1. Tablodaki ifadelerden doğru olanların yanına (D), yanlış olanların yanına (Y) yazınız. Yanlış ifadelerin doğrusunu yazınız.

| İfadeler | D / Y | Yanlış ise Doğrusu |
|---|-------|--------------------|
| $5^0 + 5^{-1} = 5^{-1}$ | | |
| $96 \cdot 10^{15} = 0,96 \cdot 10^{17}$ | | |
| $EBOB(25, 125) = 25$ | | |
| 256 sayısının asal çarpanları 2 ve 3'tür. | | |

2. Aşağıdaki boşluklara uygun ifadeleri ya da sayıları yazınız.

- a) Aralarında asal sayılardan birisi 18 ise diğeri olabilir.
- b) $0,45 \cdot 10^{20}$ ve $361 \cdot 10^{19}$ sayılarının bilimsel gösterimi sırasıyla ve olur.
- c) $2^{32} \cdot 5^{31}$ işleminin sonucunda tane sıfır vardır.
- ç) 25^{42} sayısı, 5^{42} sayısının katıdır.

3. Aşağıda üslü biçimde yazılmış sayılardan hangisi yanlıştır?

- A) $56 = 2^3 \cdot 7$ B) $148 = 2^2 \cdot 37$ C) $228 = 2^2 \cdot 3 \cdot 19$ D) $310 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$

4. $\begin{array}{r} A \\ \hline 3 \end{array} \begin{array}{r} 5 \\ \hline 3 \end{array}$ $\begin{array}{r} A \\ \hline 3 \end{array} \begin{array}{r} 7 \\ \hline 3 \end{array}$ A sayısı 50 ile 100 arasında bir doğal sayı olduğuna göre A sayısı kaçtır?

- A) 55 B) 67 C) 70 D) 73

5. $\frac{0,3 \cdot 10^{21} + 0,78 \cdot 10^{22}}{3 \cdot 10^5}$ işleminin sonucunun bilimsel gösterimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $2,7 \cdot 10^{16}$ B) $7,8 \cdot 10^{16}$ C) $2,7 \cdot 10^{16}$ D) $270 \cdot 10^1$

6. $97,503 = a \cdot 10^1 + b \cdot 10^0 + c \cdot 10^{-1} + d \cdot 10^{-2}$ olduğuna göre $a + b + c + d$ kaçtır?

- A) 11 B) 12 C) 13 D) 14

7. $\frac{(-2^2 + 101^0) \cdot 9^{-5}}{3^{-1} \cdot 1^{27}}$ işleminin yapılışı aşağıda adım adım verilmiştir.

- I. $\frac{(-4 + 1) \cdot (3^2)^{-5}}{3^{-1} \cdot 1}$ II. $\frac{-3 \cdot 3^{-10}}{3^{-1}}$ III. -3^{-9+1} IV. -3^{-8}

Sorunun çözümünde hata varsa ilk hata hangi basamakta başlamıştır?

- A) I. B) II. C) III. D) Doğru çözülmüştür.

1. ÜNİTE

8. Bir A sayısı asal çarpanlarına ayrıldığında en küçük asal çarpan 3, en büyük asal çarpan 13 olduğuna göre A sayısı aşağıdakilerden hangisi olamaz?
- A) 39 B) 117 C) 195 D) 255
9. 9^{12} sayısının 27^3 sayısına oranı kaçtır?
- A) 9^6 B) 27^5 C) 3^{12} D) 9^5
10. 8^6 sayısının yarısını gösteren üslü ifadeyi yazınız.
11. a, b ve c birbirinden farklı asal sayılardır.
A = $a \cdot b^3 \cdot c^4$ şeklinde yazılan en küçük A doğal sayısını bulunuz.
12. Sude merdiven basamaklarını ikişer ikişer çıkıp üçer üçer indiğinde her defasında bir basamak artmaktadır. Basamak sayısı 20'den fazla olduğuna göre merdivenin en az kaç basamaklı olduğunu bulunuz.
13. İki hemşireden biri 8 günde, diğeri 12 günde nöbet tutmaktadır. İkisi birlikte nöbet tuttuktan en az kaç gün sonra birlikte nöbet tutacaklarını bulunuz.
14. $10^{-2} \cdot 10^k$ sayısı 23 basamaklı bir sayı olduğuna göre k'nin alabileceği değeri bulunuz.
15. EKOK'ları 90 olan birbirinden farklı iki sayının toplamının en fazla kaç olduğunu bulunuz.
16. 64 GB'lık bir hafıza kartı kaç MB hafızaya sahiptir? (1 GB = 2^{10} MB)
17. İki sayının en büyük ortak böleni ile en küçük ortak katının çarpımı 240'tır. Bu sayılardan biri 12 olduğuna göre diğer sayıyı bulunuz.
18. 42 litre koyun sütü ile 56 litre keçi sütü birbine karıştırılmadan, eşit hacimli şişelere doldurulacaktır. Bu şişelerin en çok kaç litre alacağını bulunuz.
19. Alanları 8 cm^2 ve 7 cm^2 , kenar uzunlukları birer tam sayı olan dikdörtgenler şeklindeki gibi yerleştirilmiştir. Oluşan yeni dikdörtgenin çevresi kaç santimetredir?
- | | |
|------------------|------------------|
| 8 cm^2 | 7 cm^2 |
|------------------|------------------|
20. Bir gemide A grubundan 100 kişi, B grubundan 96 kişi seyahat edecektir. Bu gemide her kamarada gruplar birbirine karışmadan ve eşit sayıda kişi kalacaktır. Buna göre gemide en az kaç kamaranın kullanılacağını bulunuz.

EĞLENELİM-ÖĞRENELİM

Aşağıda verilen kare bulmacada satırlar ve sütunlar 1-5 şeklinde isimlendirilmiştir. İlgili satır ve sütunlarda verilen işlemleri yaparak bulmacayı çözünüz.

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | | | | | |
| 2 | | | | | |
| 3 | | | | | |
| 4 | | | | | |
| 5 | | | | | |

SOLDAN SAĞA

1. Satır

- $5^2 = x$ ise $x = ?$
- $24 = 2^x \cdot 3$ ise $x = ?$

2. Satır

- Ardışık iki çift sayının EBOB'u kaçtır?
- EBOB (70, 80) = ?

3. Satır

- $0,009 \cdot 10^{25} = 9 \cdot 10^a$ ise $a = ?$
- $\frac{3^{-18} \cdot 3^{28}}{3^4} = 3^d$ ise $d = ?$

4. Satır

- $2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3 = x$ ise $x = ?$
- $\frac{2^{-7}}{2^{-10}} = 2^x$ ise $x = ?$

5. Satır

- Aralarında asal iki sayının EBOB'u kaçtır?
- En küçük asal sayı kaçtır?
- EBOB (2, 4) = ?

YUKARIDAN AŞAĞIYA

1. Sütun

- EKOK (2, 11) = ?
- $198 = 2 \cdot 3^3 \cdot a$ ise $a = ?$

2. Sütun

- $7^{10} \cdot 7 \cdot 7^{-6} = 7^x$ ise $x = ?$
- EBOB (100, 75) = ?

3. Sütun

- EKOK (3, 4) = ?
- 120 sayısının en küçük asal çarpanı kaçtır?

4. Sütun

- $2^5 \cdot 3^3 \cdot 5^3 = a^3$ ise $a = ?$
- $\frac{6^5}{2^5} = a^5$ ise $a = ?$

5. Sütun

- $2300 \cdot 10^4 = 23 \cdot 10^x$ ise $x = ?$
- Asal sayıların kaç farklı pozitif çarpanı vardır?

2. ÜNİTE

2. 1. KAREKÖKLÜ İFADELER

2. 2. VERİ ANALİZİ

İRRASYONEL

3,14

π

$2\sqrt{5}$

$a\sqrt{b}$



RASYONEL

TERİMLER VE KAVRAMLAR

- Tam Kare Pozitif Tam Sayılar
- Karekök
- Gerçek Sayı
- İrrasyonel Sayı

NELER ÖĞRENECEĞİZ?

- Tam kare pozitif tam sayılarla bu sayıların karekökleri arasındaki ilişkiyi belirlemeyi
 - Tam kare olmayan kareköklü bir sayının hangi iki doğal sayı arasında olduğunu belirlemeyi
 - Kareköklü bir ifadeyi $a\sqrt{b}$ şeklinde yazmayı ve $a\sqrt{b}$ şeklindeki ifadede katsayıyı karekök içine almayı
 - Kareköklü ifadelerde çarpma ve bölme işlemlerini yapmayı
 - Kareköklü ifadelerde toplama ve çıkarma işlemlerini yapmayı
 - Kareköklü bir ifade ile çarpıldığında, sonucu bir doğal sayı yapan çarpanlara örnek vermeyi
 - Ondalık ifadelerin kareköklerini belirlemeyi
 - Gerçek sayıları tanımayı, rasyonel ve irrasyonel sayılarla ilişkilendirmeyi öğreneceğiz.
-
- En fazla üç veri grubuna alt çizgi ve sütun grafiklerini yorumlamayı
 - Verileri sütun, daire veya çizgi grafiğiyle göstermeyi ve bu gösterimler arasında uygun olan dönüşümleri yapmayı öğreneceğiz.

Tam Kare Pozitif Tam Sayıların Karekökünü Bulma

Mimar Atlas Bey bir site projesi üzerinde çalışmaktadır. Bu site için şöyle bir plan yapmıştır:

1. blokta 1 daire
2. blokta 4 daire
3. blokta 9 daire
4. blokta 16 daire...

Atlas Bey bu örüntü ile devam ederek toplam 7 blok inşa edecektir.

Sizce bu sitedeki toplam daire sayısı nasıl hesaplanır?



ETKİNLİK

AMAÇ: Tam kare pozitif tam sayılar ile bu sayıların karekökleri arasındaki ilişkiyi belirlemek

ARAÇ GEREÇ: Kâğıt, kalem

UYGULAMA BASAMAKLARI

1. Sarı birimkarenin kenar uzunluğundan yararlanarak yeşil ve mor karelerin kenar uzunlukları ile alanlarını tahmin ediniz.

1br^2

2. Cetvel ile ölçüm yaparak yeşil ve mor karelerin kenar uzunlukları ile alanlarını bulunuz.
3. Birinci ve ikinci uygulama basamağında bulduğunuz sonuçları karşılaştırınız.

SONUÇLANDIRILIM

- ✓ Şekillerin alanları ile kenar uzunlukları arasında nasıl bir ilişki vardır? Tartışınız.

ÖRNEK 1

Aşağıdaki sayıların karelerini bulalım.

- a) 13
- b) 25

ÇÖZÜM

Bir sayının karesi bulunurken sayı kendisiyle çarpılır.

a) $13^2 = 13 \cdot 13 = 169$

b) $25^2 = 25 \cdot 25 = 625$

BİLGİLENERİM

Sıfırdan farklı bir tam sayının karesi olan sayılara **tam kare (karesel) sayılar** denir.



Aşağıdaki tabloda bulunan tam kare sayıları örneklerdeki gibi boyayınız.

| | | | | | | | | | | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
| 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 |
| 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 | 37 | 38 | 39 | 40 | 41 | 42 | 43 | 44 | 45 |
| 46 | 47 | 48 | 49 | 50 | 51 | 52 | 53 | 54 | 55 | 56 | 57 | 58 | 59 | 60 |
| 61 | 62 | 63 | 64 | 65 | 66 | 67 | 68 | 69 | 70 | 71 | 72 | 73 | 74 | 75 |
| 76 | 77 | 78 | 79 | 80 | 81 | 82 | 83 | 84 | 85 | 86 | 87 | 88 | 89 | 90 |
| 91 | 92 | 93 | 94 | 95 | 96 | 97 | 98 | 99 | 100 | 101 | 102 | 103 | 104 | 105 |
| 106 | 107 | 108 | 109 | 110 | 111 | 112 | 113 | 114 | 115 | 116 | 117 | 118 | 119 | 120 |
| 121 | 122 | 123 | 124 | 125 | 126 | 127 | 128 | 129 | 130 | 131 | 132 | 133 | 134 | 135 |
| 136 | 137 | 138 | 139 | 140 | 141 | 142 | 143 | 144 | 145 | 146 | 147 | 148 | 149 | 150 |

ÖRNEK 2

84 sayısına eklenince karesel sayı oluşturacak en küçük pozitif tam sayıyı bulalım.

ÇÖZÜM

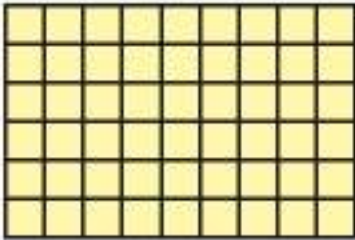
Tam kare sayılar 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, ... şeklinde devam etmektedir.

84'ten büyük en küçük tam kare sayı 100'dür.

Bu durumda eklenecek sayı $100 - 84 = 16$ olur.



Rengin, elinde bulunan bütün birimkareleri kullanarak aşağıdaki dikdörtgeni oluşturuyor. Bu birimkarelerden en az kaç birimkare çıkarırsa bir kare elde edebileceğini bulunuz.



ÖRNEK 3

Alanı 100 cm^2 olan bir karesel bölgenin kenar uzunluğunu bulalım.

ÇÖZÜM

Alanı 100 cm^2 olan bir karenin kenar uzunluğunu bulabilmek için 100 sayısının hangi doğal sayının karesi olduğunu bilmemiz gerekir.

$100 = 10 \cdot 10$ olduğundan karesel bölgenin bir kenar uzunluğu 10 cm olur.



Alanı 1225 br^2 olan karesel bölgenin bir kenar uzunluğunu bulunuz.

BİLGİLENERİM

Karekök alma, negatif olmayan bir sayının hangi sayının karesi olduğunu bulma işlemidir. $\sqrt{\quad}$ sembolü ile gösterilir. \sqrt{a} "karekök a" şeklinde okunur.

ÖRNEK 4

Alanı 900 dm^2 olan kare şeklindeki halinin bir kenar uzunluğunu bulalım.

ÇÖZÜM

Kare şeklindeki halinin bir kenar uzunluğunu bulmak için:

1. Yol: Karenin alan bağıntısından faydalanalım.

$$A_{\text{kare}} = a \cdot a = a^2 \text{ dir.}$$

$$a^2 = 900$$

$$\sqrt{a^2} = \sqrt{900}$$

$$\sqrt{a^2} = \sqrt{30^2}$$

$$a = 30$$

Karenin kenar uzunluğunu bulmak için her iki tarafın karekökü alınır.

Karesi 900 olan sayı bulunur.

900 sayısı 30'un karesidir.

2. Yol: 900 sayısını ardışık bölmeden yararlanarak asal çarpanlarına ayıralım.

| | | | |
|-----|---|---|---|
| 900 | 2 | $900 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5$ | <i>900 sayısı asal çarpanlarının çarpımı şeklinde ifade edilir.</i> |
| 450 | 2 | $\sqrt{900} = \sqrt{2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5}$ | <i>Sayılar ikiye bölünür.</i> |
| 225 | 3 | $= \sqrt{2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2}$ | <i>Üslü biçimde yazılır.</i> |
| 75 | 3 | $= \sqrt{30^2}$ | <i>Üsleri aynı olan sayıların tabanları çarpılır.</i> |
| 25 | 5 | $= 30$ | |
| 5 | 5 | | |
| 1 | | | |

İki çözüm yolunda da gördüğümüz gibi halinin bir kenar uzunluğu 30 dm **dir.**



Aşağıdaki sayıların kareköklerini bulunuz.

a) 64

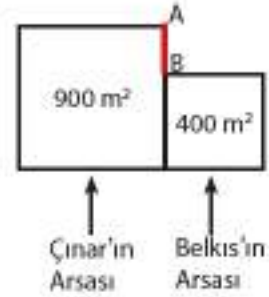
b) 169

c) 289

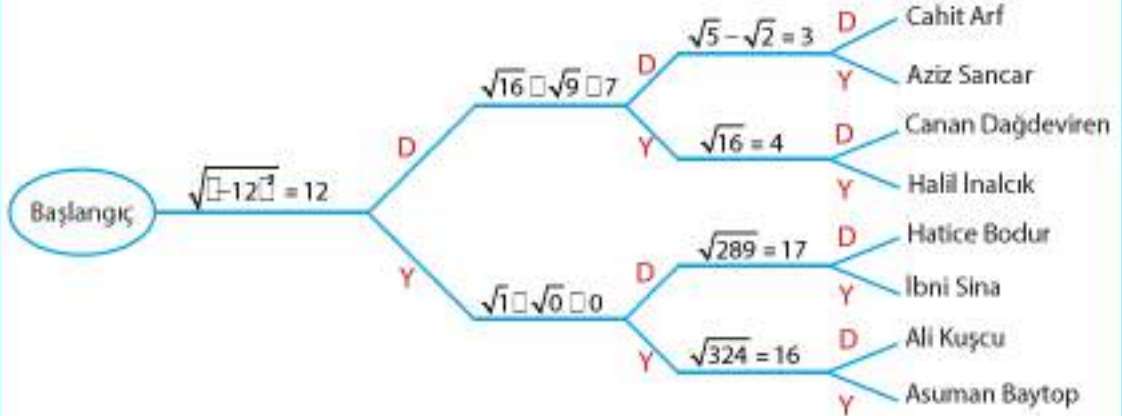
ç) 361

UYGULAYALIM

- 200 birimkareye en az kaç birimkare eklenirse bir karesel bölge elde edileceğini bulunuz.
- Aşağıda alanları verilen karelerin bir kenar uzunluklarını bulunuz.
 - $A = 36 \text{ km}^2$
 - $A = 625 \text{ mm}^2$
 - $A = 289 \text{ m}^2$
 - $A = 4900 \text{ hm}^2$
- 625 m^2 lik karesel bölge şeklindeki bahçenin etrafı tel örgü ile çevrilecektir. Bu iş için kaç metre tel örgü kullanılacağını bulunuz.
- Çınar'ın 900 m^2 , Belkis'in ise 400 m^2 büyüklüğünde olan arsaları yandaki gibi modellenmiştir. Modelde verilen [AB] üzerine, A ve B noktalarına da gelmek şartıyla 2 m aralıklarla kaç fidan dikileceğini bulunuz.



- Aşağıdaki diyagramda verilen işlemlerin sonuçları doğru ise (D), yanlış ise (Y) yolunu takip ederek çıkışa ulaşınız. Çıkışta ulaştığınız bilim insanının hangi alanda çalışmaları yaptığını araştırınız.



- Üç basamaklı en küçük tam kare sayısı ile iki basamaklı en büyük tam kare sayısı arasındaki fark kaçtır?

A) 19

B) 40

C) 54

D) 65

Tam Kare Olmayan Kareköklü Bir Sayının Hangi İki Doğal Sayı Arasında Olduğunu Belirleme

Bir belediye 1000 m^2 büyüklüğünde kare şeklindeki bir alanda çalışma yapacaktır. Alanın çevresini iş güvenliği için ikaz emniyet şeridi ile çevirecektir.

Belediyenin bu iş için kullanması gereken şerit uzunluğunu nasıl bulursunuz?



ETKİNLİK

DİKKATLİ KULLANALIM!



AMAÇ: Tam kare olmayan kareköklü bir sayının hangi iki doğal sayı arasında olduğunu belirlemek

ARAÇ GEREÇ: Kareli kâğıt, makas, kalem

UYGULAMA BASAMAKLARI

1. Aşağıda istenen sayılarda birimkareleri makas ve kareli kâğıttan faydalanarak hazırlayınız.

| Hazırlanacak Birimkare Sayısı | | |
|-------------------------------|--------------|--------------|
| 9 birimkare | 12 birimkare | 16 birimkare |

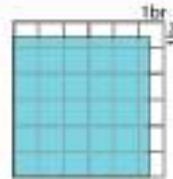
2. Birimkareleri yan yana getirerek karesel bölgeler oluşturmaya çalışınız.

SONUÇLANDIRALIM

- ✓ Üç durum için de karesel bölge oluşturup oluşturamadığınızı açıklayınız.
- ✓ Karesel bölge oluşturamadığınız şekle en az kaç birimkare eklerseniz veya çıkarırsanız bir karesel bölge elde edersiniz?

ÖRNEK 1

Yanda verilen mavi karenin kenar uzunluğunun hangi iki doğal sayı arasında olduğunu bulalım.



ÇÖZÜM

Mavi karenin kenar uzunluğuna x diyelim.

Mavi kareden küçük olan karenin alanı 25 br^2 , mavi kareden büyük olan karenin alanı 36 br^2 dir.

Mavi karenin alanı 25 br^2 ile 36 br^2 arasında olduğundan kenar uzunluğu da

$\sqrt{25} = 5 \text{ br}$ ile $\sqrt{36} = 6 \text{ br}$ arasında olur.

Bu durumda $5 < x < 6$ olduğundan mavi karenin kenar uzunluğu 5 ve 6 doğal sayıları arasındadır.

BİLGİLENERİM

Tam kare olmayan kareköklü bir sayının hangi iki doğal sayı arasında olduğunu bulmak için:

1. Karekökün içindeki sayının hangi iki tam kare sayı arasında olduğu bulunur.
2. Bulunan tam kare sayıların karekökü alınır.



$\sqrt{30}$ sayısına en yakın doğal sayı bulunuz.

| |
|--|
| |
|--|

UYGULAYALIM

1. $12 < \sqrt{A} < 14$ eşitsizliğinde A doğal sayısının alabileceği en küçük ve en büyük değeri bulunuz.

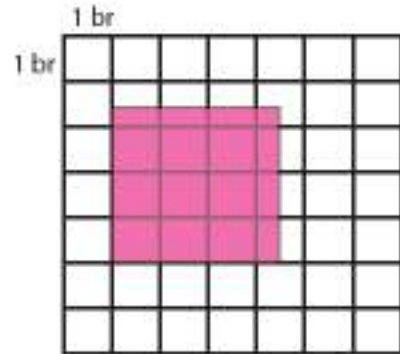
2. Aşağıdaki kareköklü sayılara en yakın doğal sayıları bulunuz.

a) $\sqrt{20}$

b) $\sqrt{48}$

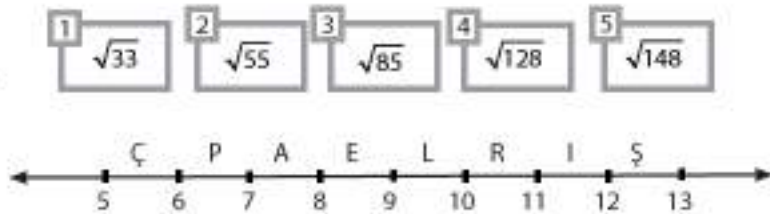
c) $\sqrt{110}$

3. Yanda verilen pembe karenin kenar uzunluğunun hangi iki tam sayı arasında olduğunu bulunuz.



4. $\sqrt{26}$ ile $\sqrt{101}$ arasında kaç tane doğal sayı olduğunu bulunuz.

5. Yanda numaralandırılmış kareköklü sayılar ile sayı doğrusu üzerinde bulunan harfleri eşleştiriniz. Eşleştirdiğiniz harfleri sırasıyla aşağıdaki kutulara yazınız.



| | | | | |
|--|--|--|--|--|
| | | | | |
|--|--|--|--|--|

6. $\sqrt{198}$ sayısı hangi iki doğal sayı arasındadır?

A) 11 ile 12

B) 12 ile 13

C) 13 ile 14

D) 14 ile 15

Kareköklü Bir İfadeyi $a\sqrt{b}$ Şeklinde Yazma ve Karekök Dışına Çıkarılmış Katsayıyı Karekök İçine Alma

Ekin, gönüllü toplum hizmeti çalışmaları kapsamında arkadaşlarına ilk yardımla ilgili bilgilendirme yapacaktır. Bu iş için ilk yardım çantası ve malzemelerini tanıtacaktır.

Ekin'in sunum yaparken kullandığı ilk yardım çantasının kenar uzunlukları arasındaki ilişki hakkında ne söyleyebilirsiniz?



ÖRNEK 1

$\sqrt{75}$ ifadesini $a\sqrt{b}$ biçiminde yazalım.

ÇÖZÜM

75 sayısı tam kare olmadığından $a\sqrt{b}$ şeklinde yazmak için 75 sayısını asal çarpanlarına ayıralım.

$$\begin{array}{l|l} 75 & 3 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \quad \begin{array}{l} 75 = 3 \cdot 5 \cdot 5 \\ \sqrt{75} = \sqrt{3 \cdot 5 \cdot 5} \\ = \sqrt{3 \cdot 5^2} \\ = 5 \cdot \sqrt{3} \text{ olur.} \end{array} \quad \text{Her iki tarafın karekökü alınır.}$$

Bu durumda $\sqrt{75}$ ifadesi $5\sqrt{3}$ biçiminde yazılır.

BİLGİLENELİM

Karekök içinde tam kare olmayan bir sayı varsa bu sayıyı $a\sqrt{b}$ şeklinde yazmak için:

1. Karekök içindeki sayı asal çarpanlarına ayrılır.
2. Çarpanlarından tam kare olan sayı veya sayılar karekök dışına çıkarılır ve bu sayılar çarpılır.
3. Tam kare olmayan sayı veya sayılar çarpılarak karekök içine yazılır.

$a\sqrt{b}$ şeklinde verilen bir sayıda, katsayıyı (a) karekök içine almak için:

1. Katsayının karesi bulunur (a^2).
2. Katsayının karesi ile karekök içindeki sayı çarpılır $\boxed{\sqrt{a^2 \cdot b}}$.



Aşağıdaki ifadeleri $a\sqrt{b}$ biçiminde yazınız.

a) $\sqrt{63}$

b) $\sqrt{162}$

c) $\sqrt{275}$

ç) $\sqrt{444}$

ÖRNEK 2

Tabanı karesel bölge şeklindeki bir havuzun alanı 45 m^2 dir. Bu havuzun bir kenar uzunluğunu bulalım.

ÇÖZÜM

Alanı 45 m^2 olan karesel bölgenin bir kenar uzunluğunu bulmak için 45 sayısının karekökünü alalım. Bulduğumuz sayıyı $a\sqrt{b}$ biçiminde yazalım.

$$A = a^2$$

Karenin alanı bir kenar uzunluğunun karesine eşittir.

$$45 = a^2$$

$$\sqrt{45} = \sqrt{a^2}$$

Her iki tarafın karekökü alınır.

$$\sqrt{45} = a$$

Havuzun bir kenar uzunluğunu $\sqrt{45} \text{ m}$ olarak buluruz. $\sqrt{45}$ ifadesini $a\sqrt{b}$ biçiminde yazalım.

$$a = \sqrt{45}$$

$$= \sqrt{9 \cdot 5}$$

Karekök içindeki sayının tam kare çarpanları bulunur.

$$= \sqrt{3^2 \cdot 5}$$

$$= 3 \cdot \sqrt{5}$$

Tam kare sayı karekök dışına çıkarılır.

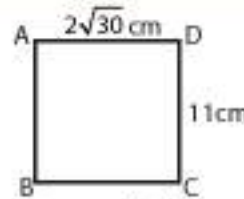
Havuzun bir kenar uzunluğu $3\sqrt{5} \text{ m}$ 'dir.



Alanı 35 m^2 olan kare şeklindeki oyun alanının bir kenar uzunluğunu $a\sqrt{b}$ biçiminde yazınız.

ÖRNEK 3

Yanda iki kenar uzunluğu da verilen dikdörtgenin kısa ve uzun kenarlarını belirleyelim.



ÇÖZÜM

Dikdörtgenin uzun ve kısa kenarını karşılaştırabilmek için uzunlukları aynı şekilde ifade edelim.

AD kenarının uzunluğu:

$$2\sqrt{30} = \sqrt{2^2 \cdot 30}$$

Katsayı olan 2, karekök içine 2^2 olarak yazılır.

$$= \sqrt{4 \cdot 30}$$

2^2 ifadesinin değeri bulunur ve 30 sayısı ile çarpılır.

$$= \sqrt{120} \text{ cm'dir.}$$

DC kenarının uzunluğu:

$$11 = \sqrt{11^2}$$

11 sayısı karekök içine 11^2 olarak yazılır.

$$= \sqrt{121} \text{ cm'dir.}$$

Bulduğumuz kareköklü ifadeleri karşılaştıralım.

$$\sqrt{120} < \sqrt{121} \text{ dir.}$$

Bu durumda DC kenarı uzun kenar, AD kenarı kısa kenar olur.



+ Katsayısı yazılmayan kareköklü ifadelerin katsayısı 1'dir.
+ $a\sqrt{b}$ ifadesinde a katsayısıyla kareköklü ifade çarpma durumundadır.
 $a\sqrt{b} = a \cdot \sqrt{b}$



Aşağıda $a\sqrt{b}$ şeklinde verilmiş ifadelerin katsayılarını karekök içine alınız ve karekök içindeki ifadeleri $a\sqrt{b}$ şeklinde yazınız.

a) $\sqrt{28}$

b) $10\sqrt{10}$

c) $\sqrt{208}$

ç) $9\sqrt{2}$

UYGULAYALIM

1. Aşağıdaki ifadeleri $a\sqrt{b}$ biçiminde yazınız.

a) $\sqrt{17}$

b) $\sqrt{75}$

c) $\sqrt{96}$

ç) $\sqrt{567}$

2. Aşağıdaki ifadelerin katsayılarını karekök içine alarak yazınız.

a) $2\sqrt{11}$

b) $8\sqrt{10}$

c) $2\sqrt{3}$

ç) $9\sqrt{15}$

3. Alanı 192 m^2 olan kare şeklindeki bahçenin bir kenarı boyunca açılacak kanalın uzunluğunu bulunuz.

4. Bir çiftçi tarlasının $3\sqrt{6}$ dönümüne mısır, $3\sqrt{7}$ dönümüne yonca ve $5\sqrt{2}$ dönümüne de buğday ekmiştir. Bu çiftçinin en çok hangi ürünü ektiğini bulunuz.

5. Aşağıdaki tabloda noktalı yerlere " $<$ ", " $>$ ", " $=$ " sembollerinden uygun olanı yazınız.

| | |
|-------------------------------|--------------------------------|
| $2\sqrt{3}$ $\sqrt{8}$ | $6\sqrt{3}$ $3\sqrt{12}$ |
| $5\sqrt{5}$ $3\sqrt{7}$ | $3\sqrt{5}$ $2\sqrt{11}$ |
| $7\sqrt{2}$ $5\sqrt{3}$ | $2\sqrt{9}$ $4\sqrt{10}$ |

6. a ve b 1'den farklı pozitif tam sayılar olmak üzere $\sqrt{72} = a\sqrt{b}$ eşitliğini sağlayan $a\sqrt{b}$ ifadelerini bulunuz.

7. a ve b birer doğal sayı olmak üzere $\sqrt{6300}$ sayısı, $a\sqrt{b}$ biçiminde yazıldığında b'nin en küçük değeri için a sayısı kaç olur?

A) 63

B) 30

C) 10

D) 7

Kareköklü İfadelerde Çarpma ve Bölme İşlemi

1 Kasım 1928’de Harf İnkılabı ile birlikte yeni Türk alfabesi kabul edilmiştir.

Atatürk bizzat kara tahta başına geçerek harfleri birçok ilde halka tanıtmıştır.

İrmak, Atatürk’ün Harf İnkılabı ile özdeşleşmiş yanda verilen dikdörtgen şeklindeki fotoğrafını çerçeveletecektir.



Fotoğrafın alanı 240 cm^2 ve bir kenar uzunluğu $6\sqrt{5} \text{ cm}$ olduğuna göre İrmak’ın verilmeyen kenar uzunluğunu nasıl bulabileceğini tartışınız.

ETKİNLİK

AMAÇ: Kareköklü ifadelerde çarpma işlemlerini yapmak

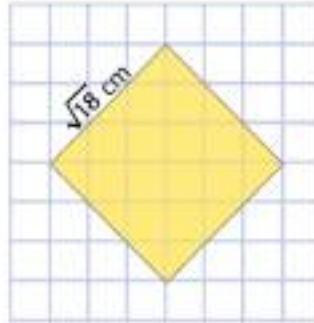
ARAÇ GEREÇ: Kalem

UYGULAMA BASAMAKLARI

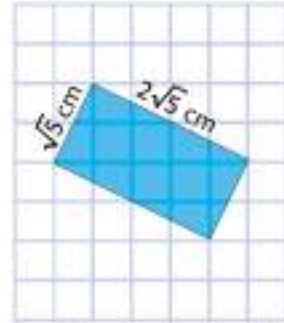
- Aşağıda verilen kare ve dikdörtgenlerin alanlarını birimkareleri sayarak örnekteki gibi şeklin altına yazınız.



$$A = 4 \text{ br}^2$$



$$A = \dots\dots\dots$$



$$A = \dots\dots\dots$$

- Tabloyu örnekteki gibi doldurunuz.

| Şekiller | Şekillerin Alanı | |
|--------------------|------------------------------|---|
| Kırmızı Dikdörtgen | $4 = \sqrt{16} \text{ br}^2$ | $\sqrt{2} \text{ br} \cdot \sqrt{8} \text{ br}$ |
| Sarı Kare | | |
| Mavi Dikdörtgen | | |

- Birimkareleri sayarak bulduğunuz alanlar ile kareköklü ifadelerde çarpma yaparak bulduğunuz alanlar eşittir.

SONUÇLANDIRILIM

- ✓ Üçüncü uygulama basamağında verilen bilgiyi kullanarak kareköklü ifadelerde çarpma işleminin nasıl yapıldığına dair bir genelleme yapınız.

ÖRNEK 1

Aşağıdaki çarpma işlemlerinin sonuçlarını bulalım.

a) $\sqrt{6} \cdot \sqrt{3}$

b) $2\sqrt{5} \cdot \sqrt{20}$

ÇÖZÜM

a) Karekök içindeki sayıları çarpalım.

$$\begin{aligned}\sqrt{6} \cdot \sqrt{3} &= \sqrt{6 \cdot 3} \\ &= \sqrt{18} \text{ olur.}\end{aligned}$$

b) Karekök içindeki sayıları kendi aralarında ve katsayıları kendi aralarında çarpalım.

$$\begin{aligned}2\sqrt{5} \cdot \sqrt{20} &= 2 \cdot 1 \cdot \sqrt{5 \cdot 20} \\ &= 2\sqrt{100} \\ &= 2\sqrt{10^2} \\ &= 2 \cdot 10 \\ &= 20 \text{ olur.}\end{aligned}$$

BİLGİLENERİM

Kareköklü ifadelerde çarpma işlemi yapılırken:

1. Katsayılar kendi aralarında çarpılarak katsayı şeklinde yazılır.
2. Karekök içindeki sayılar kendi aralarında çarpılarak karekökün içine yazılır.

$$a\sqrt{x} \cdot b\sqrt{y} = a \cdot b \cdot \sqrt{x \cdot y}$$



Aşağıdaki çarpma işlemlerinin sonuçlarını bulunuz.

a) $5\sqrt{3} \cdot 4\sqrt{11}$

b) $\sqrt{18} \cdot 3\sqrt{2}$

ÖRNEK 2

Kenar uzunlukları $2\sqrt{5}$ m ve $3\sqrt{2}$ m olan dikdörtgen şeklindeki bir duvarı tamamen kaplamak için kullanılacak duvar kağıdının alanını bulalım.

ÇÖZÜM

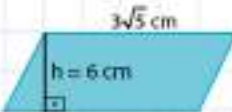
Kullanılacak duvar kağıdının alanını bulmak için duvarın alanını hesaplayalım.

Dikdörtgen şeklindeki duvarın alanı, uzun kenar uzunluğu ile kısa kenar uzunluğunun çarpımıdır.

$$\begin{aligned}A &= 2\sqrt{5} \cdot 3\sqrt{2} \\ &= 2 \cdot 3 \sqrt{5 \cdot 2} \\ &= 6\sqrt{10} \text{ m}^2 \text{ olur.}\end{aligned}$$



Aşağıda yüksekliği ve bir kenar uzunluğu verilen paralelkenarsal bölgenin alanını bulunuz.



ÖRNEK 3

$\sqrt{12}$ ifadesini doğal sayı yapan 3 çarpan bulalım.

ÇÖZÜM

1. Çarpan: $\sqrt{12}$ yi doğal sayı yapmak için kareköklü ifadeyi kendisiyle çarpalım.

$$\begin{aligned}\sqrt{12} \cdot \sqrt{12} &= \sqrt{12 \cdot 12} \\ &= \sqrt{12^2} \\ &= 12\end{aligned}$$

$\sqrt{12}$ sayısını doğal sayı yapan çarpanlardan biri $\sqrt{12}$ olur.

2. Çarpan: Kareköklü ifadeyi çarptığımızda sonucu doğal sayı yapan çarpanı bulmak için $\sqrt{12}$ yi, $a\sqrt{b}$ şeklinde yazalım.

$\sqrt{12}$ yi, $a\sqrt{b}$ şeklinde yazdığımızda $2\sqrt{3}$ sayısını elde ederiz. $2\sqrt{3}$ ifadesini doğal sayı yapmak için karekök içindeki sayıyı kendisi ile çarpalım.

$$\begin{aligned}2\sqrt{3} \cdot \sqrt{3} &= 2\sqrt{3 \cdot 3} \\ &= 2 \cdot 3 \\ &= 6\end{aligned}$$

$\sqrt{12}$ sayısını doğal sayı yapan çarpanlardan biri $\sqrt{3}$ tür.

3. Çarpan: $\sqrt{12} = 2\sqrt{3}$ sayısını doğal sayı yapmak için bu sayıyı $\sqrt{3}$ ifadesinin katlarından $[2\sqrt{3}, 3\sqrt{3}, \dots]$ biri ile çarpalım.

$$\begin{aligned}\sqrt{12} \cdot 5\sqrt{3} &= 2\sqrt{3} \cdot 5\sqrt{3} \\ &= 2 \cdot 5\sqrt{3 \cdot 3} \\ &= 10\sqrt{9} \\ &= 10 \cdot 3 \\ &= 30\end{aligned}$$

Sayı $5\sqrt{3}$ ile çarpılır.

Katsayılar kendi aralarında çarpılır, katsayı olarak yazılır.

Kareköklü sayılar karekök içinde çarpılır.

$\sqrt{12}$ sayısını doğal sayı yapan çarpanlardan biri $5\sqrt{3}$ tür.



$\sqrt{45}$ ifadesini doğal sayı yapan 2 çarpan bulunuz.

ÖRNEK 4

Aşağıdaki bölme işlemlerinin sonuçlarını bulalım.

$$a) \frac{\sqrt{90}}{\sqrt{18}}$$

$$b) \frac{5\sqrt{48}}{\sqrt{3}}$$

ÇÖZÜM

Kareköklü ifadelerde bölme işlemi yapılırken karekök içindeki ve dışındaki sayılar kendi aralarında bölünür.

$$\begin{aligned} a) \frac{\sqrt{90}}{\sqrt{18}} &= \sqrt{\frac{90}{18}} \\ &= \sqrt{5} \text{ olur.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b) \frac{5\sqrt{48}}{1\sqrt{3}} &= \frac{5}{1} \cdot \sqrt{\frac{48}{3}} \\ &= 5 \cdot \sqrt{16} \\ &= 5 \cdot 4 \\ &= 20 \text{ olur.} \end{aligned}$$

BİLGİLENELİM

Kareköklü ifadelerde bölme işlemi yapılırken:

1. Katsayılar kendi aralarında bölünür katsayı biçiminde yazılır.
2. Karekökün içindeki sayılar kendi aralarında bölünerek karekökün içine yazılır.

$$\frac{a\sqrt{x}}{b\sqrt{y}} = \frac{a}{b} \cdot \sqrt{\frac{x}{y}}$$



Aşağıdaki bölme işlemlerinin sonuçlarını bulunuz.

$$a) \frac{2\sqrt{54}}{\sqrt{6}}$$

$$b) \frac{5\sqrt{7}}{\sqrt{4}}$$

ÖRNEK 5

Bir terzi $\sqrt{300}$ m kumaşı $2\sqrt{3}$ m uzunluğunda parçalara ayırarak her parçadan bir kostüm dikmiştir. Buna göre terzinin diktiği kostüm sayısını bulalım.

ÇÖZÜM

Terzinin kaç kostüm diktiğini bulmak için toplam kumaşı her kostüm için gereken kumaş miktarına bölelim.

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{300}}{2\sqrt{3}} &= \frac{\sqrt{3 \cdot 100}}{2\sqrt{3}} \\ &= \frac{\sqrt{3} \cdot 10}{2\sqrt{3}} \\ &= \frac{10\sqrt{3}}{2\sqrt{3}} \\ &= 5 \end{aligned}$$

Terzi bu kumaşı kullanarak 5 kostüm dikmiştir.

Kareköklü İfadelerde Toplama ve Çıkarma İşlemi

Bir araziye yapılacak olan kare şeklindeki ofis ve otoparkın planı yanda verilmiştir. A ve B noktaları arasına yapılacak kapının uzunluğu $2\sqrt{2}$ metredir.

Sizce bu uzunluk bulunurken hangi işlemler yapılmıştır?



ETKİNLİK

AMAÇ: Kareköklü ifadelerde toplama ve çıkarma işlemlerini yapmak

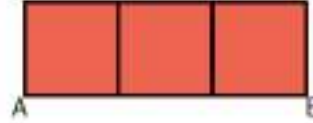
ARAÇ GEREÇ: Kalem

UYGULAMA BASAMAKLARI

1. Alanı 2 br^2 olan aşağıdaki karenin bir kenar uzunluğunu bulunuz.



2. Alanı 2 br^2 olan kareden 3 tanesi şekildedeki gibi yan yana dizilmiştir. Şekli inceleyiniz ve |AB|'ni bulunuz.



SONUÇLANDIRALIM

✓ Karenin bir kenar uzunluğu ile AB uzunluğu arasındaki ilişkiyi tartışınız.

ÖRNEK 1

Oyku aşağıda verilen sayılardan iki tanesi ile toplama işlemi yapacaktır.

Oyku'nün en büyük sayıyı elde etmesi için hangi iki sayıyı toplaması gerektiğini bulalım.

$$6\sqrt{3}$$

$$2\sqrt{3}$$

$$10\sqrt{3}$$

ÇÖZÜM

Tüm sayıların karekök içleri aynı olduğundan toplama işlemi yapılabilir. Sayıları ikişer ikişer toplayalım.

$$\begin{aligned} 2\sqrt{3} + 6\sqrt{3} &= 2 + 6 \sqrt{3} \\ &= 8\sqrt{3} \end{aligned}$$

2 ve 6 sayıları toplanır ve $\sqrt{3}$ e katsayı şeklinde yazılır.

$$\begin{aligned} 2\sqrt{3} + 10\sqrt{3} &= 2 + 10 \sqrt{3} \\ &= 12\sqrt{3} \end{aligned}$$

2 ve 10 sayıları toplanır ve $\sqrt{3}$ e katsayı şeklinde yazılır.

$$\begin{aligned} 6\sqrt{3} + 10\sqrt{3} &= 6 + 10 \sqrt{3} \\ &= 16\sqrt{3} \end{aligned}$$

6 ve 10 sayıları toplanır ve $\sqrt{3}$ e katsayı şeklinde yazılır.

Oyku $6\sqrt{3}$ ve $10\sqrt{3}$ sayılarını toplarsa en büyük sayıyı elde eder.

KAREKÖKLÜ İFADELER

BİLGİLENERİM

Karekök içleri aynı olan kareköklü sayılar toplanırken katsayılar toplanır, toplam katsayı olarak ortak kareköke yazılır.

$$a\sqrt{x} + b\sqrt{x} = (a+b)\sqrt{x}$$



a) $2\sqrt{10} + 10\sqrt{10}$

b) $20\sqrt{5} + 2\sqrt{5}$

ÖRNEK 2

$\sqrt{7} + 2\sqrt{3} + \sqrt{28}$ işleminin sonucunu bulalım.

ÇÖZÜM

Toplama işlemi yapabilmek için karekök içindeki ifadelerin aynı olması gerekir. Bu yüzden $\sqrt{28}$ sayısını $a\sqrt{b}$ şeklinde yazalım.

$$\sqrt{28} = \sqrt{2^2 \cdot 7} = 2\sqrt{7}$$

Bulduğumuz ifadeyi yerine yazarak toplama işlemini yapalım.

$$\sqrt{7} + 2\sqrt{3} + \sqrt{28} = \sqrt{7} + 2\sqrt{7} + 2\sqrt{3}$$

$$= 3\sqrt{7} + 2\sqrt{3}$$

$$= 3\sqrt{7} + 2\sqrt{3}$$

Karekök içleri aynı olmadığı için toplama işleminin sonucu $3\sqrt{7} + 2\sqrt{3}$ biçiminde kalır.



Aşağıdaki işlemleri yapınız.

a) $\sqrt{3} + 8\sqrt{12} + \sqrt{48}$

b) $5\sqrt{5} + \sqrt{125} + 4\sqrt{2}$

ÖRNEK 3

Bir yürüyüş grubu $14\sqrt{5}$ dam uzunluğundaki parkurun $\sqrt{320}$ dam'lık kısmını tamamlayarak mola vermiştir. Parkuru tamamlamak için kaç dekametre daha yürümeleri gerektiğini bulalım.

ÇÖZÜM

Yürünmesi gereken mesafeyi bulmak için parkurun uzunluğundan yürünen mesafeyi çıkaralım.

$\sqrt{320}$ dam mesafeyi $a\sqrt{b}$ şeklinde yazalım.

$$\sqrt{320} = \sqrt{2^2 \cdot 2^2 \cdot 2^2 \cdot 5} = 2 \cdot 2 \cdot 2\sqrt{5} = 8\sqrt{5} \text{ dam olur.}$$

Kalan yolu bulmak için toplam yoldan yürünen yolu çıkaralım.

$$\begin{aligned} 14\sqrt{5} - \sqrt{320} &= 14\sqrt{5} - 8\sqrt{5} \\ &= 6\sqrt{5} \text{ dam olur.} \end{aligned}$$

Grubun parkuru tamamlaması için $6\sqrt{5}$ dam daha yürümesi gerekir.

BİLGİLENELİM

Karekök içleri aynı olan kareköklü sayılar çıkarılırken katsayılar çıkarılır, fark katsayı olarak ortak kareköke yazılır.

$$a\sqrt{x} - b\sqrt{x} = (a - b)\sqrt{x}$$



Aşağıdaki işlemleri yapınız.

a) $9\sqrt{7} - \sqrt{7}$

b) $3\sqrt{32} - 5\sqrt{8}$

ÖRNEK 4

$\sqrt{280} - \sqrt{15}$ işleminin sonucunu bulalım.

ÇÖZÜM

$\sqrt{280}$ sayısını $a\sqrt{b}$ şeklinde yazalım.

$$\sqrt{280} = \sqrt{2^2 \cdot 70} = 2\sqrt{70} \text{ olur.}$$

Bulunan ifadeyi yerine yazarak çıkarma işlemini yapalım.

$$\sqrt{280} - \sqrt{15} = 2\sqrt{70} - \sqrt{15}$$

Karekök içleri aynı olmadığı için çıkarma işleminin sonucu $2\sqrt{70} - \sqrt{15}$ biçiminde kalır.



Aşağıdaki işlemleri yapınız.

a) $2\sqrt{288} - 5\sqrt{8}$

b) $\sqrt{200} - 2\sqrt{363}$

Ondalık İfadelerin Kareköklerini Belirleme

Binlerce yıldır Anadolu topraklarında insanlarla birlikte yaşayan Van kedilerinin nesli tükenme tehlikesiyle karşı karşıyadır. Eskiden Van yöresinde sıkça rastlanan ve neredeyse her evde bulunan Van kedilerinin sayısının azalmasındaki başlıca nedenler melezleşmeleri ve doğal yaşam alanlarından kopararak yurt dışına kaçınılmalarıdır.

Küçük Van kedimiz Yumak, yandaki ağaca tırmanmış ama ağaçtan inememiştir.

Sizce Yumak'ı kurtarmaya gelen itfaiyecinin tırmanacağı yükseklik nasıl hesaplanır?



ETKİNLİK

DİKKATLİ KULLANALIM!



AMAÇ: Ondalık ifadelerin kareköklerini belirlemek

ARAÇ GEREÇ: Karton, makas, cetvel, kalem, torba

UYGULAMA BASAMAKLARI

1. 4-5 kişilik gruplar oluşturunuz.
2. Bir kartondan eş büyüklükte 20 kart keserek tabloda verilen sayıları kartlara yazınız.

| | | | | |
|----------------------------------|----------------------------------|---------------------------------|------------------------------------|--------------------------------|
| $\frac{\sqrt{64}}{\sqrt{100}}$ | $\frac{\sqrt{81}}{\sqrt{100}}$ | $\frac{\sqrt{121}}{\sqrt{100}}$ | $\frac{\sqrt{9}}{\sqrt{100}}$ | $\frac{\sqrt{25}}{\sqrt{100}}$ |
| $\frac{\sqrt{49}}{\sqrt{10000}}$ | $\frac{\sqrt{16}}{\sqrt{10000}}$ | $\frac{\sqrt{256}}{\sqrt{100}}$ | $\frac{\sqrt{36}}{\sqrt{1000000}}$ | $\sqrt{0}$ |
| 0 | 0,8 | 0,9 | 1,1 | 0,3 |
| 0,5 | 0,07 | 0,04 | 1,6 | 0,006 |

3. Kareköklü ifadelerin yazılı olduğu kartları bir torbanın içine atınız.
4. Ondalık gösterimlerin yazılı olduğu kartları masanıza bırakınız.
5. Torbanın içinden bir kart çekiniz ve çektiğiniz karta karşılık gelen ondalık gösterimi eşleştiriniz.

SONUÇLANDIRALIM

- ✓ Ondalık gösterimlerin karekök dışına çıkarılmasıyla ilgili bir çıkarımda bulununuz.

ÖRNEK 1

Ceren yanda görülen koşu parkurunda her gün bir tur koşmaktadır. Bu durumda Ceren'in bir ayda (30 gün) kaç kilometre koştuğunu bulalım.



ÇÖZÜM

Ceren'in koştuğu parkur dikdörtgen şeklinde olduğundan bir turda kaç kilometre koştuğunu bulabilmek için dikdörtgenin çevresinin uzunluğunu bulalım.

Dikdörtgenin çevresi, uzun ve kısa kenar uzunlukları toplamının iki katına eşittir.

$$\begin{aligned}\sqrt{0,36} &= \sqrt{\frac{36}{100}} = \frac{6}{10} & \sqrt{0,64} &= \sqrt{\frac{64}{100}} = \frac{8}{10} \\ &= 0,6 \text{ km} & &= 0,8 \text{ km}\end{aligned}$$

Dikdörtgenin çevresi:

$$\begin{aligned}2 \cdot (\sqrt{0,36} + \sqrt{0,64}) &= 2 \cdot (0,6 + 0,8) \\ &= 2 \cdot 1,4 \\ &= 2,8 \text{ km}\end{aligned}$$

Ceren bir günde 2,8 km koşmaktadır.

Bir ayda: $30 \cdot 2,8 = 84$ km koşar.

BİLGİLENERİM

Kesir olarak ifade edildiğinde payı ve paydası tam kare olan bir ondalık gösterimin karekökünü bulmak için:

1. Ondalık gösterim kesir olarak yazılır.
2. Payın ve paydanın karekökleri bulunur.
3. Bulunan kesir ondalık gösterim ile ifade edilir.



Ağırlığı 68 kg olan bir kişi 4,8 km yürüdüğünde yaklaşık 320 kalori yakmaktadır. Bu kişinin aşağıdaki saha etrafında 3 tur yürümesiyle yakacağı kalori miktarını bulunuz.



ÖRNEK 2

Kenar uzunlukları $\sqrt{3,61}$ cm ve $\sqrt{4,41}$ cm olan bir paralelkenarın çevresini bulalım.

ÇÖZÜM

Paralelkenarın çevresi uzun ve kısa kenar uzunlukları toplamının iki katıdır.

$$\text{Çevre} = 2 \cdot (\sqrt{3,61} + \sqrt{4,41})$$

$$= 2 \cdot \left(\sqrt{\frac{361}{100}} + \sqrt{\frac{441}{100}} \right)$$

$$= 2 \cdot \left(\frac{19}{10} + \frac{21}{10} \right)$$

$$= 2 \cdot (1,9 + 2,1)$$

$$= 2 \cdot 4$$

$$= 8 \text{ cm olur.}$$



Kenar uzunlukları $\sqrt{0,25}$ cm ve $\sqrt{0,04}$ cm olan bir dikdörtgenel bölgenin alanını bulunuz.

ÖRNEK 3

$\sqrt{2,25} - \sqrt{0,09}$ işleminin sonucunu bulalım.

ÇÖZÜM

Ondalık gösterimlerin kareköklerini alarak çıkarma işlemini yapalım.

$$\begin{aligned} \sqrt{2,25} - \sqrt{0,09} &= \sqrt{\frac{225}{100}} - \sqrt{\frac{9}{100}} \\ &= \frac{15}{10} - \frac{3}{10} \\ &= \frac{12}{10} \\ &= 1,2 \text{ olur.} \end{aligned}$$

Ondalık gösterimler kesir olarak yazılır.

Pay ve paydanın karekökü alınır.



Aşağıdaki işlemlerin sonuçlarını bulunuz.

a) $\sqrt{0,0169} - \sqrt{0,25}$

b) $\frac{\sqrt{0,0081}}{\sqrt{0,0001}}$

UYGULAYALIM

1. Aşağıdaki tabloda sayılar ve yapılacak işlemler verilmiştir. Bu işlemleri yaparak sonuçları bulunuz.

| Sayı | İşlem | Sayı | İşlem | Sayı | Sonuç |
|---------------|-------|---------------|-------|---------------|-------|
| $\sqrt{2,25}$ | + | $\sqrt{0,25}$ | - | $\sqrt{0,16}$ | = |
| $\sqrt{1,96}$ | - | $\sqrt{0,01}$ | + | $\sqrt{0,09}$ | = |
| $\sqrt{3,24}$ | : | $\sqrt{0,81}$ | · | $\sqrt{2,89}$ | = |
| $\sqrt{1,21}$ | - | $\sqrt{0,04}$ | : | $\sqrt{4,84}$ | = |

2. Aşağıdaki ifadeleri örnekteki gibi eşleştiriniz.

| | | |
|---------------|---|----------------|
| $\sqrt{0,01}$ | ↔ | $(0,3)^2 - 10$ |
| $\sqrt{0,81}$ | | $\frac{1}{10}$ |
| $\sqrt{1,44}$ | | $\frac{6}{5}$ |
| $\sqrt{3,24}$ | | 0,8 |
| $\sqrt{0,64}$ | | |
| $\sqrt{2,25}$ | | |

3. Aşağıdaki kareköklü ifadelerin değerlerini bulunuz.

a) $\sqrt{0,0004}$

b) $\sqrt{6,25}$

c) $\sqrt{0,49}$

4. x ve y pozitif tam sayılar olmak üzere $\sqrt{\frac{x}{y}} = 0,5$ verilmiştir. Buna göre y - x ifadesinin alabileceği en küçük değeri bulunuz.

5. Alanı 4,84 cm² olan karesel bölgenin çevresini bulunuz.

6. $5\sqrt{0,0001} \square \sqrt{0,09}$ işleminin sonucu kaçtır?

A) 0,31

B) 0,35

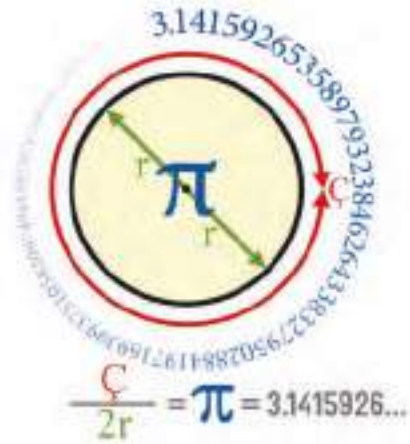
C) 0,4

D) 1

Gerçek Sayılar

π sayısı, çemberin çevre uzunluğunun çemberin çapına oranıdır. Bu oran;

3,141592653589793238462643383279502884197169399
3751058209749445923078164062862089986280348253
4211706798214808651328230664709384460955058223
1359408128481117450284102701938521105559644622
9489549303819644288109756659334461284756482337
86783...



Çalışmalarımızda kullandığımız π sayısı, bazı problemlerde işlem kolaylığı açısından yaklaşık olarak "3", "3,14" veya " $\frac{22}{7}$ " verilir.

π sayısına benzer sayılar söyleyiniz. Bu tür sayılar nasıl isimlendirilir? Tartışınız.

ETKİNLİK

AMAÇ: Gerçek sayıları, rasyonel ve irrasyonel sayılarla ilişkilendirmek

ARAÇ GEREÇ: Kalem

UYGULAMA BASAMAKLARI

1. Yanda verilen sayılar ortak özelliklerine göre birinci ve ikinci grup olarak sınıflandırılmıştır.

2. Birinci grupta verilen sayıları inceleyiniz. Bu sayıların ortak özelliklerini belirtiniz.

3. İkinci grupta verilen sayıları inceleyiniz. Bu sayıların ortak özelliklerini belirtiniz.

1. grup

$$\sqrt{\frac{121}{64}}, 1, \bar{4}, \frac{2}{9}, \sqrt{225}$$

2. grup

$$\sqrt{\frac{15}{72}}, \sqrt{125}, \sqrt{7}, \sqrt{10}$$

SONUÇLANDIRILIM

✓ Birinci ve ikinci gruptaki sayıların tamamını içeren bir sayı grubu var mıdır? Tartışınız.

ÖRNEK 1

Aşağıda verilen ifadeleri rasyonel sayı $\left(\frac{a}{b}\right)$ şeklinde yazalım.

a) 7

b) 2,5

c) $\sqrt{36}$

ç) $4,1\bar{2}$

ÇÖZÜM

a ve b birer tam sayı ve $b \neq 0$ olmak üzere $\frac{a}{b}$ şeklinde yazılabilen sayılar rasyonel sayıdır.

a) $7 = \frac{7}{1}$ şeklinde yazılır.

b) $2,5 = \frac{25}{10}$ şeklinde yazılır.

c) $\sqrt{36}$ ifadesinde 36'yı karekök dışına çıkaralım.

$$\sqrt{36} = \sqrt{6^2}$$

$$= 6$$

$$= \frac{6}{1} \text{ şeklinde yazılır.}$$

ç) $4,1\bar{2}$ devirli ondalık gösterimine karşılık gelen rasyonel sayıyı bulmak için devirli kısmı yok edelim.

$4,1\bar{2}$ sayısına x diyelim.

$$x = 4,12222\dots$$

$4,1\bar{2}$ sayısının devreden kısmı bir basamaklı olduğu için eşitliğin her iki tarafını 10 ile çarpalım.

$$10x = 41,22222\dots$$

Devreden kısmı yok etmek için $10x$ değerinden x değerini çıkaralım.

$$10x = 41,22222\dots$$

$$\underline{-} \quad x = 4,12222\dots$$

$$9x = 37,1$$

$$x = \frac{37,1}{9}$$

$$x = \frac{371}{90}$$

BİLGİLENERİM

İki tam sayının birbirine oranı $\left(\frac{a}{b}, b \neq 0\right)$ şeklinde yazılabilen sayılara **rasyonel sayı**; yazılamayan sayılara ise **irrasyonel sayı** denir.

Rasyonel ve irrasyonel sayıların birleşmesiyle oluşan sayılara **gerçek sayılar** denir. Gerçek sayılar **R** ile gösterilir.



Aşağıda verilen ifadeleri rasyonel sayı $\left(\frac{a}{b}\right)$ şeklinde yazınız.

a) 9

b) $3,\bar{8}$

c) $2\sqrt{169}$

ÖRNEK 2

Hesap makinesi yardımıyla $\sqrt{137}$ ve $-\sqrt{30}$ sayılarının irrasyonel sayı olup olmadığını inceleyelim.

ÇÖZÜM

Hesap makinesinde 137 yazalım ve karekök tuşuna basalım.

$\sqrt{137} = 11,7046999107\dots$ sayısının kesir kısmı 7046999107... olduğundan devirli olmadığı görülür. Bu durumda $\sqrt{137}$ ifadesi irrasyonel sayıdır.

Hesap makinesinde 30 yazalım ve karekök tuşuna basalım. Sayı negatif kareköklü olduğundan \pm tuşuna basalım.

$-\sqrt{30} = -5,4772255750\dots$ sayısının kesir kısmı 4772255750... olduğundan devirli olmadığı görülür. Bu durumda $-\sqrt{30}$ ifadesi irrasyonel sayıdır.



Hesap makinesi yardımıyla aşağıdaki sayıların irrasyonel sayı olup olmadıklarını bulunuz.

a) $\sqrt{200}$

b) $\sqrt{0,15}$

ÖRNEK 3

Aşağıdaki sayıların gerçek sayı olup olmadıklarını bulalım.

a) $5,4\bar{3}$

b) $\sqrt{101}$

ÇÖZÜM

a) $5,4\bar{3} = \frac{543 - 54}{90} = \frac{489}{90}$ devirli ondalık gösterimi $\frac{a}{b}$ şeklinde yazıldığı için rasyonel sayıdır.

Her rasyonel sayı, aynı zamanda bir gerçek sayıdır.

b) $\sqrt{101}$ ifadesinde 101, tam kare sayı olmadığı için karekökün dışına doğal sayı olarak çıkarılamaz. Bu durumda $\sqrt{101}$ sayısı $\frac{a}{b}$ şeklinde yazılamadığı için irrasyonel sayıdır.

Her irrasyonel sayı aynı zamanda bir gerçek sayıdır.



Devirli bir ondalık gösterimi rasyonel sayı şeklinde yazmak için sayının tamamından devretmeyen kısmı çıkarılarak paya yazılır. Paydaya ise ondalık kısımdaki devreden basamak sayısı kadar 9 ve devretmeyen basamak sayısı kadar 0 (sıfır) yazılır.



Aşağıda verilen gerçek sayıları şemada uygun yere yazınız.

- 1,4142135623... · $\sqrt{20}$ · $\sqrt{128}$ · $\sqrt{441}$
 · 0 · 5π · $6,2\bar{1}$ · -7^{-2}



UYGULAYALIM

1. Aşağıdaki boşluklara uygun ifadeleri yazınız.

- a) π , e , $\sqrt{7}$, $\sqrt{15}$ gibi sayılara sayılar denir.
 b) $9,2$, $\frac{3}{2}$, 7 , -3 gibi sayılara sayılar denir.
 c) $a, b \in \mathbb{Z}$ ve $b \neq 0$ olmak üzere $\frac{a}{b}$ şeklinde yazılamayan sayılara sayılar denir.
 ç) Tam kare sayıların karekökü alındığında elde edilen sayılar sayıdır.
 d) Sayı doğrusunda aldığımız herhangi bir sayı kesinlikle sayıdır.

2. $\sqrt{0,9} \square \frac{9}{16}$ ifadesinin bir rasyonel sayı olup olmadığını bulunuz.

3. a bir doğal sayı olmak üzere $\sqrt{7} \square a \square 6$ ifadesinde $\sqrt{7} \square a$ ifadesini doğal sayı yapan a değerlerini bulunuz.

4. Alanı $\sqrt{124}$ br² olan dikdörtgenin kısa kenarının uzunluğu 2 br'dir. Buna göre verilmeyen kenar uzunluğunun rasyonel sayı olup olmadığını bulunuz.

5. $\frac{\sqrt{0,04} \square \sqrt{[-0,2]^2}}{\sqrt{0,16}}$ işleminin sonucunu bulunuz.

6. Aşağıdakilerden hangisi bir irrasyonel sayıdır?

A) 3π

B) $\frac{30}{5}$

C) $2,1\bar{5}$

D) $\sqrt{0,09}$

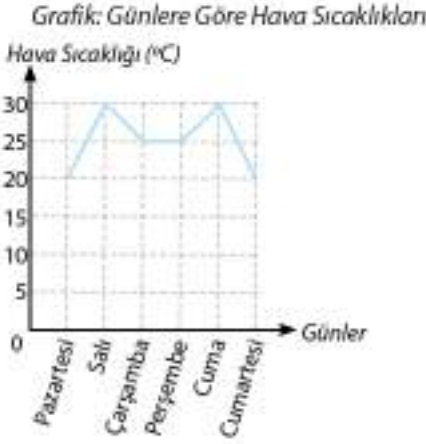
Verileri Uygun Grafiklerle Gösterme ve Yorumlama

Günlük hayatta birçok verinin tablo ve grafikler yardımıyla gösterildiğini biliyoruz. Verilen tablo ve grafikleri inceleyiniz.

Sizce tablo ve grafiklerin günlük hayatta kullanımı ne gibi kolaylıklar sağlar?

Tablo: Aylara Göre Cep Telefonu Satış Miktarı

| Ay | Ocak | Şubat | Mart | Nisan | Mayıs |
|---------------|------|-------|------|-------|-------|
| Satış Miktarı | 30 | 32 | 36 | 36 | 40 |



ETKİNLİK

AMAÇ: Verileri sütun, daire veya çizgi grafiği ile göstermek ve bu gösterimler arasında dönüşümler yapmak

ARAÇ GEREÇ: Kalem

UYGULAMA BASAMAKLARI

- Aşağıda verilen araştırma sorularını inceleyiniz.
 - Sınıf arkadaşlarınızın en sevdiği spor dalı nedir?
 - Sınıf arkadaşlarınızın en sevdiği yemek nedir?
 - Sınıf arkadaşlarınızın en sevdiği renk nedir?
- Araştırma sorularından birini seçiniz ve seçtiğiniz araştırma sorusu ile ilgili veri toplayınız.
- Topladığınız verilere uygun bir grafik oluşturunuz.
- Oluşturduğunuz grafiği farklı bir grafik türüne dönüştürünüz.

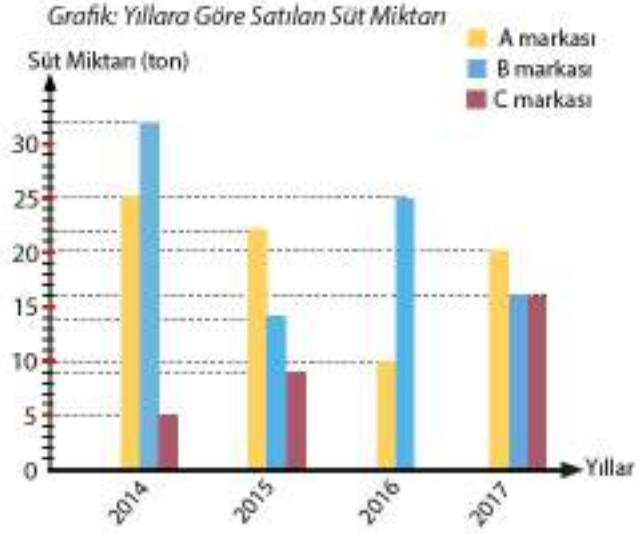
SONUÇLANDIRALIM

- ✓ Grafikler arasında dönüşümler yaparken nelere dikkat edilmelidir?
- ✓ Bir veri grubu her zaman iki farklı grafikte gösterilebilir mi? Örneklerle açıklayınız.

ÖRNEK 1

Yandaki sütun grafiğinde üç markanın dört yıllık süt satış miktarları verilmiştir. Bu grafiğe göre:

- 2016 yılına ait satışın 2 sütunla gösterilme nedenini bulalım.
- En çok satış yapılan yılı bulalım.
- En az satış yapan markayı bulalım.



ÇÖZÜM

- 2014, 2015 ve 2017 yıllarında üç marka da satış yaptığı için üç sütunla gösterilmiştir. 2016 yılında C markası satış yapmadığı için iki sütunla gösterilmiştir.

- Yıllara göre toplam satış miktarlarını bulalım.

$$2014 \text{ yılı: } 25 + 32 + 5 = 62 \text{ ton}$$

$$2015 \text{ yılı: } 22 + 14 + 9 = 45 \text{ ton}$$

$$2016 \text{ yılı: } 10 + 25 + 0 = 35 \text{ ton}$$

$$2017 \text{ yılı: } 20 + 16 + 16 = 52 \text{ ton}$$

Buna göre en çok satışın yapıldığı yıl 2014 yılıdır.

- A, B ve C markalarının toplam satış miktarını bulalım.

$$A \text{ markası: } 25 + 22 + 10 + 20 = 77 \text{ ton}$$

$$B \text{ markası: } 32 + 14 + 25 + 16 = 87 \text{ ton}$$

$$C \text{ markası: } 5 + 9 + 0 + 16 = 30 \text{ ton}$$

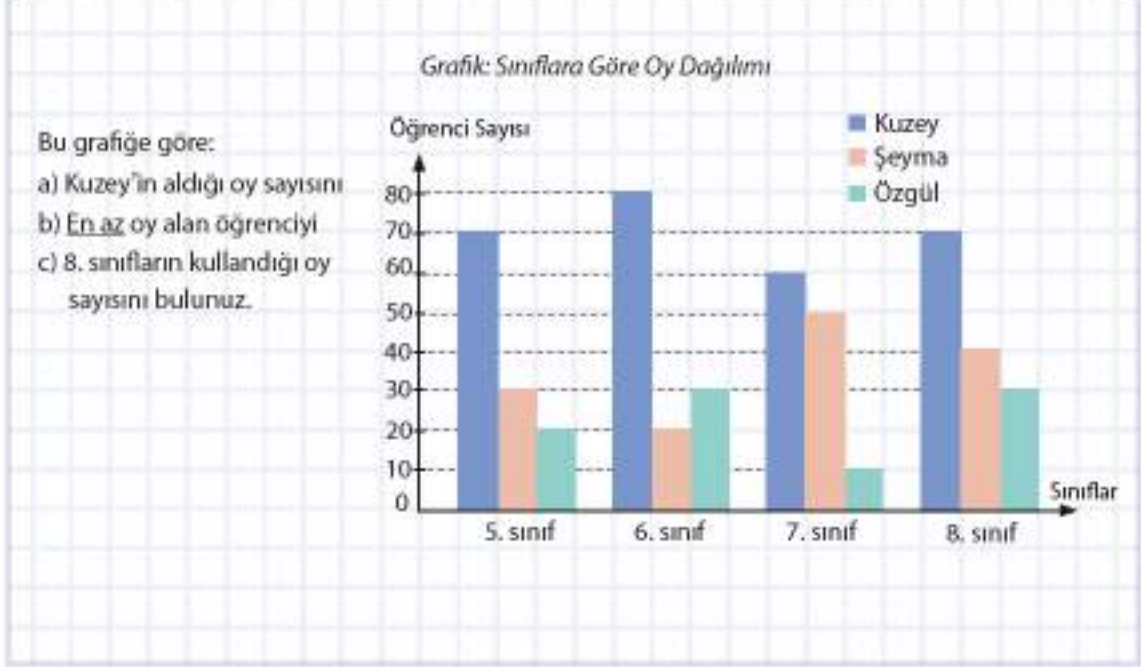
Buna göre en az satışı C markası yapmıştır.

BİLGİLENELİM

Sütun grafiklerinin yorumlanmasında sütun yükseklikleri dikkate alınır, sütun genişlikleri dikkate alınmaz.



Aşağıdaki sütun grafiğinde bir ortaokulun öğrenci temsilcisi seçimindeki oy dağılımı verilmiştir.



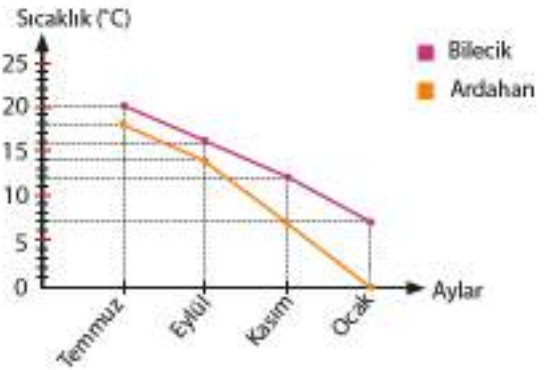
ÖRNEK 2

Yandaki grafikte Ardahan ve Bilecik illerinin dört aylık sıcaklık ortalamalarının yaklaşık değerleri verilmiştir.

Bu grafiğe göre:

- Sıcaklık farkının en çok olduğu ayı bulalım.
- Sıcaklık ortalaması düşük olan ili bulalım.

Grafik: Aylara Göre Sıcaklık Ortalamaları



ÇÖZÜM

a) Aylara göre sıcaklık farkını bulalım.

Temmuz: $20 - 18 = 2^\circ\text{C}$ **Eylül:** $16 - 14 = 2^\circ\text{C}$ **Kasım:** $12 - 7 = 5^\circ\text{C}$ **Ocak:** $7 - 0 = 7^\circ\text{C}$

Buna göre sıcaklık farkının en çok olduğu ay Ocak ayıdır.

b) İllerin sıcaklık ortalamalarını bulalım.

Bilecik: $\frac{20 + 16 + 12 + 7}{4} = \frac{55}{4} = 13,75^\circ\text{C}$ **Ardahan:** $\frac{18 + 14 + 7 + 0}{4} = \frac{39}{4} = 9,75^\circ\text{C}$

Sıcaklık ortalaması düşük olan il Ardahan'dır.



Aşağıdaki grafikte A ve B şirketlerinin 2011'den 2017'ye kadar ödemiş oldukları vergi miktarları gösterilmiştir. Bu grafiğe göre:

- A şirketinin en çok vergi ödediği yılı bulunuz.
- B şirketinin en az vergi ödediği yılı bulunuz.
- A şirketinin ödediği verginin B şirketinden fazla olduğu yılları bulunuz.
- 2015 yılında B şirketinin A şirketinden ne kadar fazla vergi ödediğini bulunuz.
- A şirketinin 2017 yılındaki ödediği verginin 2013 yılındaki ödediği vergiden ne kadar fazla olduğunu bulunuz.

Grafik: 2011 - 2017 Yılları Arası Vergi Miktarı



ÖRNEK 3

Aşağıdaki tabloda iki milli parkta bulunan kuş popülasyonuna ait veriler gösterilmektedir. Bu verilere ait en uygun grafiği belirleyip çizelim.

Tablo adı: Kuş Türlerinin Milli Parklara Göre Dağılımı

| Kuş Cinsi Milli Park | Saka | Güvercin | Serçe | Bülbül | Kırlangıç |
|-------------------------|------|----------|-------|--------|-----------|
| A Milli Parkı | 80 | 85 | 82 | 84 | 85 |
| B Milli Parkı | 77 | 80 | 83 | 78 | 73 |

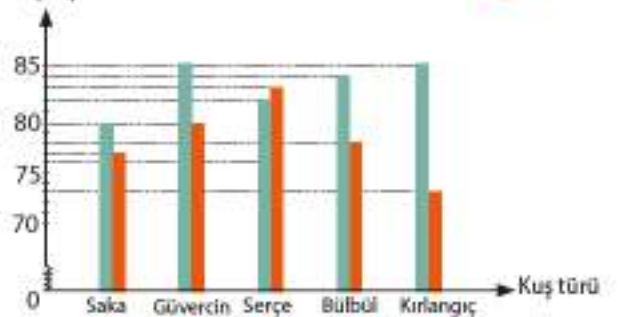
ÇÖZÜM

Tabloda kuş türü sayıları gruplandırılarak verildiği için sütun grafiği ile gösterilmesi uygundur.

Yatay eksen "Kuş türü", dikey eksen "Kuş sayısı" olarak adlandırılır.

Çizdiğimiz sütun grafiği ile A ve B Milli Parkı'na ait kuş türlerinin sayısını göstermiş olduk.

Grafik: Kuş Sayılarının Türlerine Göre Dağılımı

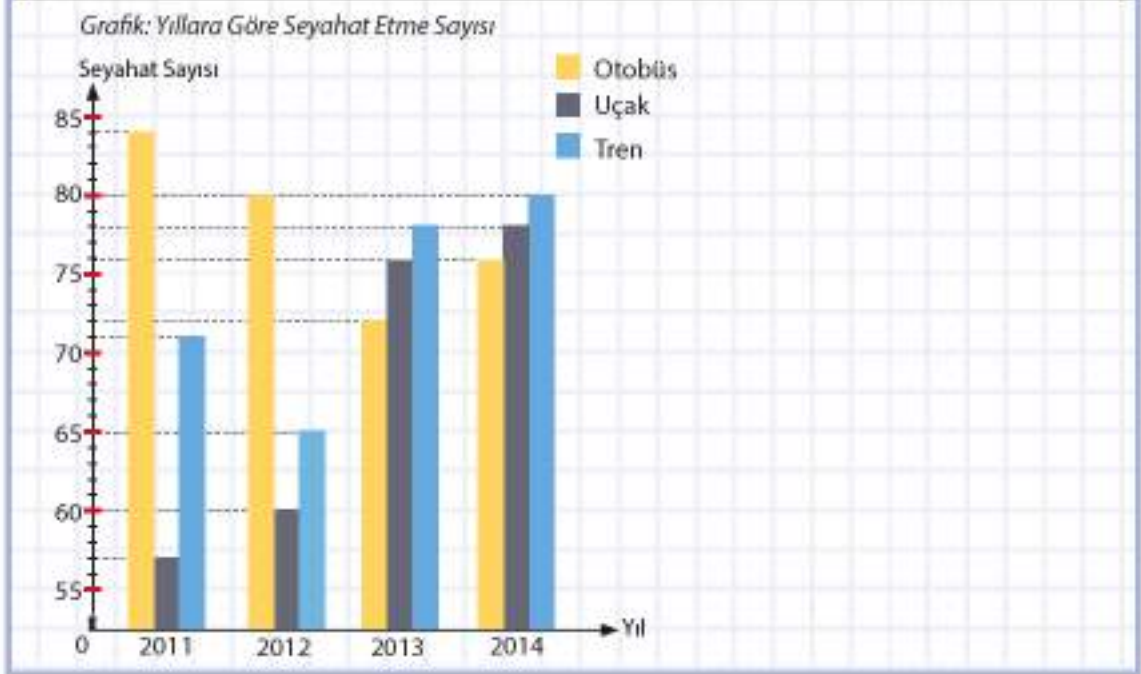


BİLGİLENERİM

Gruplanabilen verileri göstermek için kullanılan uygun grafik türü sütun grafiğidir. Sütun grafiğinde verilerin sürekli olması gerekmez. Gelir gider durumları, nüfus, ithalat ve ihracat miktarları gibi karşılaştırma gerektiren durumlarda sütun grafiği kullanılması daha uygundur.



Aşağıdaki tabloda bir basketbol takımının yıllara göre otobüs, uçak ve trenle seyahat etme sayıları verilmiştir. Grafikteki verilere uygun bir sıklık tablosu oluşturunuz.



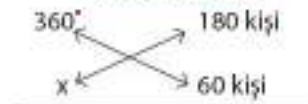
ÖRNEK 4

2018 yılında yapılan gençlik kampına 180 sporcu katılmıştır. Bu sporculardan 60'ı Türkiye'den, 50'si Özbekistan'dan, 30'u Rusya'dan, 20'si Türkmenistan'dan ve 20'si Azerbaycan'dan katılmıştır. Sporcuların dağılımını gösteren uygun grafiği çizelim.

ÇÖZÜM

Gençlik kampına katılan sporcuların dağılımını daire grafiği ile göstermek uygundur. Farklı ülkelerden katılan toplam sporcu sayısı bütünü, katıldıkları ülkeler ise bütünün her bir parçasını gösterir.

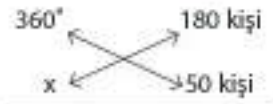
Türkiye'den katılan sporculara ait merkez açı:



$$x \cdot 180 = 360 \cdot 60$$

$$x = 120^\circ$$

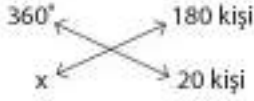
Özbekistan'dan katılan sporculara ait merkez açı:



$$x \cdot 180 = 360 \cdot 50$$

$$x = 100^\circ$$

Azerbaycan'dan katılan sporculara ait merkez aç:



$$\begin{aligned} x \cdot 180 &= 360 \cdot 20 \\ x &= 40^\circ \end{aligned}$$

Rusya'dan katılan sporculara ait merkez aç:



$$\begin{aligned} x \cdot 180 &= 360 \cdot 30 \\ x &= 60^\circ \end{aligned}$$

Azerbaycan'dan ve Türkmenistan'dan katılan sporcu sayısı aynı olduğundan Türkmenistan'a ait merkez aç da 40° olur. Bulduğumuz merkez açıları, açılışer (iletke) yardımıyla daire üzerinde çizelim. Çizdiğimiz daire grafiği ile gençlik kampına katılan sporcuların dağılımını göstermiş olduk.

Grafik: Gençlik Kampına Katılım Bilgileri



BİLGİLENELİM

Bir bütünü oluşturan parçaları göstermek için kullanılan uygun grafik türü daire grafiğidir. Bölgelere veya illere göre nüfus dağılımı, seçim sonuçları ve bütçe dağılımının değerlendirilmesi gibi durumlarda daire grafiği kullanılması daha uygundur.



Aşağıda bir ailenin şubat ayı giderlerini gösteren tablo verilmiştir. Tablodaki verileri uygun bir grafikte gösteriniz. Seçtiğiniz grafiğin üstün ve zayıf yönlerini açıklayınız.

Tablo: Şubat Ayı Giderleri

| Gider Türü | Gıda | Giyim | Ulaşım | Eğitim | Fatura | Diğer |
|------------|------|-------|--------|--------|--------|-------|
| Tutar (TL) | 610 | 210 | 225 | 180 | 275 | 300 |

ÖRNEK 5

Aşağıdaki tabloda iki baraja ait su miktarları verilmiştir.

Tablo: Aylara Göre Barajlardaki Su Miktarları (milyon m³)

| Baraj \ Ay | Mart | Nisan | Mayıs | Haziran | Temmuz |
|------------|------|-------|-------|---------|--------|
| A Barajı | 42 | 54 | 52 | 48 | 43 |
| B Barajı | 46 | 50 | 50 | 48 | 41 |

Bu verileri uygun grafikte gösterelim.

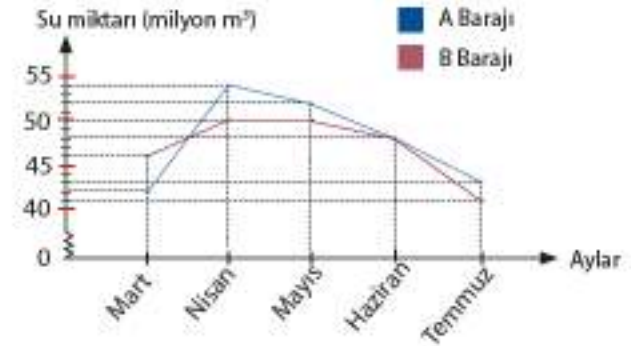
ÇÖZÜM

Tabloda ölçümler aya göre değişmekte ve bu değişim süreklilik göstermektedir. Bu yüzden barajlardaki su miktarlarını çizgi grafiği ile gösterelim.

Yatay eksen "Aylar", dikey eksen "Su miktarı (milyon m³)" olarak adlandırılabilir.

Barajlardaki su miktarlarını işaretleyerek birleştirdiğimizde grafiğimiz yandaki gibi olur.

Grafik: Aylara Göre Barajlardaki Su Miktarları



BİLGİLENELİM

Çizgi grafiği, sürekliliği olan verilerin değişimini incelemek için kullanılan uygun grafik türüdür. Meteorolojide, hastanelerde, borsada değerlerin değişimini göstermek ve izlemek için çizgi grafiği kullanılması daha uygundur.



Bir ailenin 4 aylık su tüketimini gösteren tablo aşağıda verilmiştir. Tablodaki verileri göstereceğiniz uygun grafiği belirleyip çizin. Çizdiğiniz grafiğin üstün ve zayıf yönlerini açıklayınız.

Tablo: 4 Aylık Su Tüketim Miktarları

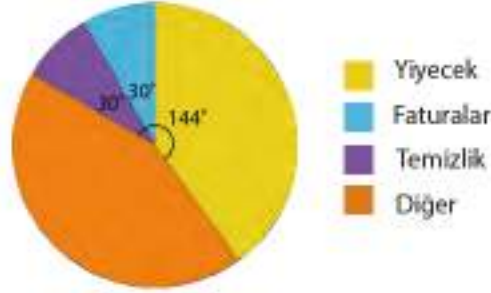
| Aylar | 1. Ay | 2. Ay | 3. Ay | 4. Ay |
|-------------------------------|-------|-------|-------|-------|
| Su Tüketimi (m ³) | 21 | 19 | 22 | 23 |

ÖRNEK 6

Bir kişinin aylık harcamalarını gösteren daire grafiği yanda verilmiştir. Diğer harcamalar 780 TL olduğuna göre:

- Bu kişinin aylık harcamalarının her birini bulalım.
- Bulduğumuz değerleri sütun grafiği ile gösterelim.
- Bu veriyi çizgi grafiği ile göstermenin uygun olup olmadığını açıklayalım.

Grafik: Gider Türüne Göre Aylık Harcamalar



ÇÖZÜM

- Bu kişinin aylık harcamalarını bulmak için diğer harcamaların merkez açısından faydalanalım.

$$\begin{aligned} \text{Diğer harcamaların merkez açısı} &= 360 - (30 + 30 + 144) \\ &= 360 - 204 \\ &= 156^\circ \end{aligned}$$

Her bir harcamayı bulmak için diğer harcamalara ait verileri kullanalım.

Diğer harcamalar:

$$\begin{array}{r} 156^\circ \quad 780 \text{ TL} \\ \swarrow \quad \searrow \\ \nwarrow \quad \nearrow \\ 360^\circ \quad x \text{ TL} \\ \hline x \cdot 156 = 360 \cdot 780 \\ x = 1800 \text{ TL} \end{array}$$

Fatura harcaması:

$$\begin{array}{r} 156^\circ \quad 780 \text{ TL} \\ \swarrow \quad \searrow \\ \nwarrow \quad \nearrow \\ 30^\circ \quad x \text{ TL} \\ \hline x \cdot 156 = 30 \cdot 780 \\ x = 150 \text{ TL} \end{array}$$

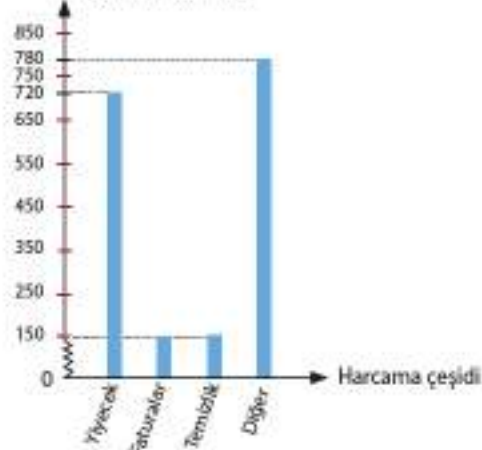
Yiycek harcaması:

$$\begin{array}{r} 156^\circ \quad 780 \text{ TL} \\ \swarrow \quad \searrow \\ \nwarrow \quad \nearrow \\ 144^\circ \quad x \text{ TL} \\ \hline x \cdot 156 = 144 \cdot 780 \\ x = 720 \text{ TL} \end{array}$$

Fatura ve temizlik harcamalarına ait merkez açıları eşit olduğu için temizlik harcaması da 150 TL olur.

- Çizdiğimiz sütun grafiğinde yatay eksenini "Harcama çeşidi", dikey eksenini ise "Harcama miktarı" olarak adlandırıp sütun grafiğini yandaki gibi oluşturalım.

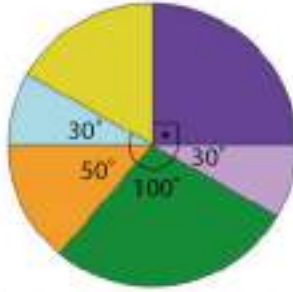
Grafik: Gider Türüne Göre Aylık Harcamalar



- Tablodaki verilerin sürekliliği olmadığı için veriler yorumlanırken çizgi grafiği kullanmak uygun değildir.



Aşağıdaki daire grafiğinde bir beldede yaşayan 1080 kişinin meslek gruplarına göre dağılımları verilmiştir. Verilen grafikten yararlanarak bir sütun grafiği oluşturunuz.



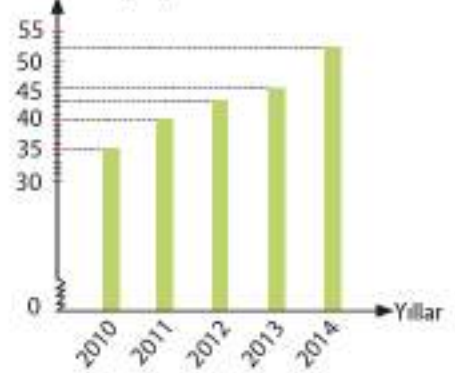
a Göre Dağılımı

- İlis
- İ
- İnaf
- İktör
- İtçi
- İretmen

ÖRNEK 7

Yandaki sütun grafiğinde bir ağacın yıllara göre boy uzunluğu verilmiştir. Bu ağacın boyuna ait artış miktarlarını karşılaştırmak için uygun bir grafik çizelim.

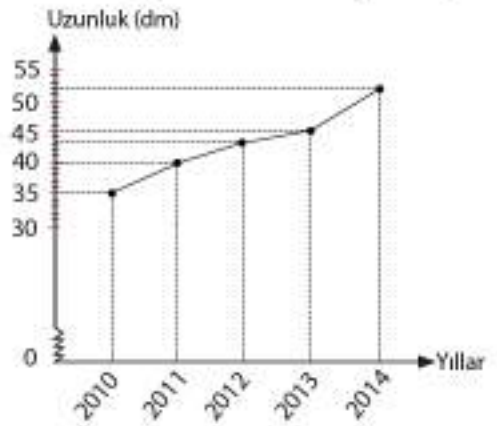
Grafik: Ağacın Yıllara Göre Boy Uzunluğu
Uzunluk (dm)



ÇÖZÜM

Yıllara göre ağacın boyundaki artış miktarını karşılaştırmak için çizgi grafiği kullanmak daha uygundur. Yatay eksenini "Yıllar", dikey eksenini "Uzunluk" olarak adlandırıp çizgi grafiğini yandaki gibi oluşturalım.

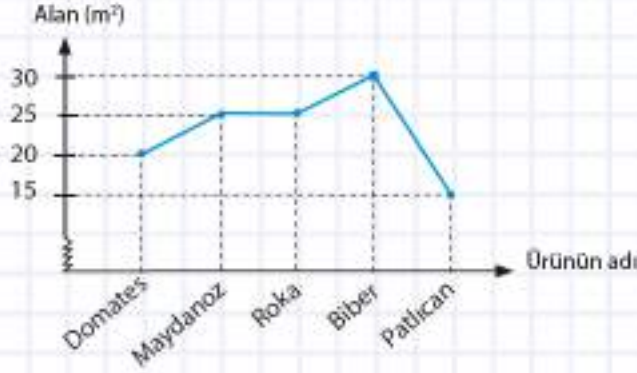
Grafik: Ağacın Yıllara Göre Boy Uzunluğu





Bir bahçede yetiştirilen ürünlerin alanlarına ait çizgi grafiği aşağıda verilmiştir. Verilen grafik türünün verilere uygun olup olmadığını inceleyiniz.

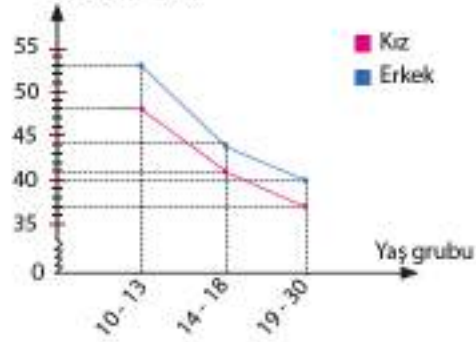
Grafik: Yetiştirilen Ürünlerin Alansal Dağılımı



UYGULAYALIM

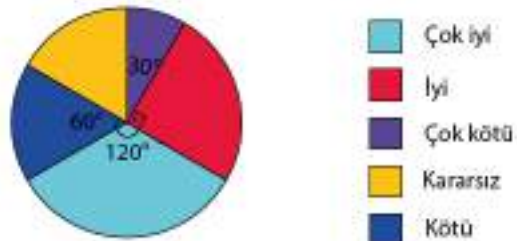
- Yandaki grafikte 10-30 yaş arasındaki kız ve erkeklerin kilogram başına alması gereken günlük güvenilir enerji alım düzeyleri verilmiştir. Buna göre:
 - Yaş ile kilogram başına ihtiyaç duyulan enerji miktarı arasındaki ilişkiyi açıklayınız.
 - 14 yaşında ve 40 kg ağırlığındaki bir kız ve bir erkeğin ihtiyaç duyduğu enerji miktarlarını bulunuz.
 - Bu grafiği sütun grafiğine dönüştürünüz.

Grafik: Günlük Güvenilir Enerji Alımı
Enerji (kcal/kg)



- 720 öğrencinin katıldığı memnuniyet anketinde "Kantin hizmetinden memnun musunuz?" sorusuna verilen cevaplar yandaki daire grafiğinde gösterilmiştir. Bu grafiği uygun gördüğünüz farklı bir grafiğe çeviriniz.

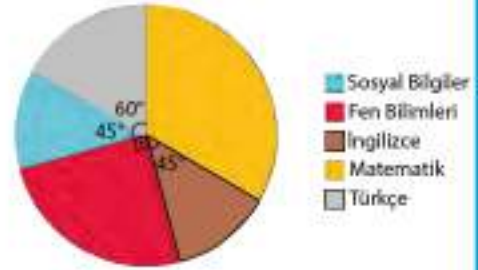
Grafik: Memnuniyet Anketi



3. Yandaki grafik perşembe günü Destekleme ve Yetiştirme Kursu'na katılan 8/A sınıfındaki öğrencilerin dağılımını göstermektedir. Sınıftaki 24 öğrencinin hepsi DYK'ye katıldığına göre:

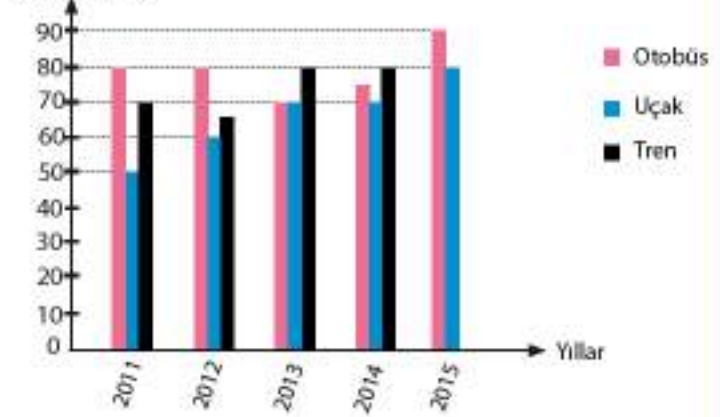
- a) Her derse kaç öğrencinin katıldığını bulunuz.
b) Bulduğunuz verilere ait sütun grafiğini çiziniz.

Grafik: DYK'ye Katılan Öğrenci Dağılımı



4. Yandaki grafikte bir şirket çalışanlarının yıllara göre otobüs, uçak ve trenle seyahat etme sayıları ile ilgili bilgiler verilmiştir.

Grafik: Yıllara Göre Tercih Edilen Seyahat Türü



Buna göre:

- a) 2015 yılındaki seyahatlerin iki sütunla gösterilme nedenini açıklayınız.
b) Uçak seyahatinin en az ve en çok olduğu yılları bulunuz.
c) Şirket çalışanlarının en çok seyahat yaptıkları yılı bulunuz.

5. Bir manavın toplam 72 kg'lık beş çeşit meyve satışına ait daire grafiği yanda verilmiştir. Buna göre, aşağıda verilen meyve türü ve satış miktar eşleştirmelerinden hangisi yanlıştır?

- A) 27 kg elma
B) 20 kg çilek
C) 12 kg muz
D) 6 kg kivi

Grafik: Haftalık Meyve Satış Dağılımı



2. ÜNİTE DEĞERLENDİRME SORULARI

1. Tablodaki ifadelerden doğru olanların yanına (D), yanlış olanların yanına (Y) yazınız. Yanlış ifadelerin doğrusunu yazınız.

| İfadeler | D / Y | Yanlış ise Doğrusu |
|--|-------|--------------------|
| $\sqrt{21} \square 9 \square 3\sqrt{11}$ sıralaması doğrudur. | | |
| $5\sqrt{4} \square \sqrt{2}$ işleminin sonucu bir rasyonel sayıdır. | | |
| Bir sınıftaki öğrencilerin Türkçe dersinden aldıkları notları daire grafiği ile göstermek daha uygun olur. | | |
| Bir ildeki nüfus sayımında ilçelere göre kişi sayısını daire grafiği ile göstermek daha uygun olur. | | |

2. Aşağıdaki boşluklara uygun ifadeleri yazınız.
- 18 tane birimkareye en az tane birimkare eklenirse bir karesel bölge elde edilir.
 - Çevresi $12\sqrt{3}$ cm olan karenin bir kenar uzunluğu ve doğal sayılar arasındadır.
 - Bir bebeğin aylara göre boy artışını grafiği ile göstermek daha uygun olur.
 - $\frac{\sqrt{75} \square \sqrt{27}}{\sqrt{192} - \sqrt{48}}$ işleminin sonucu olur.

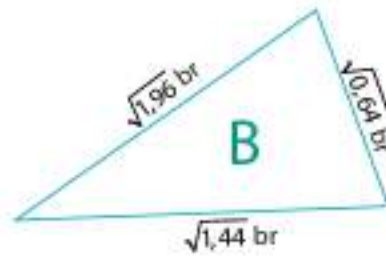
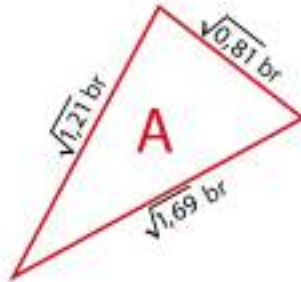
3. A doğal sayı olmak üzere $4 < \sqrt{A} < 5$ ifadesinde A'nın alabileceği en büyük değer kaçtır?

- A) 25 B) 24 C) 17 D) 16

4. Aşağıdaki kareköklü ifadelerden hangisi $\sqrt{125}$ sayısı ile çarpıldığında sonuç doğal sayı olmaz?

- A) $5\sqrt{5}$ B) $10\sqrt{5}$ C) $\sqrt{25}$ D) $\sqrt{125}$

5.



Yukarıda verilen A üçgeninin çevresinin B üçgeninin çevresine oranı kaçtır?

- A) $\frac{30}{17}$ B) $\frac{17}{5}$ C) $\frac{33}{34}$ D) $\frac{37}{34}$

6. $\sqrt{225}$ ifadesinin değeri $\sqrt{169}$ ifadesinin değerinden kaç fazladır?

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8

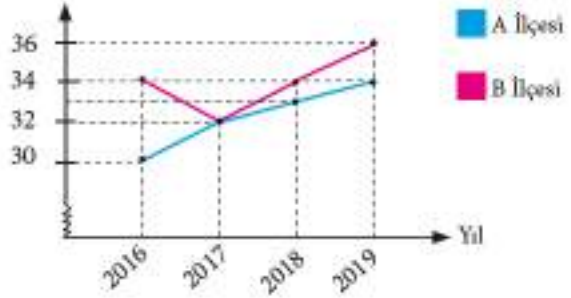
7. Kenar uzunlukları $\sqrt{3,24}$ br ve $\sqrt{4,84}$ br olan bir paralelkenarın çevresi kaç birimdir?

- A) 3,6 B) 4,4 C) 6 D) 8

8. Yandaki çizgi grafiğinde A ve B ilçelerinin 2016 - 2019 yılları arasındaki nüfusu gösterilmiştir. Grafiğe göre aşağıdaki ifadelerden hangisi doğrudur?

- A) 2017 yılında iki ilçenin nüfusu aynıdır.
 B) 2016-2019 yılları arasında nüfus artışı en çok B ilçesinde olmuştur.
 C) İki ilçe arasındaki nüfus farkının en çok olduğu yıl 2018'dir.
 D) 2016 - 2019 yılları arasında iki ilçede de nüfus sürekli artmıştır.

Grafik: A ve B İlçelerinin 2016-2019 Yılları Arasındaki Nüfusu
 Nüfus (Bin)

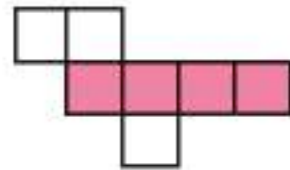


9. $\sqrt{50}$ sayısından büyük olan en küçük doğal sayı kaçtır?

- A) 6 B) 7 C) 8 D) 9

10. Yanda karesel bölgelerden oluşan bir şekil verilmiştir. Boyalı kısmın çevre uzunluğu $\sqrt{900}$ m ise tüm şeklin alanı kaç metrekaredir?

- A) 60 B) 61 C) 62 D) 63



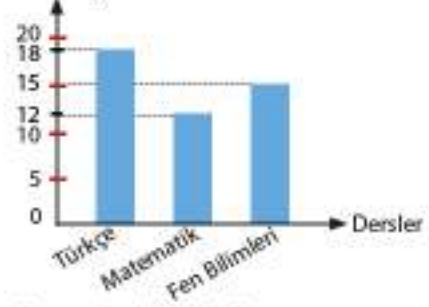
11. Her gün bir önceki günün 2 katı yürüyen biri ilk gün $\sqrt{12}$ km yürürse üç günde toplam kaç kilometre yürümüş olur?

- A) $8\sqrt{3}$ B) $10\sqrt{3}$ C) $12\sqrt{3}$ D) $14\sqrt{3}$

12. Beste'nin bir deneme sınavında Türkçe, matematik ve fen bilimleri derslerinden yaptığı netleri gösteren sütun grafiği yanda verilmiştir. Buna göre:

- En fazla net yaptığı ders hangisidir?
- Üç dersten toplam kaç net yapmıştır?
- Fen bilimleri dersindeki net sayısı matematik dersindeki net sayısından kaç fazladır?

Grafik: Derslere Göre Net Sayısı

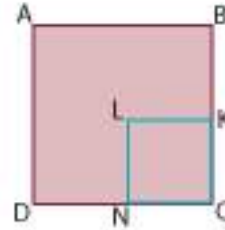


13. $a = \sqrt{2}$, $b = \sqrt{5}$ ve $c = \sqrt{7}$ olduğuna göre $\sqrt{350}$ sayısını a, b ve c cinsinden bulunuz.

14. $\sqrt{49} - \sqrt{27} + 5\sqrt{3} + 7$ işleminin sonucunu bulunuz.

15. $\sqrt{2,25} - \sqrt{0,0004} - \sqrt{0,01}$ işleminin sonucunu bulunuz.

16. Yanda, alanı 175 br^2 olan ABCD karesel bölgesinden alanı 48 br^2 olan KCNL karesel bölgesi çıkarılıyor. Buna göre KB kenar uzunluğunun kaç birim olduğunu bulunuz.



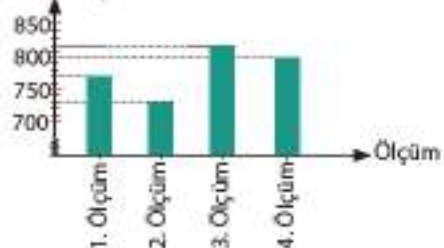
17. Bir marangoz alanı 60 cm^2 ve uzun kenarı kısa kenarının üç katı olan dikdörtgen şeklindeki bir sunta'yı uzun kenarının orta noktasından keserek iki eş parça elde ediyor. Parçalardan birinin çevresinin kaç santimetre olduğunu bulunuz.

18. Kısa kenarının uzunluğu $\sqrt{72}$ br ve uzun kenarın uzunluğu $18\sqrt{2}$ br olan dikdörtgenin çevresi bir eşkenar üçgenin çevresine eşittir. Buna göre üçgenin bir kenar uzunluğunun kaç birim olduğunu bulunuz.

19. $[\sqrt{52} \square \sqrt{117} - \sqrt{13}] \square [\sqrt{13} \square \sqrt{13}]$ işleminin sonucunu bulunuz.

20. Bir araştırmacının yapmış olduğu hava basıncı ölçümlerine ait grafik yanda verilmiştir. Bu grafiği çizgi grafiğine dönüştürünüz.

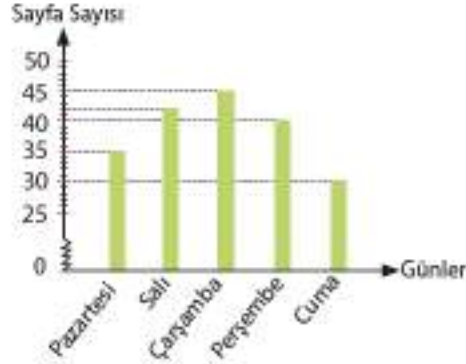
Grafik: Hava Basıncı Ölçümleri



EĞLENELİM-ÖĞRENELİM

Aşağıda verilen kare bulmacada satırlar ve sütunlar 1-5 şeklinde isimlendirilmiştir. İlgili satır ve sütunlarda verilen işlemleri yaparak bulmacayı çözünüz.

Grafik: Ayfer'in Okuduğu Sayfa Sayısı



| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | | | | | |
| 2 | | | | | |
| 3 | | | | | |
| 4 | | | | | |
| 5 | | | | | |

Şekildeki sütun grafiğinde Ayfer'in günlere göre okuduğu sayfa sayıları verilmiştir. Kare bulmacadaki bazı soruların yukarıdaki çizgi grafiğinden yararlanarak cevaplandırınız.

SOLDAN SAĞA

1. Satır

- Ayfer pazartesi günü kaç sayfa kitap okumuştur?
- $\sqrt{280}$ ve $\sqrt{295}$ arasındaki tam sayı kaçtır?

2. Satır

- $\sqrt{100} - \sqrt{x} = 7$ ise $x = ?$
- $\frac{10\sqrt{20}}{\sqrt{5}} = ?$

3. Satır

- Ayfer çarşamba ve cuma günü toplam kaç sayfa okumuştur?
- $\sqrt{4} + 1 = x$ ise $x = ?$

4. Satır

- Ayfer salı günü cuma gününden kaç sayfa fazla okumuştur?
- $\sqrt{289} - \sqrt{4} = ?$

5. Satır

- $0,\bar{8} = \frac{x}{9}$ ise $x = ?$
- $\sqrt{20} \square \sqrt{45} \square x\sqrt{5}$ ise $x = ?$

YUKARIDAN AŞAĞIYA

1. Sütun

- $\sqrt{576} \square \sqrt{225} = ?$
- AB iki basamaklı sayı $A = \sqrt{1}$ ve $B = \sqrt{64}$ ise $AB = ?$

2. Sütun

- $\sqrt{16} \square \sqrt{1} = x$ ise $x = ?$
- Ayfer salı ve cuma günü toplam kaç sayfa okumuştur?

3. Sütun

- $\sqrt{400} \square \sqrt{25} = x$ ise $x = ?$
- $\sqrt{289} - \sqrt{144} = x$ ise $x = ?$

4. Sütun

- $2\sqrt{72} - 2\sqrt{18} \square 4\sqrt{2} \square x\sqrt{2}$ ise $x = ?$
- $\sqrt{4} \square \sqrt{x} = 3$ ise $x = ?$

5. Sütun

- Ayfer salı günü pazartesi gününden kaç sayfa fazla okumuştur?
- $\sqrt{441} \square \sqrt{196} = x$ ise $x = ?$

3. ÜNİTE

3. 1. BASİT OLAYLARIN OLMA
OLASILIĞI

3. 2. CEBİRSEL İFADELER VE
ÖZDEŞLİKLER

$$\frac{1}{n}$$

$$(x + y)^2$$

$$a^2 + b^2$$

$$(2x+3) \cdot (5x-1)$$

ÖZDEŞLİK

olay

TERİMLER VE KAVRAMLAR

- Olasılık
- Çıktı
- Olay
- Eş Olasılık
- İmkansız Olay
- Kesin Olay
- Özdeşlik
- Çarpanlara Ayırma

NELER ÖĞRENECEĞİZ?

- Bir olaya ait olası durumları belirlemeyi
 - “Daha fazla”, “eşit”, “daha az” olasılıklı olayları ayırt etmeyi ve bunlara örnek vermeyi
 - Eşit şansa sahip olan olaylarda her bir çıktının olasılık değerinin eşit olduğunu ve bu değer $1/n$ olduğunu açıklamayı
 - Olasılık değerinin 0 ile 1 (0 ve 1 dâhil) arasında olduğunu
 - Basit bir olayın olma olasılığını hesaplamayı öğreneceğiz.
-
- Basit cebirsel ifadeleri anlamayı ve bunları farklı biçimlerde yazmayı
 - Cebirsel ifadelerin çarpımını yapmayı
 - Özdeşlikleri modellerle açıklamayı
 - Cebirsel ifadeleri çarpanlara ayırmayı öğreneceğiz.

Bir Olaya Ait Olası Durumları Belirleme ve Karşılaştırma

Dama iki oyuncu ile oynanan bir oyundur. Genellikle 8x8 kareli tahtada oynanır ve her oyuncunun on altı taş bulunur. Oyunun hedefi rakibin tüm taşlarını ele geçirmek veya rakibi, geçerli bir hareket yapamayacak duruma getirmektir.

Dama oyununda bütün taşlar başlangıçta eşittir ve tek kare sağa, sola ya da ileri gider. Sadece oyuna başlarken istenirse iki kare ilerleyerek başlanabilir.

Sizce bir dama oyununa kaç farklı şekilde başlanabilir?



ETKİNLİK

AMAÇ: Bir olaya ait olası durumları belirlemek

ARAÇ GEREÇ: Madeni para, hilesiz zar, kalem

UYGULAMA BASAMAKLARI

1. Elinizdeki madeni parayı 8 kez havaya atınız.
2. Para yere her düştüğünde paranın üst yüzeyine gelen durumları kaydediniz.
3. Elinizdeki zarı 20 kez havaya atınız.
4. Zar yere her düştüğünde zarın üst yüzeyine gelen durumları kaydediniz.

SONUÇLANDIRILIM

- ✓ Madeni para yere düştüğünde kaç farklı durum meydana gelir?
- ✓ Zar yere düştüğünde kaç farklı durum meydana gelir?

ÖRNEK 1

Buğra, ayakkabılarını şekilde görülen ayakkabılığa yerleştirecektir. Buğra'nın ayakkabılarını yerleştirebileceği olası durum sayısını bulalım.



ÇÖZÜM

Ayakkabı dolabında 4 adet boş yer vardır.

Bu durumda Buğra'nın ayakkabılarını yerleştirebileceği olası durum sayısı 4 olur.

BİLGİLENELİM

Bir deneyde, gözlemlemek istediğimiz her bir duruma **olay** denir.

Olay sonuçlarını bulma işlemine ise olaya ait **olası durumları belirleme** denir.

BİLGİLENERİM

Bir deneydeki olası durumların her birine **çıkıtı** denir.

Bir olaya ait olası durumlar karşılaştırıldığında:

- * Çıkıtı sayısı fazla olan olayın gerçekleşme olasılığı **daha fazladır**.
- * Çıkıtı sayısı az olan olayın gerçekleşme olasılığı **daha azdır**.
- * Çıkıtı sayısı eşit olan olayların gerçekleşme olasılıkları **eşittir**.



Bir kutuda bulunan eş büyüklükteki 21 çikolatadan 4'ü sütlü, 7'si fındıklı, 5'i fıstıklı ve 5'i beyaz çikolatadır. Kutudan rastgele bir çikolata çekilmesi durumunda:

- Seçilme olasılığı en fazla olan çeşidi bulunuz.
- Seçilme olasılığı en az olan çeşidi bulunuz.
- Seçilme olasılıkları eşit olan çeşitleri bulunuz.



ÖRNEK 4

Bir zar atıldığında zarın üst yüzüne gelecek sayıların:

- Olası durumlarını belirleyelim.
- Çift sayı olma olasılığı ile asal sayı olma olasılığını karşılaştıralım.



ÇÖZÜM

- Zar atma olayına ait olası durumlar 1, 2, 3, 4, 5 ve 6'dır.
- Çift sayı gelme olayına ait olası durumlar 2, 4, 6'dır.
Asal sayı gelme olayına ait olası durumlar 2, 3, 5'tir.

Çift sayı ile asal sayı gelmesine ait üçer tane çıkıtı vardır. Bu durumda çift sayı gelme olasılığı ile asal sayı gelme olasılığı eşittir.



3 yüzü mavi, 2 yüzü yeşil, 1 yüzü turuncu renge boyanmış küp havaya atılıyor. Küp yere düştüğünde üst yüze gelen rengin mavi olma olasılığı ile turuncu olma olasılığını karşılaştırınız.

UYGULAYALIM

1. "ATATÜRK" kelimesinin harfleri özdeş kartlara yazılıp bir torbaya atılıyor. Torbadan rastgele çekilen bir kartın üzerinde yazan harfin:
 - a) Sesli harf olma
 - b) Sessiz harf olma olaylarına ait olası durumlarının sayısını yazınız.
2. Bir sporcu, yılın "M" harfi ile başlayan aylarında müsabakalara katılmaktadır. Sporcunun müsabakalara katıldığı ayların olası durumlarının sayısını yazınız.
3. Özdeş 35 kartın üzerine 1'den 35'e kadar (1 ve 35 dâhil) olan doğal sayılar yazılıp bir torbaya atılıyor. Torbadan rastgele çekilen bir kartın üzerinde yazan sayının:
 - a) Çift sayı olma
 - b) Tek sayı olma
 - c) Asal sayı olma
 - ç) 23'ten küçük sayı olma
 - d) 7 ile bölünebilme olası durumlarının sayısını yazınız.
4. Yandaki dikdörtgensel bölgeye rastgele atış yapacak bir kişinin:
 - a) Hangi rengi vurma olasılığının en fazla
 - b) Hangi rengi vurma olasılığının en az
 - c) Hangi renklere vurma olasılıklarının eşit olduğunu bulunuz.

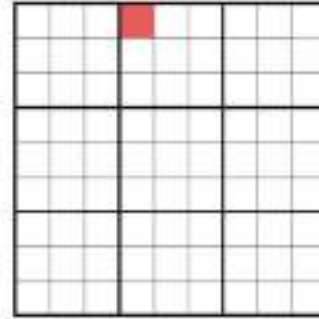


5. 1'den 40'a kadar olan doğal sayılar özdeş toplara yazılıp bir torbaya atılıyor. Torbadan rastgele çekilen bir topun üzerindeki sayının 12'den büyük olma, tek sayı olma, çift sayı olma ve tam kare sayı olma olasılıklarını karşılaştırınız.
6. Bir futbol maçındaki tüm oyuncu ve seyircilerin isimleri özdeş kartlara yazılıp kutuya atılıyor. Kutudan rastgele seçilen bir kartta yazılı olan ismin oyuncu ya da seyirci olma olasılıklarını karşılaştırınız.
7. Bir çiftlikteki koyun ve keçilerin toplam sayısı 24'tür. Çiftlikten rastgele seçilen bir hayvanın keçi olma olasılığı koyun olma olasılığından daha azdır. Buna göre bu çiftlikte en çok kaç keçi olabileceğini bulunuz.
8. 29 özdeş pinpon topundan 9'u sarıya, 6'sı mora ve kalanları da eşit miktarda mavi ve kırmızı renge boyanıp bir torbaya atılıyor. Torbadan rastgele çekilen bir pinpon topunun hangi renkte olma olasılığı en fazladır?
 - A) Mavi
 - B) Sarı
 - C) Kırmızı
 - D) Mor

Bir Olayın Olma Olasılığı

Sudoku 9 x 9 boyutlarında bir diyagramda çözülen zeka oyunudur. Sudokuda her satır, her sütun ve her 3 x 3'lük karede 1'den 9'a kadar rakamların birer kez yazılması gerekir.

Yanda verilen boş sudoku diyagramının 1. satırında bulunan kırmızı renkli kareye 3 sayısının gelme olasılığını nasıl ifade edersiniz?



ETKİNLİK

AMAÇ: Eşit şansa sahip olayların eş olasılıklı olduğunu görmek

ARAÇ GEREÇ: Eşit büyüklükte 6 farklı renkte boya kalemi

UYGULAMA BASAMAKLARI

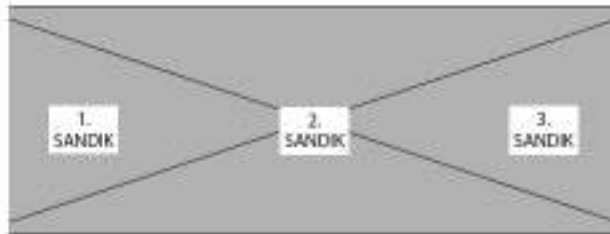
1. Boya kalemlerini kalemlige koyunuz.
2. Kalemlikten rastgele bir kalem çekiniz.
3. Çekilen boya kaleminin hangi renk olma olasılığı daha fazladır?

SONUÇLANDIRALIM

- ✓ Seçtiğiniz bir renge ait boya kaleminin çıkma olasılığını nasıl gösterebilirsiniz? Tartışınız.

ÖRNEK 1

Bir okulda okul temsilciliği seçimi için 3 sandık kurulmuştur. İlayda'nın 3 sandıktan herhangi birinde oy kullanma olasılığını hesaplayalım.



ÇÖZÜM

İlayda'nın oy kullanma olayında 3 olası durum vardır. Bu olası durumlar çıktı olarak adlandırılır.

Bu olaydaki çıktılar 1. sandık, 2. sandık ya da 3. sandıkta oy kullanmaktır. Bu yüzden 3 farklı durum gözlenebilir.

1. sandıkta oy kullanma olasılığını hesaplayalım.

1. sandıkta oy kullanma olayına ait çıktı sayısı 1'dir. Tüm olası durumların sayısı 3'tür.

$$1. \text{ sandıkta oy kullanma olasılığı} = \frac{1. \text{ sandıkta oy kullanma olay sayısı}}{\text{Tüm olası durumların sayısı}} = \frac{1}{3} \text{ olur.}$$

2. sandıkta oy kullanma olasılığını hesaplayalım.

2. sandıkta oy kullanma olayına ait çıktı sayısı 1'dir. Tüm olası durumların sayısı 3'tür.

$$2. \text{ sandıkta oy kullanma olasılığı} = \frac{2. \text{ sandıkta oy kullanma olay sayısı}}{\text{Tüm olası durumların sayısı}} = \frac{1}{3} \text{ 'tür.}$$

3. sandıkta oy kullanma olasılığını hesaplayalım.

3. sandıkta oy kullanma olayına ait çıktı sayısı 1'dir. Tüm olası durumların sayısı 3'tür.

$$3. \text{ sandıkta oy kullanma olasılığı} = \frac{3. \text{ sandıkta oy kullanma olay sayısı}}{\text{Tüm olası durumların sayısı}} = \frac{1}{3} \text{ 'tür.}$$

Bu durumda 1, 2 ve 3. sandıkta oy kullanma olasılıkları eşittir.

BİLGİLENELİM

Eşit şansa sahip olan olaylarda her bir çıktının olasılık değeri eşittir.

Olası durum sayısı n tane ise her bir çıktının olma olasılığı $\frac{1}{n}$ şeklinde ifade edilir.

Olasılık, bir olayın olma şansına ilişkin bir ölçümdür.



Ali, birer tane elma, armut, ayva ve kayısı fidanı olan arkadaşından bir fidan alıp diyecektir. Rastgele bir fidan seçen Ali'nin:

- Elma fidanı seçme olasılığını bulunuz.
- Armut fidanı seçme olasılığını bulunuz.
- Kayısı fidanı seçme olasılığını bulunuz.

ÖRNEK 2

Yandaki oyuncak kutusundan seçilen bir oyuncakın top olma olasılığını inceleyelim.



ÇÖZÜM

Bir kutuya konulan nesnelerin olasılık hesaplamalarını yapabilmek için bu nesnelerin özdeş olması gerekir.

Kutudaki nesneler incelendiğinde hepsinin büyüklükleri ve şekilleri farklıdır. Nesneler özdeş olmadığı için eşit şansa sahip değildir. Bu nedenle top seçilme olasılığı ile ilgili hesaplama yapılamaz.

BİLGİLENELİM

Bir olaya ait olasılık değerinin incelenebilmesi için o olaya ait her bir çıktının eşit şansa sahip olması gerekir.



Aşağıdaki geometrik cisimler bir torbaya atılıyor. Torbadan rastgele çekilen bir şekilde 3 sayısının yazma olasılığını bulunuz.



ÖRNEK 3

Her yüzü farklı renge boyanmış bir düzgün çok yüzlü havaya atıldığında mavi yüzünün tabana gelme olasılığı $\frac{1}{20}$ 'dir. Buna göre, bu düzgün çok yüzlünün yüzey sayısını bulalım.

ÇÖZÜM

Mavi yüzün tabana gelme olasılığını yazalım.

$$\frac{\text{Mavi yüz sayısı}}{\text{Toplam yüz sayısı}} = \frac{1}{20}$$

Düzgün çok yüzlünün her yüzü farklı renkte olduğundan mavi yüz sayısı 1'dir.

Bu durumda bu düzgün çok yüzlünün 20 yüzü vardır.



Uzunlukları 4, 5, 6 ve 7 cm olan dört çubuk görünen kısımları eş uzunlukta olmak üzere bir süngere saplanıyor. Buradan rastgele çekilen bir çubuğun 5 cm'lik çubuk olma olasılığını bulunuz.

ÖRNEK 4

Bir zar atıldığında üst yüze 7 rakamının gelme olasılığını inceleyelim.

ÇÖZÜM

Zar atma olayının çıktıları 1, 2, 3, 4, 5 ve 6'dır.

Çıktıların içinde 7 rakamı yoktur. Bu yüzden zar atıldığında üst yüze gelen rakamın 7 olması mümkün değildir.

BİLGİLENELİM

Gerçekleşme olasılığı olmayan olaylara **imkânsız olay** denir.

İmkânsız olayın olma olasılığı "**0**" dir.



Bir rafta aynı büyüklükte 5 kırmızı, 6 mavi renkli bardak bulunmaktadır. Bu raftan rastgele seçilen bir bardağın yeşil renkli olma olasılığını bulunuz.

| |
|--|
| |
| |
| |
| |
| |
| |
| |
| |
| |
| |
| |
| |
| |
| |
| |
| |
| |
| |
| |

ÖRNEK 5

Her yüzü bordo olan bir küp havaya atıldığında üst yüzüne bordo gelme olasılığını inceleyelim.



ÇÖZÜM

Küp havaya atıldığında her yüzü bordo olduğu için çıktılar bordo olacaktır. Başka bir durum gözlenmeyecektir.

BİLGİLENELİM

Bütün durumlarda gerçekleşecek olaya **kesin olay** denir.

Kesin olayın olma olasılığı "**1**" dir.



"Pazartesi", "Perşembe", "Pazar" günlerinin yazılı olduğu özdeş kartlardan rastgele çekilen bir kartın ilk harfinin "P" olma olasılığını inceleyiniz.

| |
|--|
| |
| |
| |
| |
| |
| |
| |
| |
| |
| |
| |
| |
| |
| |
| |
| |
| |
| |
| |

ÖRNEK 6

Aşağıda 5 kabin içerisinde eşit büyüklükte kırmızı ve mavi renkli toplar bulunmaktadır. Kaplardan rastgele birer top çekildiğinde çekilen topların kırmızı olma ve olmama olasılıklarını inceleyelim.



ÇÖZÜM

1. kaptaki topların tamamı kırmızı olduğu için seçilen topların kırmızı renkli olma olasılığı kesin olaydır. Kırmızı renkli olmaması imkânsız olaydır.

Kırmızı olma olasılığı 1'dir.

Kırmızı olmama olasılığı 0'dır.

İki olasılığın toplamı: $1 + 0 = 1$ olur.

2. kaptaki 12 topun 9'u kırmızıdır. Bu durumda çekilen topun:

Kırmızı olma olasılığı $\frac{9}{12}$ 'dir.

Kırmızı olmama olasılığı $\frac{3}{12}$ 'dir.

İki olasılığın toplamı: $\frac{9}{12} + \frac{3}{12} = \frac{12}{12} = 1$ olur.

3. kaptaki 12 topun 6'sı kırmızıdır. Bu durumda çekilen topun:

Kırmızı olma olasılığı $\frac{6}{12}$ 'dir.

Kırmızı olmama olasılığı $\frac{6}{12}$ 'dir.

İki olasılığın toplamı: $\frac{6}{12} + \frac{6}{12} = \frac{12}{12} = 1$ olur.

4. kaptaki 12 topun 3'ü kırmızıdır. Bu durumda çekilen topun:

Kırmızı olma olasılığı $\frac{3}{12}$ 'dir.

Kırmızı olmama olasılığı $\frac{9}{12}$ 'dir.

İki olasılığın toplamı: $\frac{3}{12} + \frac{9}{12} = \frac{12}{12} = 1$ olur.

5. kaptaki topların tamamı mavi renkli olduğu için çekilen topun kırmızı renkli olma olasılığı imkânsız olaydır.

Kırmızı renkli olma olasılığı 0'dır.

Kırmızı renkli olmama olasılığı 1'dir.

İki olasılığın toplamı: $0 + 1 = 1$ olur.

Görüldüğü gibi çekilen topun kırmızı olma ve olmama olasılıklarının toplamı 1'dir.

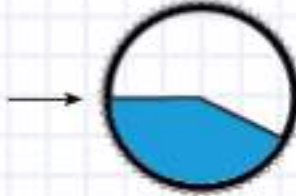
BİLGİLENELİM

Bir olayın olasılık değeri 0 ile 1 arasında (0 ve 1 dâhil) dir.

Bir olayın olma olasılığı ile olmama olasılığının toplamı 1'dir.



Aşağıdaki çark çevrildiğinde okun mavi renkli alana gelme olasılığı $\frac{5}{12}$ olduğuna göre mavi renkli alana gelme olasılığını bulunuz.

**ÖRNEK 7**

Basketbol ve gitar kurslarından yalnız birine gidenlerden oluşan gruptan rastgele bir kişi seçiliyor. Seçilen bu kişinin gitar kursuna gitme olasılığı $\frac{3}{7}$ ise gitme olasılığını bulalım.

ÇÖZÜM

Bir olayın olma olasılığı ile olmama olasılığının toplamı 1'dir.

Gitar kursuna gitme olasılığı + Gitar kursuna gitmeme olasılığı = 1

Gitar kursuna gitmeme olasılığına x diyelim.

$$\begin{aligned}\frac{3}{7} + x &= 1 \\ x &= 1 - \frac{3}{7} \\ x &= \frac{4}{7}\end{aligned}$$

Buna göre rastgele seçilen bir kişinin gitar kursuna gitmeme olasılığı $\frac{4}{7}$ 'dir.



Bir avcının hedefi vurmama olasılığı $\frac{5}{11}$ ise vurma olasılığını bulunuz.

ÖRNEK 8

"Gel, gel, ne olursan ol yine gel." sözünün her harfi aynı özelliklere sahip kartların üzerine yazılarak bir torbaya atılıyor. Torbadan rastgele çekilen bir kartın üzerinde:

- Sessiz harf yazma olasılığını bulalım.
- "e" harfi yazma olasılığını bulalım.



ÇÖZÜM

Torbadan kart çekme işleminde olası durum sayısı 24'tür.

- Sessiz harf sayısı 14 olduğu için istenen olayın çıktı sayısı 14'tür.

$$\text{Sessiz harf olma olasılığı} = \frac{\text{İstenen olayın çıktı sayısı}}{\text{Olası durum sayısı}} = \frac{14}{24} = \frac{7}{12} \text{ olur.}$$

- "e" harfi sayısı 5 olduğu için istenen olayın çıktı sayısı 5'tir.

$$\text{"e" harfi olma olasılığı} = \frac{\text{İstenen olayın çıktı sayısı}}{\text{Olası durum sayısı}} = \frac{5}{24} \text{ olur.}$$

BİLGİLENELİM

Bir olayın olma olasılığı, istenen olayın çıktı sayısının olası durum sayısına oranıdır.

$$\text{Bir olayın olma olasılığı} = \frac{\text{İstenen olayın çıktı sayısı}}{\text{Olası durum sayısı}}$$



Aşağıda verilen tabloyu inceleyiniz. Sınıftan seçilen bir öğrencinin kız olma olasılığını bulunuz.

| | Kız | Erkek |
|-----------|-----|-------|
| Gözlüklü | 2 | 4 |
| Gözlüksüz | 11 | 8 |

ÖRNEK 9

Yandaki grafikte bir spor organizasyonuna ait bilgiler verilmiştir. Bu gruptan rastgele seçilen bir yarışmacının:

- Atletizm branşından olma
- Gülle atma branşından olmama
- Uzun atlama branşından olma olasılıklarını hesaplayalım.



ÇÖZÜM

Spor organizasyonuna atletizm, gülle atma, uzun atlama ve disk atma branşlarından sporcular katılmıştır. Organizasyona katılan toplam sporcu sayısı $15 + 10 + 20 + 5 = 50$ 'dir.

Bu durumda olası durum sayısı 50 olur.

- a) Atletizm müsabakasına katılan 15 sporcu olduğundan:

İstenen olayın çıktı sayısı = 15

$$\text{Atletizm branşından olma olasılığı} = \frac{\text{İstenen olayın çıktı sayısı}}{\text{Olası durum sayısı}} = \frac{15}{50} = \frac{3}{10} \text{ 'dir.}$$

- b) Gülle müsabakasına katılan 10 sporcu olduğundan, gülle müsabakasına katılmayan $50 - 10 = 40$ sporcu bulunmaktadır.

İstenen olayın çıktı sayısı = 40

$$\text{Gülle atma branşından olmama olasılığı} = \frac{\text{İstenen olayın çıktı sayısı}}{\text{Olası durum sayısı}} = \frac{40}{50} = \frac{4}{5} \text{ 'tir.}$$

- c) Uzun atlama müsabakasına katılan 20 sporcu olduğundan:

İstenen olayın çıktı sayısı = 20

$$\text{Uzun atlama branşından olma olasılığı} = \frac{\text{İstenen olayın çıktı sayısı}}{\text{Olası durum sayısı}} = \frac{20}{50} = \frac{2}{5} \text{ 'tir.}$$



Erol'un okuldaki dolabının şifresi 5 hanelidir. Şifrenin son hanesini hatırlamayan Erol'un şifresinin son rakamının:

- a) Tek sayı olma

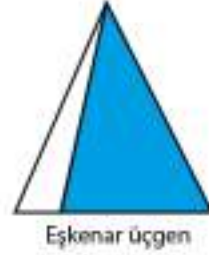
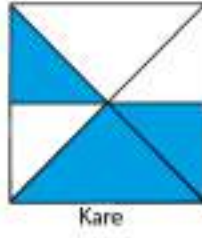
- b) Asal sayı olma

- c) 3'ün katı olma olasılıklarını hesaplayınız.



UYGULAYALIM

1. Özlem ile Ece aşağıda bulunan 3 geometrik şekilden birini kullanarak miktatsız dart yarışması yapacaktır. Yarışmayı Özlem mavi renge, Ece beyaz renge isabet ettirirse kazanacaktır. Bu yarışmada Özlem ve Ece'nin eşit şansa sahip olabilmesi için hangi geometrik şeklin seçilmesi gerektiğini bulunuz.



2. Yandaki daire grafiğinde bir sınıftaki öğrencilerin ilgilendikleri spor dalları verilmiştir. Buna göre sınıftan rastgele seçilen bir öğrencinin voleybol oynayan öğrenci olma olasılığını hesaplayınız.



3. Tablodaki cümlelere uygun olan durumlara (✓) işareti koyunuz.

| Cümleler | Kesin | İmkânsız | Olası |
|---|-------|----------|-------|
| Yarın yağmur yağacak. | | | |
| Suya bırakılan taş batar. | | | |
| Öğleden sonra ağaçlar bizimle konuşacak. | | | |
| Sabah güneş doğacak. | | | |
| 3 öğrenci yarın derse gelmeyecek. | | | |
| Mustafa, bu akşam saat 20.30'dan önce uyuyacak. | | | |
| Bir yılda 2 kez doğum günü olur. | | | |

4. Bir atölyede üretilen malların %40'ını A makinesi, %30'unu B makinesi ve %30'unu C makinesi üretmektedir. Bu atölyede rastgele seçilen bir ürünü B makinesinin üretme olasılığını bulunuz.

5. Bir topluluktaki kişilerden 10'u A takımını, 8'i B takımını ve 7'si C takımını tutmaktadır. Buna göre kişiler arasından rastgele seçilen birinin:

- a) A takımını tutma olasılığını
b) B takımını tutmama olasılığını bulunuz.

6. Yandaki tabloda bir erkek giyim mağazasında satılan ürünlerin sayısı gösterilmektedir. Mağazadan bir ürün satın alan bir müşterinin:

- a) Ceket alma olasılığını
b) Gömlek almama olasılığını bulunuz.

| Ürünler | Adet |
|----------|------|
| Pantolon | 42 |
| Gömlek | 53 |
| Ceket | 35 |
| Kravat | 20 |

7. Alper eş büyüklükteki topların üzerine 95'in çarpanlarını yazmış ve bu topları kutuya koymuştur. Kutudan rastgele çekilen bir topun üzerinde asal sayı yazma olasılığını bulunuz.

8. Bir sınıftaki erkek öğrenci sayısı kız öğrenci sayısından 3 eksiktir. Bu sınıftan rastgele seçilen bir öğrencinin erkek olma olasılığı $\frac{4}{9}$ olduğuna göre sınıf mevcudunun kaç olduğunu bulunuz.

9. 1'den 42'ye kadar olan doğal sayılar özdeş kartlara yazılarak ters çevriliyor. Rastgele alınan bir kartta tam kare sayı yazma olasılığını bulunuz.

10. Kız ve erkek öğrencilerin bulunduğu bir sınıftan seçilen sınıf başkanının kız öğrenci olma olasılığı aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) 0 B) $\frac{3}{5}$ C) 1 D) $\frac{11}{5}$

Basit Cebirsel İfadeleri Farklı Biçimlerde Yazma

Anneannesinin yaşını merak eden Mert annesine ve dayısına "Anneannem kaç yaşında?" diye sormuştur.

Annesi ve dayısının cevapları yandaki gibidir.

Mert'in anneannesinin yaşına ait cebirsel ifadeleri nasıl yazarsınız?



ETKİNLİK

AMAÇ : Basit cebirsel ifadeleri farklı biçimlerde yazmak

ARAÇ GEREÇ : Renkli kalemler

UYGULAMA BASAMAKLARI

1. Verilen cebirsel ifadeleri inceleyiniz ve her bir cebirsel ifadeyi farklı renge boyayınız.

| | | | | | | |
|--------------|-------------------|------------|------|--------|-----------------------------|------------|
| $10 \cdot x$ | $9 \cdot (2 - y)$ | $24y + 24$ | $6a$ | $14xy$ | $2 \cdot 2 \cdot a \cdot b$ | $5(x + y)$ |
|--------------|-------------------|------------|------|--------|-----------------------------|------------|

2. Yukarıdaki cebirsel ifadelerin eşitleri aşağıda verilmiştir. Cebirsel ifadelerin eşitlerini yukarıda boyadığınız renkle aynı renge boyayınız.

| | | | | |
|-------------------|-----------------------------|---------------------|-------------|---------------------|
| $2ab + 2ab$ | $2 \cdot 3 \cdot a$ | $7y + 5y$ | $2x + 2y$ | $6xy + 8xy$ |
| $3(6 - 3y)$ | $2(x + y)$ | $15x - 5x$ | $24(y + 1)$ | $a + a$ |
| $3(8y + 8)$ | $2 \cdot 7 \cdot x \cdot y$ | $9x - y$ | $5x + 5y$ | $2a + 4a$ |
| $4x + 4y + x + y$ | $18 - 9y$ | $4 \cdot a \cdot b$ | $3(x + y)$ | $2 \cdot 5 \cdot x$ |

SONUÇLANDIRALIM

- ✓ Cebirsel ifadeleri eşleştirirken nelere dikkat ettiğinizi açıklayınız.

ÖRNEK 1

Esra ve Hakan bir parkurda koşmaktadırlar. Hakan'ın parkurda attığı tur sayısı Esra'nın attığı tur sayısının 2 katından 5 eksiktir. Hakan'ın attığı tur sayısını gösteren cebirsel ifadeyi oluşturalım. Bu cebirsel ifadenin değişkenini, terimlerini, katsayılarını ve terim sayısını tabloda gösterelim.



ÇÖZÜM

Hakan'ın parkurda attığı tur sayısını, Esra'nın attığı tur sayısından yararlanarak ifade edelim. Esra'nın attığı tur sayısı "x" olsun. Hakan'ın attığı tur sayısı, Esra'nın attığı tur sayısının 2 katından 5 eksik olduğu için " $2x - 5$ " olur.

| Cebirsel İfade | Değişken | Terim(ler) | Katsayı(lar) | Terim Sayısı |
|----------------|----------|------------|--------------|--------------|
| $2x - 5$ | x | $2x, -5$ | 2, -5 | 2 |

BİLGİLENELİM

En az bir değişkeni bulunan ve işlem içeren ifadelere **cebirsel ifadeler** denir.

Cebirsel ifadelerdeki her harf bir sayıyı temsil eder ve bu harfler farklı sayı değerleri alabilir. Bu yüzden cebirsel ifadelerdeki harflere **değişken (bilinmeyen)** denir.

Cebirsel ifadelerde toplama veya çıkarma işlemi ile birbirinden ayrılan her bir ifadeye **terim** denir.

Her bir terimde değişken dışında kalan sayılara ise **katsayı** denir.



Aycan'ın yaşının 2 katının 3 fazlası Cansu'nun yaşına eşittir. Cansu'nun yaşını gösteren bir cebirsel ifade oluşturunuz. Bu cebirsel ifadenin değişkenini, terimlerini, katsayılarını ve terim sayısını tabloda gösteriniz.

| Cebirsel İfade | Değişken | Terim(ler) | Katsayı(lar) | Terim Sayısı |
|----------------|----------|------------|--------------|--------------|
| | | | | |

ÖRNEK 2

$2x - 5 + x$ cebirsel ifadesinin terimlerini, katsayılarını ve sabit terimini bulalım.

ÇÖZÜM

$2x - 5 + x$ cebirsel ifadesindeki benzer terimleri düzenleyelim.

$$2x - 5 + x = 3x - 5$$

$3x - 5$ cebirsel ifadesinin terimleri $3x$ ve -5 , katsayıları $+3$ ve -5 'tir.

-5 sayısı değişken içermediği için aynı zamanda sabit terimdir.

BİLGİLENELİM

Cebirsel ifadede değişken içermeyen terime **sabit terim** denir. Her sabit terim aynı zamanda bir katsayıdır.



$-5y - 2 + 3y - 1$ cebirsel ifadesinin terimlerini, katsayılarını ve sabit terimini bulunuz.

ÖRNEK 3

Aşağıdaki cebirsel ifadelerin terimlerini, değişkenlerini, katsayılarını ve sabit terimlerini bir tablo oluşturarak gösterelim.

a) $3a + 5b$

b) $-4y^2$

c) $21m^2 \cdot n$

ç) $2x^2 - 3x + 5$

ÇÖZÜM

| Cebirsel İfadeler | Terim(ler) | Değişken(ler) | Katsayı(lar) | Sabit Terim |
|-------------------|-----------------|---------------|--------------|-------------|
| $3a + 5b$ | $3a, 5b$ | a, b | $3, 5$ | 0 |
| $-4y^2$ | $-4y^2$ | y | -4 | 0 |
| $21m^2 \cdot n$ | $21m^2 \cdot n$ | m, n | 21 | 0 |
| $2x^2 - 3x + 5$ | $2x^2, -3x, 5$ | x | $2, -3, 5$ | 5 |



Tablodaki cebirsel ifadelerin terimlerini, değişkenlerini, katsayılarını ve sabit terimlerini yazınız.

| Cebirsel İfadeler | Terim(ler) | Değişken(ler) | Katsayı(lar) | Sabit Terim |
|-------------------|------------|---------------|--------------|-------------|
| x | | | | |
| $3y^2 - 4$ | | | | |
| $12a - a^2 + ab$ | | | | |

ÖRNEK 4

$6a^2$ cebirsel ifadesini farklı biçimlerde yazalım.

ÇÖZÜM

$6a^2$ ifadesinin 4 farklı gösterimini yazalım.

1. Gösterim: $6a^2 = 2 \cdot 3 \cdot a \cdot a$
2. Gösterim: $6a^2 = 3a \cdot 2a$
3. Gösterim: $6a^2 = 4a^2 + 2a^2$
4. Gösterim: $6a^2 = 9a^2 - 3a^2$



m^2n cebirsel ifadesini 2 farklı biçimde yazınız.

| |
|--|
| |
|--|

ÖRNEK 5

Her birinde $3a$ tane içecek bulunan iki koliye dörder içecek daha ilave ediliyor. Kollilerdeki toplam içecek sayısını 2 farklı cebirsel ifade ile göstereyim.

ÇÖZÜM**1. Gösterim:**

İki kolideki toplam içecek sayısı: $3a \cdot 2 = 6a$

Her bir koliye dörder içecek eklendiği için $2 \cdot 4 = 8$ içecek eklenmiştir.

İki kolideki toplam içecek sayısı: $6a + 8$ olur.

2. Gösterim:

$3a$ tane içecek bulunan koliye dörder içecek eklendiğinde her birinde toplam içecek sayısı $3a + 4$ olur.

Bu durumda 2 kolideki toplam içecek sayısı $2 \cdot (3a + 4)$ olur.



Önce $2x + 3$, sonra $3x + 5$ sayfa kitap okuyan Övgü'nün toplam kaç sayfa kitap okuduğunu 2 farklı cebirsel ifade ile gösteriniz.

| |
|--|
| |
|--|

UYGULAYALIM

1. Tablodaki cebirsel ifadelerin terimlerini, değişkenlerini, katsayılarını ve sabit terimlerini yazınız.

| Cebirsel İfadeler | Terim(ler) | Değişken(ler) | Katsayı(lar) | Sabit Terim |
|---------------------------|------------|---------------|--------------|-------------|
| $3a$ | | | | |
| $x^2 \cdot y + x \cdot y$ | | | | |
| $5m - m^2 + 15$ | | | | |

2. "Dikdörtgen şeklindeki bir okul bahçesinin boyu eninden 23 m daha uzundur." Bu bilgiye göre okul bahçesinin en, boy ve çevresini gösteren cebirsel ifadeleri bulunuz.

3. Verilen cebirsel ifadelerin farklı gösterimlerini eşleştiriniz. Eşleştirilemeyen cebirsel ifadeyi bulunuz.

$$8 \cdot x \cdot y \cdot y$$

$$5 \cdot a \cdot b \cdot b$$

$$-9 \cdot x \cdot y^2 \cdot y$$

$$14 \cdot a^2 \cdot b \cdot b$$

$$5ab^2$$

$$6a^2b^2 + 8a^2b^2$$

$$2xy \cdot 4y$$

4. Ferhat'ın aldığı arsanın boyutları şekilde görülmektedir. Mehmet, arkadaşı Ferhat'ın arsasıyla aynı alana sahip bir arsa satın almak istiyor. Mehmet'in alabileceği arsa modellerinden 2 tanesini çizin.



5. Aşağıdakilerden hangisi $30x^3y^2$ cebirsel ifadesine özdeş değildir?

A) $6x^3 \cdot 5y^2$

B) $30x^2 \cdot y^2 \cdot x$

C) $3 \cdot x^3 \cdot 10y^2$

D) $2x^2 \cdot 15y^2$

Cebirsel İfadelerde Çarpma

Melike, çalışma odasında bulunan masanın üstünü çizilmemesi için yapışkanlı folyo ile kaplamak istiyor. Elinde metre olmadığından masanın etrafını kalemle ölçerek ne kadar folyo kullanacağını hesaplıyor.

Melike'nin alacağı folyonun alanına uygun cebirsel ifadeyi nasıl yazarsınız?



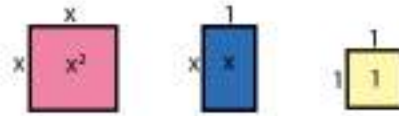
ETKİNLİK

AMAÇ: Cebirsel ifadelerin çarpımını yapmak

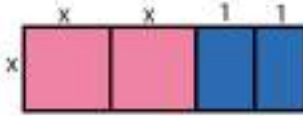
ARAÇ GEREÇ: Kalem

UYGULAMA BASAMAKLARI

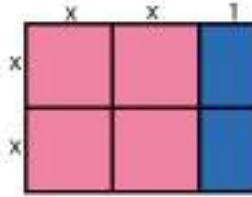
Yanda üç farklı cebir karosunun kenar uzunlukları ve alanları verilmiştir.



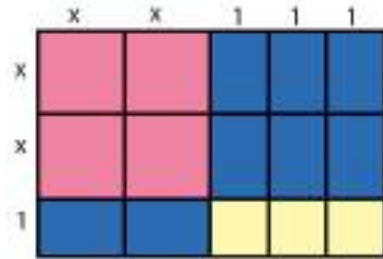
1. Cebir karoları kullanılarak oluşturulan Şekil 1, Şekil 2 ve Şekil 3'teki dikdörtgenleri inceleyiniz.



Şekil 1



Şekil 2



Şekil 3

2. Aşağıdaki tabloyu doldurunuz.

| Şekiller | Dikdörtgenin Kısa Kenar Uzunluğu | Dikdörtgenin Uzun Kenar Uzunluğu | Dikdörtgenin Alanı |
|----------|----------------------------------|----------------------------------|--------------------|
| Şekil 1 | | | |
| Şekil 2 | | | |
| Şekil 3 | | | |

SONUÇLANDIRILIM

- ✓ Dikdörtgenlerin kenar uzunlukları ile alanları arasında nasıl bir ilişki vardır? Açıklayınız.

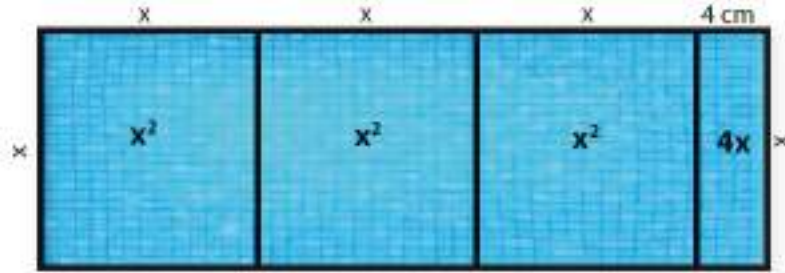
ÖRNEK 1

Aşağıda verilen havuzun kenar uzunlukları x cm ve $3x + 4$ cm'dir. Dikdörtgen şeklindeki bu havuzun taban alanını veren cebirsel ifadeyi bulalım.



ÇÖZÜM

1. Yol: Havuzun taban alanını model yardımıyla bulalım. Modelde kenar uzunluğu x cm olan karesel bölgeler oluşturalım. Artan parça ile kenar uzunlukları 4 cm ve x cm olan dikdörtgen bölge oluşturalım.



Her parçanın alanını toplayarak havuzun taban alanını bulalım.

Kenar uzunluğu x cm olan karesel bölgenin alanı $x \cdot x = x^2$ cm² dir.

Karesel bölge şeklinde üç parça olduğundan alanı $3 \cdot x^2$ cm² dir.

Kenar uzunlukları 4 ve x cm olan dikdörtgen bölgenin alanı $4 \cdot x$ cm² dir.

Bu durumda havuzun taban alanı $= 3x^2 + 4x$ cm² olur.

- Cebirsel ifadelerde model
- üzerinde çarpma işlemi
- yapılırken model, kare ve dik-
- dörtgen parçalara ayrılır.
- Her parçanın alanı bulunur ve
- toplanır.

2. Yol: Dikdörtgen şeklindeki havuzun taban alanını bulmak için kenar uzunluklarını çarpalım.

$$\begin{aligned} x \cdot (3x + 4) &= x \cdot 3x + 4 \cdot x \\ &= 3 \cdot x^2 + 4 \cdot x \end{aligned}$$

Çarpma işleminin toplama işlemi üzerine dağılım özelliği kullanılır.
 $x \cdot x = x^2$ olarak düzenlenir.

Havuzun taban alanı $3x^2 + 4x$ cm² olur.

BİLGİLENELİM

Cebirsel ifadeler çarpılırken çarpmanın toplama veya çıkarma işlemi üzerine dağılıma özelliğinden yararlanır. Birinci çarpandaki terimler ikinci çarpandaki terimlerle ayrı ayrı çarpılır. Çıkan sonuçta benzer terimler toplanır veya çıkarılır.



Aşağıdaki dikdörtgen tepsinin üst yüzey alanını veren cebirsel ifadeyi bulunuz.



ÖRNEK 2

Yanda bir eve ait plan verilmiştir. Buna göre evin alanını veren cebirsel ifadeyi bulalım.



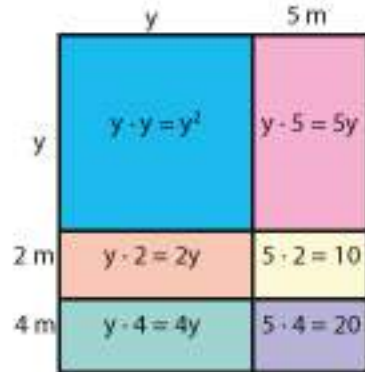
ÇÖZÜM

1. Yol: Evin her bölümü için ayrılan alanı model üzerinde bulalım.

Evin alanı, bulduğumuz bölümlerin alanlarının toplamıdır.

$$y^2 + 5y + 2y + 4y + 10 + 20 = y^2 + 11y + 30 \text{ m}^2 \text{ olur.}$$

2. Yol: Evin planı bir dikdörtgensel bölge modelidir. Bu modelin alanı kenar uzunluklarının çarpılması ile bulunur.



$$(y + 5) \cdot (y + 6) = y \cdot y + y \cdot 6 + 5 \cdot y + 5 \cdot 6$$

$$= y^2 + 11y + 30$$

Evin alanı $(y + 5) \cdot (y + 6) = y^2 + 11y + 30 \text{ m}^2$ olur.



Aşağıdaki modelin alanını veren cebirsel ifadeyi bulunuz.



ÖRNEK 3

$(a - 1) \cdot (a - 3)$ işleminin sonucunu bulalım.

ÇÖZÜM

Birinci çarpandaki terimleri ikinci çarpandaki terimlerle ayrı ayrı çarpalım.

$$\begin{aligned}
 (a - 1) \cdot (a - 3) &= a \cdot a + a \cdot (-3) + (-1) \cdot a + (-1) \cdot (-3) \\
 &= a^2 - 3a - a + 3 \\
 &= a^2 - 4a + 3 \text{ olur.}
 \end{aligned}$$



$(5m + 2) \cdot (3m - 1)$ işleminin sonucunu bulunuz.

UYGULAYALIM

1. Aşağıda verilen çarpma işlemlerinin sonuçlarını bulunuz.

a) $(b + 1) \cdot (b + 1)$

b) $m \cdot (3m - 1)$

c) $y \cdot (-y + 1)$

ç) $n \cdot 5n$

2. Aşağıdaki verilen dikdörtgen ile aynı alana sahip iki farklı dikdörtgen çiziniz.



3. $(3x + 5) \cdot (7x - 2) = Ax^2 - Bx + C$ olduğuna göre $A + B - C$ işleminin sonucunu bulunuz.

4. Aşağıda cebirsel ifadelerde çarpma işlemleri ve sonuçları verilmiştir. Çarpma işlemleri ile sonuçlarını doğru şekilde eşleştirip sonuç kutularının başlarında bulunan harfleri ilk tabloda boş bırakılan yerlere yazınız. Ortaya çıkan kelimenin kelime anlamını sınıfta tartışınız.

| | |
|--|------------------------|
| | $x \cdot (x+5)$ |
| | $3x \cdot 2x$ |
| | $2x \cdot (x-4)$ |
| | $(3x-1) \cdot (-6x)$ |
| | $(x+2) \cdot (x+9)$ |
| | $6x \cdot x$ |
| | $(-2x+1) \cdot (x-13)$ |

| | |
|----------|--------------------|
| N | $2x^2 - 8x$ |
| K | $-18x^2 + 6x$ |
| M | $-2x^2 + 27x - 13$ |
| E | $2x^2 + 4x^2$ |
| D | $x^2 + 5x$ |
| L | $x^2 + 11x + 18$ |
| E | $6x^2$ |

5. Aşağıdaki tabloda doğru yapılan işlemlerin olduğu kutuları boyayınız. Boyama sonucunda elde ettiğiniz şekli arkadaşlarınızın şekli ile karşılaştırınız.

| | | | | | | |
|------------------------------------|------------------------------------|---------------------------------------|----------------------------|--|---------------------------------------|--------------------------------------|
| $x \cdot x = 2x$ | $m \cdot (m+1) = m^2 + m$ | $k \cdot (2k+1) = 2 \cdot k^2 + k$ | $5 \cdot (3x+2) = 15+10$ | $(x-3) \cdot (x+4) = x^2 + x - 12$ | $(x+5) \cdot (x+1) = x^2 + 6x + 5$ | $4a \cdot 2a = 6$ |
| $2x \cdot x = 2x^2$ | $(a+1) \cdot (a+1) = a^2 - 2a + 1$ | $(-x+21) \cdot (-1) = x+21$ | $-2x \cdot x = -2x^2$ | $(x+9) \cdot 2 = 2x+9$ | $(x+2) \cdot 5 = x+10$ | $3 \cdot (m+2) = 3m+6$ |
| $5k \cdot 3k = 15k$ | $5y \cdot (2y+7) = 10y^2 + 35y$ | $(2x+1) \cdot (-5) = -10x+5$ | $m \cdot (m+4) = m+4m$ | $-s \cdot (5s-9) = 5s^2 + 9s$ | $(2d-3) \cdot 3d = 6d^2 - 9d$ | $2h \cdot (-4h) = 8h$ |
| $(x+3) \cdot (x+2) = x^2 + 6x + 6$ | $3m \cdot (3m-1) = 9m^2 - 3m^2$ | $(3c+2) \cdot (2c+1) = 6c^2 + 7c + 2$ | $k \cdot (k+1) = 2k+1$ | $(x-3) \cdot (2x-4) = 2x^2 - 10x + 12$ | $(2a-7) \cdot (a-1) = 2a^2 - 10a + 7$ | $(3m+1) \cdot (m+2) = 4m^2 + 4m + 3$ |
| $3x \cdot 3 = 6x$ | $d \cdot (2d-3) = 2d^2 + 3d$ | $(x+2) \cdot (x+9) = x+11$ | $x \cdot (x+6) = x^2 + 6x$ | $(3a+1) \cdot (a-1) = 3a^2 - 2a + 1$ | $(2t-1) \cdot t = 3t - t$ | $4k \cdot (-k) = 3k$ |

6. $(5 + 7y) \cdot (2y - 6)$ işleminin sonucunda elde edilen cebirsel ifadenin katsayıları toplamı kaçtır?

A) 48 B) 18 C) -48 D) -58

Özdeşlikleri Modelleme

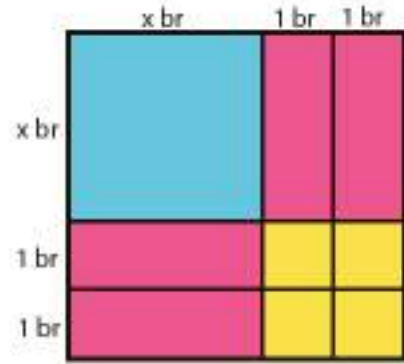
Ali Öğretmen öğrencilerine, cebir karolarını kullanarak oluşturduğu yandaki modelin alanını nasıl bulabileceklerini soruyor.

Nisan ve Ezgi'nin cevapları şöyledir:

Nisan: Bu şekil bir kare olduğundan alanını $(x + 2) \cdot (x + 2)$ birim bulurum.

Ezgi: Ben cebir karolarının alanlarını tek tek bulup toplayarak $x^2 + 4x + 4$ birim bulurum.

Siz öğretmenin sorusunu cevaplasaydınız nasıl bir cebirsel ifade söylerdiniz?



ETKİNLİK

AMAÇ: Özdeşlikleri açıklamak

ARAÇ GEREÇ: Kalem

UYGULAMA BASAMAKLARI

1. Aşağıda verilen denklemlerde x değişkeni yerine istenilen değerleri yazınız.
2. Eşitliğin sağlandığı yerleri (✓) ile işaretleyiniz.
3. Tabloyu istediğiniz 2 tam sayı değeri için devam ettiriniz.

| Değişkenin Değeri | $5x + 10 = 0$ | | $5(x + 2) = 5x + 10$ | |
|-------------------|------------------|--------------------|----------------------|--------------------|
| | Denklemi Sağlar. | Denklemi Sağlamaz. | Denklemi Sağlar. | Denklemi Sağlamaz. |
| $x = -2$ | | | | |
| $x = 0$ | | | | |
| $x = 3$ | | | | |
| $x = \dots$ | | | | |
| $x = \dots$ | | | | |

SONUÇLANDIRALIM

- ✓ x 'in her değeri için eşitliğin sağlandığı denklemlerin genel özelliğini söyleyiniz.
- ✓ Sizce bu denklemlerin özel bir adı var mıdır?

ÖRNEK 1

$2(x - 3) = 2x - 6$ ifadesinde x değişkeni yerine farklı sayılar yazarak eşitliğin sağlanıp sağlanmadığını kontrol edelim.

ÇÖZÜM

$2(x - 3) = 2x - 6$ eşitliğinde x yerine 0, 1, 5 ve -2 değerlerini yazalım.

$$x = 0 \text{ için } 2 \cdot (0 - 3) = 2 \cdot 0 - 6$$

$$2 \cdot (-3) = 0 - 6$$

$$-6 = -6$$

Eşitlik $x = 0$ için sağlanmıştır.

$$x = 5 \text{ için } 2 \cdot (5 - 3) = 2 \cdot 5 - 6$$

$$2 \cdot 2 = 10 - 6$$

$$4 = 4$$

Eşitlik $x = 5$ için sağlanmıştır.

$$x = 1 \text{ için } 2 \cdot (1 - 3) = 2 \cdot 1 - 6$$

$$2 \cdot (-2) = 2 - 6$$

$$-4 = -4$$

Eşitlik $x = 1$ için sağlanmıştır.

$$x = -2 \text{ için } 2 \cdot (-2 - 3) = 2 \cdot (-2) - 6$$

$$2 \cdot (-5) = -4 - 6$$

$$-10 = -10$$

Eşitlik $x = -2$ için sağlanmıştır.

$2(x - 3) = 2x - 6$ cebirsel ifadesinde x yerine yazdığımız bütün değerler için eşitliğin sağlandığını görürüz.

BİLGİLENELİM

İçinde bilinmeyen bulunan ve bu bilinmeyenin her değeri için doğru olan eşitliğe **özdeşlik** denir.

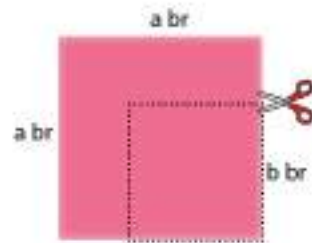


Aşağıdaki değişkenler yerine farklı sayılar yazarak eşitliğin sağlanıp sağlanmadığını kontrol ediniz.

| | | | |
|----------------------------|--|--------------------------|--|
| $2x + 3x = 5x$ | | $4a - 3 = 3a - 4$ | |
| $x \cdot x \cdot x = 3x^3$ | | $a + 5 \cdot 3 = a + 15$ | |
| $5 \cdot (x - 1) = 5x - 1$ | | $a^5 \cdot a^7 = a^{-2}$ | |

ÖRNEK 2

Yandaki karenin bir kenar uzunluğu a birimdir. Bu kareden, bir kenarı b birim olan kare kesilerek çıkarılıyor. Kalan alanı gösteren 2 cebirsel ifade bulalım.



ÇÖZÜM

1. Cebirsel ifade:

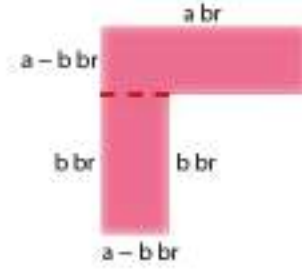
Kenar uzunluğu a br olan karenin alanı: a^2

Kenar uzunluğu b br olan karenin alanı: b^2

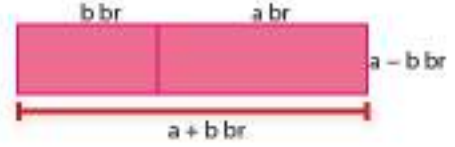
Kalan alan: $a^2 - b^2$ olur.

2. Cebirsel ifade:

Kenar uzunluğu a br olan kareden kenar uzunluğu b br olan kare çıkarıldıktan sonra kalan alan yandaki gibidir. Bu şekli 2 dikdörtgene ayıralım.



Ayırdığımız dikdörtgenleri şekildeki gibi birleştirelim.



Elde ettiğimiz dikdörtgenin alanı $(a + b) \cdot (a - b)$ olur.

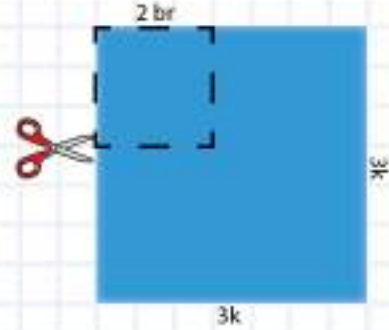
Birinci ve ikinci cebirsel ifadeler ayrı alana ait olduğundan $a^2 - b^2 = (a + b) \cdot (a - b)$ olur.

BİLGİLENERİM

$x^2 - y^2 = (x + y) \cdot (x - y)$ özdeşliğine **iki kare farkı özdeşliği** denir.



Aşağıdaki karenin bir kenar uzunluğu $3k$ birimdir. Bu kareden bir kenar uzunluğu 2 birim olan kare kesilerek çıkarıldığında kalan alanı ifade eden bir özdeşlik yazınız.



ÖRNEK 3

$16x^2 - 49$ ifadesinin eşitini özdeşliklerden yararlanarak bulalım.

ÇÖZÜM

$16x^2 - 49$ ifadesinin eşitini iki kare farkı özdeşliğinden yararlanarak bulalım.

$$\begin{aligned} 16x^2 - 49 &= (4x)^2 - 7^2 \\ &= (4x + 7) \cdot (4x - 7) \text{ olur.} \end{aligned}$$



Aşağıdaki ifadelerin eşitlerini özdeşliklerden yararlanarak bulunuz.

a) $100 - n^2$

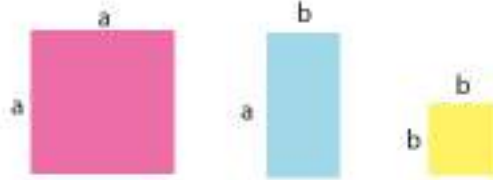
c) $a^2 - 9b^2$

b) $999^2 - 1^2$

ç) $4k^2 - 25$

ÖRNEK 4

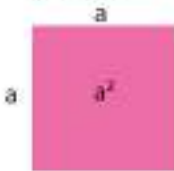
Bir kenar uzunluğu $(a + b)$ birim olan karenin alanını yandaki cebir kareleri ile modelleyerek bir özdeşlik yazalım.



ÇÖZÜM

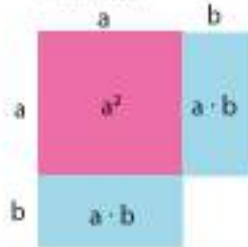
Bir kenar uzunluğu $(a + b)$ birim olan karenin alanını modellemek için cebir karelerinden yararlanarak aşağıdaki işlemleri adım adım yapalım.

1. Adım:



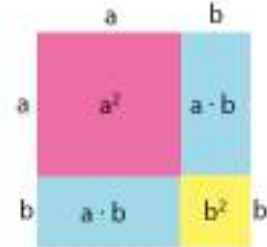
Kenar uzunluğu a br olan bir kare alınır.

2. Adım:



Karenin kenar uzunluğunu $(a + b)$ br yapmak için 1. adımdaki cebir karesine kenar uzunlukları a br ve b br olan dikdörtgen şeklindeki cebir kareleri eklenir.

3. Adım:



2. adımda elde edilen şeklin kare olması için eksik kalan parça kenar uzunluğu b br olan kare şeklindeki cebir karesiyle tamamlanır.

Bir kenar uzunluğu $(a + b)$ birim olan kareyi modelledik. Karenin alanını bulmak için her bir parçanın alanını toplayalım.

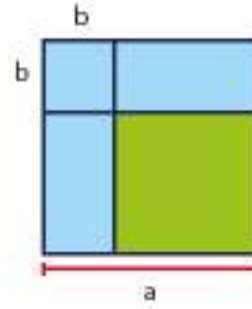
$$\begin{aligned} \text{Karenin alanı} &= a^2 + ab + ab + b^2 \\ &= a^2 + 2ab + b^2 \text{ olur.} \end{aligned}$$

Karenin alanı aynı zamanda bir kenar uzunluğunun karesi olduğundan

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \text{ özdeşliğini elde ederiz.}$$

ÖRNEK 6

Yandaki şekilde bir kenar uzunluğu a birim olan kareden mavi alanlar kesilerek çıkarılmıştır. Buna göre kalan alanı (yeşil kare) gösteren iki cebirsel ifade bulalım.



ÇÖZÜM

1. Cebirsel ifade:

Kenar uzunluğu $(a - b)$ br olan yeşil karenin alanı:
 $(a - b) \cdot (a - b) = (a - b)^2$ olur.

2. Cebirsel ifade:

Özdeşliği oluşturmak için şekildeki tüm parçaların alanlarını bulalım ve model üzerinde gösterelim.

Kenar uzunluğu a br olan karenin alanı: $a \cdot a = a^2$

Tüm alandan, kesilen parçaların alanlarını çıkararak yeşil bölgenin alanını bulalım.

Yeşil karenin alanı = tüm karenin alanı - mavi bölgelerin alanı

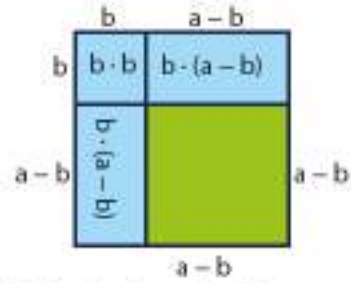
$$= a^2 - (b^2 + ba - b^2 + ba - b^2)$$

$$= a^2 - (b^2 + 2ba - 2b^2)$$

$$= a^2 - b^2 - 2ba + 2b^2$$

Benzer terimler toplanır.

$$= a^2 - 2ba + b^2 \text{ olur.}$$



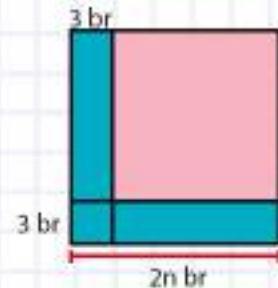
Bulduğumuz bu iki ifade aynı alana ait olduğundan $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ özdeşliğini elde ederiz.

BİLGİLENERİM

$(x - y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$ özdeşliğine **iki terimin farkının karesi** veya **tam kare özdeşliği** denir.



Aşağıdaki şekilde bir kenar uzunluğu $2n$ birim olan kareden mavi alanlar kesilerek çıkarılmıştır. Kalan alanı ifade eden bir özdeşlik yazınız.



ÖRNEK 7

$(y - 2)^2$ ifadesinin eşitini bulalım.

ÇÖZÜM

1.Yol: İki terimin farkının karesi özdeşliğinden yararlanalım.

$$\begin{aligned}(y - 2)^2 &= y^2 - 2 \cdot y \cdot 2 + 2^2 \\ &= y^2 - 4y + 4 \text{ olur.}\end{aligned}$$

2.Yol: $(y - 2)$ ifadesinin karesini alalım.

$$(y - 2)^2 = (y - 2) \cdot (y - 2)$$

$$= y^2 - 2 \cdot y - 2 \cdot y + 2^2$$

Çarpma işleminin çıkarma işlemi üzerine dağıtma özelliğinden yararlanır.

$$= y^2 - 4y + 4 \text{ olur.}$$

BİLGİLENERİM

İki terimin farkının karesi özdeşliği, birinci terim ve ikinci terimin kareleri toplamından birinci ve ikinci terimlerin çarpımının iki katının çıkarılmasına eşittir.



Aşağıdaki ifadelerin eşitlerini özdeşliklerden yararlanarak bulunuz.

a) $(1 - x)^2$

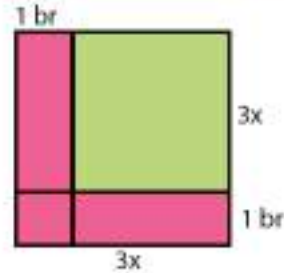
c) $(5 - 4m)^2$

b) $(2x - y)^2$

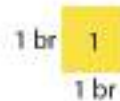
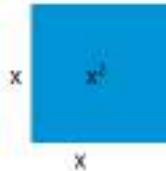
ç) $(3a - 2b)^2$

UYGULAYALIM

1. Yanda verilen karesel bölgenin alanını özdeşliklerden yararlanarak bulunuz.



2. Yanda verilmiş olan cebir karolarını kullanarak kenar uzunlukları sırasıyla $(2x + 1)$ ve $(x + 2)$ olan iki karesel bölge modelleyiniz. Modellediğiniz karesel bölgelerin alanlarını özdeşlikler yardımıyla ifade ediniz.

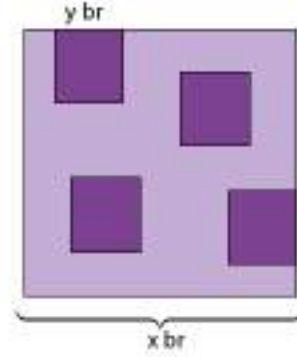


3. Aşağıdaki tam kare özdeşliklerini modelleyiniz.

$$a) (5 - b)^2 = 25 - 10b + b^2$$

$$b) (2a - 3)^2 = 4a^2 - 12a + 9$$

4. Yanda, bir kenar uzunluğu x br olan kareden kenar uzunluğu y br olan 4 kare kesilerek çıkarılıyor. Kalan bölgenin alanını özdeşlik yardımıyla ifade ediniz.



5. Aşağıdaki iki kare farkı özdeşliklerini modelleyiniz.

$$a) 49x^2 - y^2 = (7x + y) \cdot (7x - y)$$

$$b) 25 - b^2 = (5 - b) \cdot (5 + b)$$

6. Bir kenar uzunluğu $4x$ birim olan kare şeklindeki bir masanın üstüne bir kenar uzunluğu $3y$ birim olan bir dantel örtülüyor. Dantelin örtmediği alanı gösteren cebirsel ifadeye ait özdeşliği yazınız.



7. Aşağıdaki ifadelerin özdeşlik olup olmadığını bulunuz. Özdeşlik olan ifadelerin sağındaki harfleri boyayınız. Boyadığınız harfleri anlamlı bir kelime olacak şekilde boş kutucuklara yazınız.

| | | | |
|--------------------------|----------|-----------------------------------|----------|
| $5x + 4 = 2x - 5$ | D | $2(x - 3) + 5(x + 1) = 7x - 1$ | B |
| $4(x + 2) = 5x - x + 8$ | C | $(x - 1) \cdot (x + 1) = x^2 - 1$ | i |
| $(3x - 1)^2 = 9x^2 - 1$ | K | $(x + 5)^2 = x^2 + 25$ | L |
| $8x + 5 = 3x + 5(x + 1)$ | E | $(x - 1)^2 = x^2 - 2x + 1$ | R |



8. $(4x + C) \cdot (2x + 3) = Ax^2 + Bx - 15$ özdeşliğindeki A , B ve C sayılarının değerini bulunuz.

9. $x = 1009$ ve $y = -1000$ olduğuna göre $(x - y)^2 + 4xy$ ifadesinin değerini bulunuz.

10. $(3x - 5)^2$ ifadesinin özdeşi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $9x^2 - 30x + 25$

B) $9x^2 + 30x + 25$

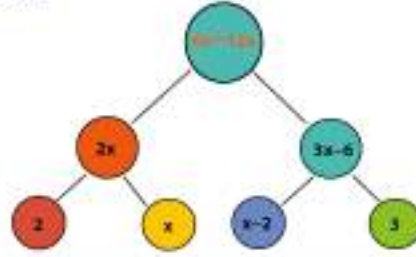
C) $9x^2 - 25$

D) $9x^2 - 15x + 25$

Cebirsel İfadeleri Çarpanlarına Ayırma

Yandaki ağaç diyagramında $6x^2 - 12x$ ifadesinin çarpanları verilmiştir.

Sizce $6x^2 - 12x$ ifadesinden $x - 2$ ifadesine nasıl ulaşılmıştır?



ETKİNLİK

DİKKATLİ KULLANALIM!



AMAÇ: Cebirsel ifadeleri çarpanlara ayırmak

ARAÇ GEREÇ: Makas

UYGULAMA BASAMAKLARI

1. 3 - 4 kişilik gruplar oluşturunuz.
2. 313. sayfada verilmiş olan şekli kenar çizgileri üstünden keserek 12 tane eş kare elde ediniz.
3. Her karenin kenarlarında cebirsel ifadeler vardır. Bu cebirsel ifadelerden birbirine eşit olanların kenarları birbirine değecek şekilde birleştiriniz.
4. Tüm kareleri dizdikten sonra bir şekil elde edeceksiniz. Diğer grupların şekilleriyle grubunuzun elde ettiği şekli karşılaştırınız.

SONUÇLANDIRALIM

- ✓ Şeklinizi oluştururken nasıl bir yol izlediniz? Açıklayınız.

ÖRNEK 1

" $15a + 30$ " cebirsel ifadesinin çarpanlarını farklı şekillerde bulalım.

ÇÖZÜM

$15a + 30$ ifadesinin çarpanlarını bulmak için her terimdeki çarpanları yazalım.

$$15a + 30 = 3 \cdot 5 \cdot a + 2 \cdot 3 \cdot 5 \quad 15 \text{ ve } 30, \text{ asal çarpanların çarpımı şeklinde yazılır.}$$

Bu iki terimde de ortak çarpanlar 3, 5 ve bunların çarpımı olan 15'tir. $15a + 30$ ifadesini 3, 5 ve 15 ortak çarpan parantezine alalım.

$$15a + 30 = 3 \cdot (5a + 10) \quad \text{Ortak olan } 3 \text{ çarpanı, parantezin önüne yazılarak gösterilir.}$$

$$15a + 30 = 5 \cdot (3a + 6) \quad \text{Ortak olan } 5 \text{ çarpanı, parantezin önüne yazılarak gösterilir.}$$

$$15a + 30 = 15 \cdot (a + 2) \quad \text{Ortak olan } 15 \text{ çarpanı, parantezin önüne yazılarak gösterilir.}$$

Bu durumda $15a + 30$ ifadesinin çarpanlarını **3, 5, 15, $(5a + 10)$, $(3a + 6)$, $(a + 2)$** şeklinde gösterebiliriz.

BİLGİLENELİM

Cebirsel ifadeyi çarpanlarının çarpımı şeklinde yazmaya **çarpanlara ayırma** denir.

Cebirsel ifadenin tüm terimlerinde ortak olan çarpanın veya çarpanların, parantezin dışına çarpan olarak yazılmasına **ortak çarpan parantezine alarak çarpanlarına ayırma** denir.



Aşağıdaki cebirsel ifadeleri ortak çarpan parantezine alarak çarpanlarına ayırınız.

a) $15x + 10$

b) $9a^2 - 3a$

c) $3mn - 21m + 24n$

ÖRNEK 2

Aşağıdaki cebirsel ifadeleri çarpanlarına ayırınız.

a) $6a^2 - 30a$

b) $-3a^2b - ab^2 - ab$

→ Katsayısı yazılmayan terimin katsayısı 1'dir.

→ Örneğin; $a = 1 \cdot a$ şeklinde yazılabilir.

ÇÖZÜM

Terimleri çarpanlarına ayırarak ve ortak çarpan parantezine alalım.

$$\begin{aligned} \text{a) } 6a^2 - 30a &= 2 \cdot 3 \cdot a \cdot a - 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot a \\ &= 2 \cdot 3 \cdot a \cdot (a - 5) \\ &= 6a(a - 5) \text{ olur.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } -3a^2b - ab^2 - ab &= -3 \cdot a \cdot a \cdot b - a \cdot b \cdot b - 1 \cdot a \cdot b \\ &= -a \cdot b \cdot (3 \cdot a + b + 1) \\ &= -ab(3a + b + 1) \text{ olur.} \end{aligned}$$



Aşağıdaki cebirsel ifadeleri çarpanlarına ayırınız.

a) $3x^2y + 12xy^2$

c) $4m^2n^2 - 6mn$

b) $15a^2 + 3ab - 9ac$

ç) $25k^2 - 10k + k$

ÖRNEK 3

Aşağıdaki cebirsel ifadeleri çarpanlarına ayırınız.

a) $a^2 - 36$

b) $16 - 25y^2$

ÇÖZÜM

İki kare farkı özdeşliğini kullanarak cebirsel ifadeleri çarpanlarına ayırınız.

$$\begin{aligned} \text{a) } a^2 - 36 &= a^2 - 6^2 && a^2 \text{ ve } 36 \text{ tam kare ifadelerdir.} \\ &= (a + 6) \cdot (a - 6) \text{ olur.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } 16 - 25y^2 &= 4^2 - (5y)^2 && 16 \text{ ve } 25y^2 \text{ tam kare ifadelerdir.} \\ &= (4 + 5y) \cdot (4 - 5y) \text{ olur.} \end{aligned}$$

BİLGİLENERİM

İki terimin kareleri farkı şeklinde verilmiş bir ifadenin çarpanlarına ayrılmış hâli:

$$a^2 - b^2 = (a + b) \cdot (a - b) \text{ biçiminde olur.}$$



Aşağıdaki cebirsel ifadeleri çarpanlarına ayırınız.

a) $4a^2 - b^2$

c) $144 - y^2$

b) $25x^2 - 64$

ç) $121m^2 - 100$

ÖRNEK 4

$y^2 + 8y + 16$ cebirsel ifadesini çarpanlarına ayıralım.

ÇÖZÜM

İki terimin toplamının karesi özdeşliğinden yararlanarak çarpanlarına ayıralım.

$$y^2 + 8y + 16 = y^2 + 8y + 4^2$$

$16, 4^2$ şeklinde yazılır.

$$= y^2 + 2 \cdot 4 \cdot y + 4^2$$

Ortadaki terim, y ve 4 'ün çarpımının 2 katıdır.

$$= (y + 4)^2$$

İki terimin toplamının karesi yazılır.

$y^2 + 8y + 16$ cebirsel ifadesinin çarpanlarına ayrılmış hâli $(y + 4) \cdot (y + 4)$ olur.

BİLGİLENERİM

$a^2 + 2ab + b^2$ şeklinde verilmiş bir ifadenin çarpanlarına ayrılmış hâli $(a + b) \cdot (a + b)$ olur.



Aşağıdaki cebirsel ifadeleri çarpanlarına ayırınız.

a) $m^2 + 6m + 9$

c) $k^2 + 2k + 1$

b) $y^2 + 4y + 4$

ç) $n^2 + 12n + 36$

ÖRNEK 5

Alanı $9a^2 + 30a + 25$ birimkare olan karenin çevresinin uzunluğunu bulalım.

ÇÖZÜM

Karenin alanı kenar uzunluğunun karesine eşittir. Kenar uzunluğunu bulmak için verilen karenin alanını iki terimin toplamının karesi özdeşliğinden yararlanarak çarpanlarına ayıralım.

$$\begin{aligned} 9a^2 + 30a + 25 &= (3a)^2 + 30a + 5^2 \\ &= (3a)^2 + 2 \cdot 3 \cdot a \cdot 5 + 5^2 \\ &= (3a + 5)^2 \end{aligned}$$

Bu durumda karenin bir kenarını $3a + 5$ buluruz. Karenin çevresi bir kenar uzunluğunun 4 katı olduğundan:

$$\begin{aligned} \text{Çevre} &= 4 \cdot (3a + 5) \\ &= 12a + 20 \text{ br olur.} \end{aligned}$$



Alanı $49a^2 + 14a + 1$ birimkare olan karenin bir kenar uzunluğunu bulunuz.

ÖRNEK 6

$y^2 - 10y + 25$ cebirsel ifadesini çarpanlarına ayıralım.

ÇÖZÜM

İki terimin farkının karesi özdeşliğinden yararlanarak çarpanlarına ayıralım.

$$y^2 - 10y + 25 = y^2 - 10y + 5^2$$

25, 5² şeklinde yazılır.

$$= y^2 - 2 \cdot 5 \cdot y + 5^2$$

Ortadaki terim, y ve 5'in çarpımının 2 katıdır.

$$= (y - 5)^2$$

İki terimin farkının karesi yazılır.

$y^2 - 10y + 25$ cebirsel ifadesinin çarpanlarına ayrılmış hâli $(y - 5) \cdot (y - 5)$ olur.

BİLGİLENELİM

$a^2 - 2ab + b^2$ şeklinde verilmiş bir cebirsel ifadenin çarpanlarına ayrılmış hâli $(a - b) \cdot (a - b)$ olur.



Aşağıdaki cebirsel ifadeleri çarpanlarına ayırınız.

a) $a^2 - 14a + 49$

c) $16 - 8x + x^2$

b) $m^2 - 18m + 81$

ç) $k^2 - 12k + 36$

ÖRNEK 7

$36 - 4x^2$ cebirsel ifadesinin çarpanlarından biri $(3 + x)$ olduğuna göre verilmeyen çarpanları bulalım.

ÇÖZÜM

$$36 - 4x^2 = 4 \cdot (9 - x^2)$$

Ortak olan 4 çarpanı parantezin önüne yazılır.

$$= 4 \cdot (3^2 - x^2)$$

Tam kare olan 9 sayısı 3² şeklinde yazılır.

$$= 4 \cdot (3 - x) \cdot (3 + x)$$

İki kare farkı özdeşliği kullanılır.

$36 - 4x^2$ cebirsel ifadesinin verilmeyen çarpanları 4 ve $(3 - x)$ olur.



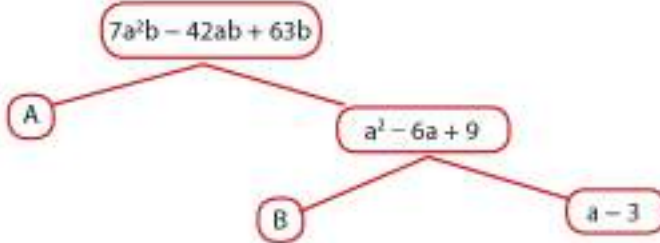
$25m^2 - 144$ cebirsel ifadesinin çarpanlarından biri $(5m + 12)$ olduğuna göre verilmeyen çarpanı bulunuz.

UYGULAYALIM

1. Aşağıdaki cebirsel ifadeleri çarpanlarına ayırınız.

| | |
|-------------------|--|
| $3x + 9$ | |
| $a^2 - 7a$ | |
| $y^2 - 81$ | |
| $9b^2 - 7b$ | |
| $5x^2 - 80$ | |
| $y^2 + 18y + 81$ | |
| $6x^2 - 12x + 6$ | |
| $2k^2 - 12k + 18$ | |
| $3b^2 - 27b$ | |

2. Şekildeki ağaç diyagramında A ve B yerine yazılacak çarpanları bulunuz.



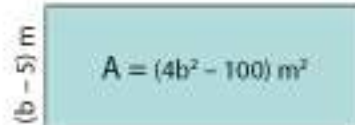
3. Bir çırak her hafta $x^2 - 2x + 1$ lira biriktirmektedir. Çırağın kaç hafta sonra $7x^2 - 14x + 7$ lira biriktireceğini bulunuz.

4. Alanı $5x^2 + 10x^2 + 5x$ santimetrekare olan bir fotoğraf yandaki dikdörtgen çerçeveye konulacaktır. Çerçevenin uzun kenarını veren cebirsel ifadeyi yazınız.



5. Dikdörtgen şeklindeki duvarın tamamı, alanı $3x^2 + 6x$ metrekare olan duvar kâğıdı ile kaplanacaktır. Duvarın kenar uzunlukları $12x$ metre ve $x + 2$ metre olduğuna göre kaç tane duvar kâğıdı kullanılacağını bulunuz.

6. Yanda, alanı $(4b^2 - 100) m^2$ olan dikdörtgen şeklinde bir levha verilmiştir. Bu levhanın çevre uzunluğunu bulunuz.



7. $x^2 + ax + 144$ cebirsel ifadesi bir tam kare ifade olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) 36 B) 12 C) -24 D) -12

3. ÜNİTE DEĞERLENDİRME SORULARI

1. Tablodaki ifadelerden doğru olanların yanına (D), yanlış olanların yanına (Y) yazınız. Yanlış ifadenin doğrusunu yazınız.

| İfadeler | D / Y | Yanlış ise Doğrusu |
|---|-------|--------------------|
| $(2a)^2 + 7^2 = 4a^2 + 49$ ifadesi bir özdeşliktir. | | |
| $m^2n + 2mn + m^2$ ifadesinin katsayılar toplamı 5'tir. | | |
| 14 kırmızı, 21 mavi topun bulunduğu bir kutudan rastgele çekilen topun mavi olma olasılığı $\frac{3}{5}$ 'tir. | | |
| Rakamlar arasından rastgele seçilen bir sayının asal sayı olma olasılığı tek sayı olma olasılığından daha fazladır. | | |

2. Aşağıdaki boşluklara doğru ifadeleri ya da sayıları yazınız.

- a) Sadece gül ve lalelerin olduğu bir sepetteki güllerin lalelere oranı $\frac{3}{5}$ 'tir. Sepetten alınan herhangi bir çiçeğin gül olma olasılığı olur.
- b) Olasılığın değeri fazla ve az olamaz.
- c) Karelerinin farkı 33 ve toplamları 11 olan iki sayının farkı olur.
- ç) $100 - 4k^2$ cebirsel ifadesinin çarpanlarından biri $10 - 2k$ ise diğer çarpanı olur.

3. Bir torbada eş büyüklükte 10 mavi, 6 sarı ve 8 beyaz birimküp vardır. Torbadan rastgele alınan bir birimküpün sarı olmama olasılığı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{1}{4}$

B) $\frac{1}{3}$

C) $\frac{3}{4}$

D) $\frac{5}{12}$

4. Aşağıdakilerden hangisi $6x^2 - 24$ cebirsel ifadesinin bir çarpanı değildir?

A) $x - 2$

B) $2x + 4$

C) 4

D) 3

3. ÜNİTE

5. Aşağıdakilerden hangisi $99 \cdot 101$ işleminin sonucuna eşittir?

A) $100^2 - 1^2$

B) $101^2 - 99^2$

C) $(100 + 1)^2$

D) $101^2 + 99^2$

6. Alanı $25x^2 + 50x + 25$ birimkare olan karesel bölgenin bir kenar uzunluğu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $5x + 25$

B) $5x + 5$

C) $5x + 1$

D) $x + 25$

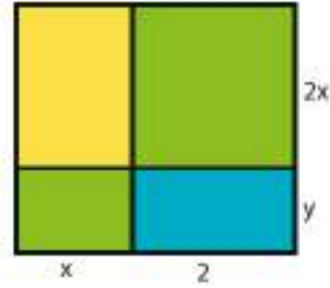
7. Yandaki modellemeye karşılık gelen cebirsel ifade aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(x + 2) \cdot 2xy$

B) $(x + 2) \cdot (2x + y)$

C) $(x + y) \cdot (2x + 2)$

D) $(y + 2) \cdot (x + 2)$



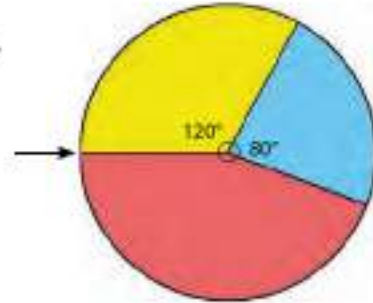
8. Yandaki çark döndürüldüğünde okun kırmızı renkli bölgeye gelme olasılığı nedir?

A) $\frac{4}{9}$

B) $\frac{1}{3}$

C) $\frac{5}{9}$

D) $\frac{2}{3}$



9. Alanı $4a^2$ metrekare olan bir arsanın 16 metrekarelik kısmı bahçe olarak ayrılacaktır. Kalan kısmın alanını gösteren cebirsel ifade aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(2a - 4)^2$

B) $(2a + 4)^2$

C) $(2a - 4) \cdot (2a + 4)$

D) $2 \cdot (a - 2) \cdot (a + 2)$

3. ÜNİTE

10. Bir sınıftan seçilen bir öğrencinin kız olma olasılığı erkek olma olasılığına eşittir. Buna göre bu sınıfın mevcudu aşağıdakilerden hangisi olamaz?

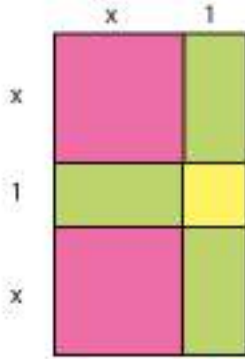
A) 26

B) 28

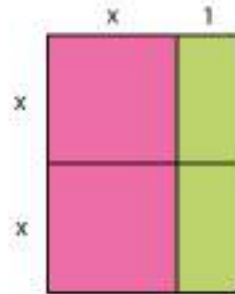
C) 31

D) 32

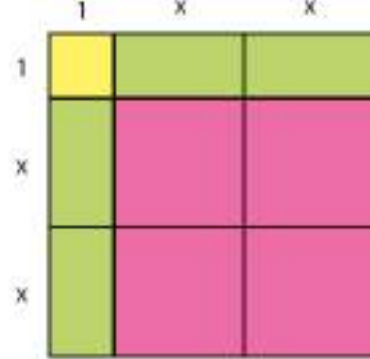
11. Aşağıdaki modelleri uygun cebirsel ifadelerle eşleştiriniz.



$(2x + 1) \cdot (2x + 1)$



$(x + 1) \cdot (x + 1)$



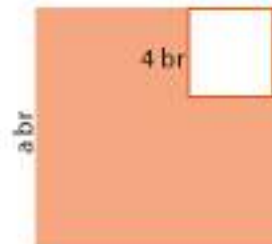
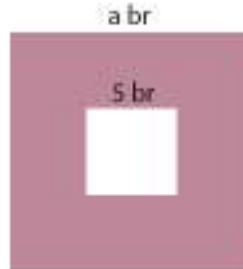
$2x \cdot (x + 1)$

$(2x + 1) \cdot (x + 1)$

12. $(a + 3) \cdot (2a + 1)$ cebirsel ifadesine uygun bir model çiziniz.

13. " $9x^2 + ax + 81$ " ifadesinin tam kare olması için a yerine yazılabilecek sayıların toplamını bulunuz.

14. Yanda, kenar uzunlukları a br olan iki kareden, kenar uzunluğu 5 br ve 4 br olan birer kare çıkarılıyor. Geriye kalan alanların toplamını veren bir cebirsel ifade yazınız.



15. $x = 10$ ve $y = 12$ olmak üzere $4x^2 - 12xy + 9y^2$ ifadesinin değerini bulunuz.

3. ÜNİTE

16. " MATEMATİK " kelimesinin harfleri özdeş kartlara yazılıp bir torbaya atılıyor. Torbadan rastgele çekilen bir kartın üzerinde:

- "M" harfi yazma olasılığını
- Alfabemizden bir harf yazma olasılığını
- "1" sayısının yazma olasılığını bulunuz.

17. Bir kutuda 10 sarı, 7 mavi ve 9 beyaz top vardır. Bu kutudan en az kaç top çıkarılırsa geriye kalan topların çekilme olasılıkları eşit olur.

18. Yandaki tabloda bir okuldaki matematik kulübüne katılan öğrenci sayıları verilmiştir. Bu öğrenci grubundan rastgele seçilen bir üyenin:

8. sınıf öğrencisi olma olasılığını
7. sınıf öğrencisi olmama olasılığını
- Kız öğrenci olma olasılığını hesaplayınız.

| Sınıf Seviyesi | Kız | Erkek |
|----------------|-----|-------|
| 5. | 10 | 8 |
| 6. | 13 | 15 |
| 7. | 7 | 7 |
| 8. | 14 | 18 |

19. Bir okçunun hedefi vurma ihtimali $\frac{2}{9}$ 'dır. Okçu 27 atış yaptığına göre kaç atışında hedefi vuramamıştır?

20. Aşağıda çarpanları verilen cebirsel ifadeleri çarpıp bulduğunuz sonucu karşılarna yazınız.

| Çarpanlar | Cebirsel İfade |
|----------------------------|----------------|
| $(x - 2) \cdot (x + 2)$ | |
| $(2x - y) \cdot 3x$ | |
| $(2 - 5y) \cdot (-2 + 2x)$ | |
| $-(2x - 5) \cdot (x - 4)$ | |

EĞLENELİM-ÖĞRENELİM

Aşağıda verilen kare bulmacada satırlar ve sütunlar 1-5 şeklinde isimlendirilmiştir. İlgili satır ve sütunlarda verilen işlemleri yaparak bulmacayı çözünüz.

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | | | | | |
| 2 | | | | | |
| 3 | | | | | |
| 4 | | | | | |
| 5 | | | | | |

SOLDAN SAĞA

1. Satır

- $(x - A)^2 = x^2 - 4x + 4$ ise $A = ?$
- $4x^2 - A = (2x - 6) \cdot (2x + 6)$ ise $A = ?$

2. Satır

- $x^2 - 1$ ifadesinin $x = 4$ için değeri kaçtır?
- $(x + 4)^2 = x^2 + Ax + 16$ ise $A = ?$

3. Satır

- $(2x - 1) \cdot (x - 3) = Ax^2 - 7x + 3$ ise $A = ?$
- $2x^2 - 5$ ifadesinin $x = -2$ için değeri kaçtır?

4. Satır

- Havaya atılan bir zar yere düştüğünde üst yüzüne 7'den küçük bir sayma sayısı gelme olasılığı kaçtır?
- $(x + A)^2 = x^2 + 10x + 25$ ise $A = ?$

5. Satır

- Bir kutuda mavi ve kırmızı bilyeler vardır. Torbadan seçilen bilyenin kırmızı olma olasılığı $\frac{9}{14}$ 'tür. Torbada 15 mavi bilye olduğuna göre toplam bilye sayısını bulunuz.
- $4x^2 - A = (2x - 8) \cdot (2x + 8)$ ise $A - 2 = ?$

YUKARIDAN AŞAĞIYA

1. Sütun

- Bir sınıftan seçilen öğrencinin kız öğrenci olma olasılığı $\frac{4}{7}$ 'dir. Sınıfta 12 kız öğrenci olduğuna göre sınıf mevcudu kaç kişidir?
- $(2x + 2) \cdot (x + 7) = 2x^2 + 16x + A$ ise $A = ?$

2. Sütun

- Bir torbada beyaz ve gri toplar vardır. Torbadan çekilen bir topun beyaz olma olasılığı $\frac{11}{26}$ 'dir. Torbada 22 beyaz top olduğuna göre toplam top sayısı kaçtır?
- $(x + 1)^2 = x^2 + Ax + 1$ ise $A = ?$

3. Sütun

- $x^2 + 2$ ifadesinin $x = 1$ için değeri kaçtır?
- $5x^2 - 35x = Ax \cdot (x - 7)$ ise $A = ?$

4. Sütun

- Havaya atılan bir zar yere düştüğünde olası durumların sayısı kaçtır?
- $x^2 + 6x + 9 = (x + A)^2$ ise $A = ?$
- $(x + A) \cdot (x + 7) = x^2 + 13x + 42$ ise $A = ?$

5. Sütun

- $2x \cdot (x + 4) = 2x^2 + Ax$ ise $A = ?$
- Havaya atılan bir madeni para yere düştüğünde olası durumların sayısı kaçtır?

4. ÜNİTE

4. 1. DOĞRUSAL DENKLEMLER

4. 2. EŞİTSİZLİKLER

eğim

Orijin

$$4x+7=27$$

Değişken

$$x+5=13$$

Denklem



TERİMLER VE KAVRAMLAR

- Bağımlı Değişken
- Bağımsız Değişken
- Doğrusal Denklem
- Eğim
- Büyük veya Eşit
- Küçük veya Eşit
- Eşitsizlik

NELER ÖĞRENECEĞİZ?

- Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemleri çözmeyi
 - Koordinat sistemini özellikleriyle tanımayı ve sıralı ikilileri göstermeyi
 - Aralarında doğrusal ilişki bulunan iki değişkenden birinin diğerine bağlı olarak nasıl değiştiğini tablo ve denklem ile ifade etmeyi
 - Doğrusal denklemlerin grafiğini çizmeyi
 - Doğrusal ilişki içeren gerçek hayat durumlarına ait denklem, tablo ve grafik oluşturmayı ve yorumlamayı
 - Doğrunun eğimini modellerle açıklamayı, doğrusal denklemleri ve grafiklerini eğimle ilişkilendirmeyi öğreneceğiz.
-
- Birinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizlik içeren günlük hayat durumlarına uygun matematik cümleleri yazmayı
 - Birinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizlikleri sayı doğrusunda göstermeyi
 - Birinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizlikleri çözmeyi öğreneceğiz.

Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklemler

Yanda pirinç ve unun çuval fiyatları verilmiş ama mercimeğin çuval fiyatı verilmemiştir. Ali bu ürünlerden birer kg alarak 15 lira ödemiştir.

Ali'nin ödediği paradan yola çıkarak mercimeğin çuval fiyatını denklemlerle nasıl ifade edersiniz?



ÖRNEK 1

Gökhan yeni aldığı hikâye kitabının $\frac{2}{5}$ 'inin 5 fazlasını okumuştur. 105 sayfa kitap okuyan Gökhan'ın hikâye kitabının kaç sayfa olduğunu bulalım.

ÇÖZÜM

Gökhan'ın aldığı kitabın sayfa sayısına a diyelim.

$$a \cdot \frac{2}{5} + 5 \quad \text{Kitap sayfasının } \frac{2}{5} \text{'inin 5 fazlasını gösteren cebirsel ifade yazılır.}$$

$$a \cdot \frac{2}{5} + 5 = 105 \quad \text{Okunan kitap sayfasının 105'e eşit olduğunu gösteren denklem yazılır.}$$

Hikâye kitabının kaç sayfa olduğunu bulmak için aşağıdaki işlemleri sırası ile yapalım.

$$a \cdot \frac{2}{5} + 5 - 5 = 105 - 5 \quad \text{Eşitliğin iki tarafından 5 çıkarılır.}$$

$$a \cdot \frac{2}{5} = 100$$

$$a \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{5}{2} = 100 \cdot \frac{5}{2} \quad \text{Eşitliğin iki tarafı 5 ile çarpılır.}$$

$$a \cdot 2 = 500$$

$$\frac{a \cdot 2}{2} = \frac{500}{2} \quad \text{Eşitliğin iki tarafı 2'ye bölünür.}$$

$$a = 250$$

Gökhan'ın aldığı kitabın sayfa sayısı 250'dir.

BİLGİLENERİM

İçinde bilinmeyen bulunan ve bu bilinmeyen bazı değer(ler) için doğru olan eşitliğe **denklem** denir. Bu değer(ler) bulma işlemine de **denklem çözme** denir.

İçinde bir bilinmeyen bulunan ve bilinmeyen kuvveti 1 olan denklemlere **birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler** denir.

Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler $ax + b = 0$ (a, b birer gerçektek sayı ve x bilinmeyen) şeklinde gösterilir.



Bir okulda çalışan personelin $\frac{5}{9}$ 'unun 3 eksiği kadındır. Okulda 27 kadın personel olduğuna göre toplam personel sayısını bulunuz.

ÖRNEK 2

$\frac{x}{4} - \frac{x}{5} = 3$ denklemini sağlayan x değerini bulalım.

ÇÖZÜM

x değerini bulmak için aşağıdaki işlemleri sırasıyla yapalım.

$$\begin{aligned} \frac{x}{4} - \frac{x}{5} &= \frac{3}{1} && \text{Paydalar eşitlenir.} \\ \frac{(5)}{(5)} \frac{x}{(4)} - \frac{(4)}{(4)} \frac{x}{(5)} &= \frac{(20)}{(20)} \frac{3}{1} \\ \frac{5x}{20} - \frac{4x}{20} &= \frac{60}{20} \\ \frac{5x - 4x}{20} \cdot 20 &= \frac{60}{20} \cdot 20 && \text{Eşitliğin iki tarafı 20 ile çarpılır.} \\ 5x - 4x &= 60 \\ x &= 60 \text{ olur.} \end{aligned}$$



$\frac{4}{7} \cdot (3 - x) = 8$ denklemini sağlayan x değerini bulunuz.

ÖRNEK 3

$\frac{1}{2} - \left(\frac{x}{5} - 4\right) = \frac{x}{10}$ denklemini sağlayan x değerini bulalım.

ÇÖZÜM

x değerini bulmak için aşağıdaki işlemleri sırasıyla yapalım.

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} - \left(\frac{x}{5} - 4\right) &= \frac{x}{10} && \text{Parantez içindeki ifade dışarı çıkarılır.} \\ \frac{1}{2} - \frac{x}{5} + 4 &= \frac{x}{10} \\ \frac{(5)}{(5)} \frac{1}{(2)} - \frac{x}{5} + \frac{(4)}{(1)} &= \frac{x}{(10)} \\ \frac{5}{10} - \frac{2x}{10} + \frac{40}{10} &= \frac{x}{10} \\ \frac{5 - 2x + 40}{10} \cdot 10 &= \frac{x}{10} \cdot 10 && \text{Eşitliğin iki tarafı 10 ile çarpılır.} \\ 5 - 2x + 40 &= x \\ 5 - 2x + 40 + 2x &= x + 2x && \text{Eşitliğin iki tarafına 2x eklenir.} \\ 45 &= 3x \\ \frac{45}{3} &= \frac{3x}{3} && \text{Eşitliğin iki tarafı 3'e bölünür.} \\ 15 &= x \text{ olur.} \end{aligned}$$



Zeynep parasının $\frac{1}{5}$ 'i ile kitap ve 6 lirası ile defter aldığıında parasının yarısını harcamış oluyor. Zeynep'in kaç lirası kaldığını bulunuz.

| |
|--|
| |
| |
| |
| |
| |
| |
| |
| |
| |
| |

ÖRNEK 4

$\frac{2 \cdot (x-1)}{3} - \frac{1}{2} = \frac{x}{3}$ denkleminin çözümünü sağlayan x değerini bulalım.

ÇÖZÜM

x değerini bulmak için aşağıdaki işlemleri sırasıyla yapalım.

$$\frac{2 \cdot (x-1)}{3} - \frac{1}{2} = \frac{x}{3}$$

(2) (3) (2)

Paydalar eşitlenir.

$$\frac{4 \cdot (x-1)}{6} - \frac{3}{6} = \frac{2 \cdot x}{6}$$

$$\frac{4x-4-3}{6} = \frac{2x}{6}$$

~~6~~ ~~6~~

$$4x-7 = 2x$$

Eşitliğin iki tarafı 6 ile çarpılır.

$$4x - 7 - 2x = 2x - 2x$$

$$2x - 7 = 0$$

Eşitliğin iki tarafından $2x$ çıkarılır.

$$2x - 7 + 7 = 0 + 7$$

$$2x = 7$$

Eşitliğin iki tarafına 7 eklenir.

$$\frac{2x}{2} = \frac{7}{2}$$

~~2~~ ~~2~~

Eşitliğin iki tarafı 2'ye bölünür.

$$x = \frac{7}{2} \text{ olur.}$$



$\frac{2(x \square 3)}{5} \square \frac{x-2}{3}$ denklemini sağlayan x değerini bulunuz.

| |
|--|
| |
| |
| |
| |
| |
| |
| |
| |
| |
| |

UYGULAYALIM

1. Aşağıdaki denklemlerin çözümünü yaparak bulduğunuz bilinmeyenlerin değerlerini örnekteki gibi eşleştiriniz.

| Denklemler | Bilinmeyen Değeri |
|--|-------------------|
| $\frac{a}{2} - \frac{3a}{8} = 14$ | $\frac{24}{5}$ |
| $2x - 6 = \frac{3x}{4}$ | $-\frac{6}{7}$ |
| $\frac{k+1}{5} = k - 3$ | 112 |
| $\frac{-3(b+1)}{7} = \frac{4b}{7} + \frac{3}{7}$ | 0 |
| $\frac{y+5}{10} + \frac{1}{2} = \frac{y}{5} + 1$ | 4 |
| | $-\frac{1}{8}$ |

2. Çeyreğinin üç katı kendisinin üç eksiğine eşit olan sayıyı bulunuz.
3. Cihan bir sezon boyunca ligde attığı gollerin $\frac{1}{3}$ 'ünü kafayla, $\frac{1}{9}$ 'unu sol ayakla, geriye kalan 15 golü de sağ ayakla atmıştır. Cihan'ın bir sezonda attığı gol sayısını bulunuz.
4. Bilyelerinin yarısının 20 eksiğini kardeşine verdiğinde 50 bilyesi kalan Arda'nın başlangıçtaki bilye sayısını bulunuz.
5. Arif ve Asiye'nin eşit sayıda bademleri vardır. Arif'in bademlerinin 2 katının 2 eksiğinin, $\frac{1}{3}$ katı Asiye'nin bademlerinin 5 fazlasının $\frac{1}{3}$ katına eşittir. Buna göre Arif ve Asiye'nin bademlerinin toplamını bulunuz.
6. Sinem parasının $\frac{1}{4}$ 'ü ile kalem $\frac{2}{5}$ 'i ile defter satın alıyor. Toplam 52 lira harcayan Sinem'in başlangıçta kaç lirası olduğunu bulunuz.
7. $\frac{5x}{6} - 2 \square \frac{x}{3} \square \frac{1}{2}$ olduğuna göre x kaçtır?

A) 5

B) 6

C) 7

D) 8

Koordinat Sistemi

Vecihi Hürkuş 1931 yılında Türk Tayyare Cemiyeti yararına 2 kez Türkiye turu yapmıştır. Bunlardan biri 9 Kasım 1931 tarihinde Ankara'dan başlayıp İstanbul'da son bulan turdur.

Sizce bu tura ait rota nasıl belirlenmiştir?



ETKİNLİK

AMAÇ: Sıralı ikilileri göstermek

ARAÇ GEREÇ: Kalem

UYGULAMA BASAMAKLARI

1. Satranç tahtasında verilen taşların yerlerini inceleyiniz.
2. Beyaz at, siyah piyon ve siyah kalenin konumlarını tespit ediniz.



SONUÇLANDIRILIM

- ✓ Satranç tahtasında harfler ve rakamlarla konumlandırma yapılmasının nedenini tartışınız.

ÖRNEK 1

Ömer'in sinema biletinde yazan koltuk numarası C8'dir. Bu koltuk numarasının ne anlama geldiğini bulalım.



ÇÖZÜM

Numarası C8 olan koltuk ile ilgili iki veriden söz edebiliriz.

Bunlardan biri C sırasında, diğeri ise 8. koltuk olduğudur.



BİLGİLENERİM

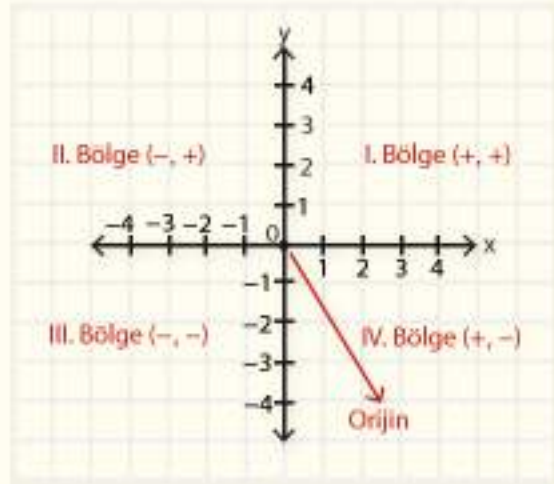
Koordinat sistemi, biri yatay diğeri dikey iki sayı doğrusunun 0 noktasında dik kesişmesi sonucu oluşur.

Sayı doğrularının kesiştiği 0 noktasına koordinat sisteminin **başlangıç noktası (orijin)** denir.

Koordinat sisteminde yatay eksen **x eksen**i, dikey eksen **y eksen**i olarak adlandırılır.

Koordinat sisteminde noktalar (x, y) şeklinde sıralı ikililerle gösterilir. x birinci bileşen, y ikinci bileşen olarak adlandırılır.

Koordinat sistemi, düzlemi 4 bölgeye ayırır. Sıralı ikililerdeki bileşenlerin işaretleri bu-
lundukları bölgeye göre değişir.



Merih'in, Meryem'in, Nisa'nın ve Harun'un evlerinin konumlarını ifade ediniz.



ÖRNEK 2

Emel, Deniz, Mustafa, Hakan ve Ela'nın buldukları yerler kareli kâğıtta işaretlenmiştir. Bu kişilerin Deniz'e göre konumlarını belirleyelim.



ÇÖZÜM

Deniz'in bulunduğu yeri başlangıç noktası kabul edelim. Bu noktanın bulunduğu yerden geçecek şekilde birbirine dik yatay ve dikey sayı doğruları çizeyim. Emel, Hakan, Mustafa ve Ela'nın konumlarını sayı doğrularından yararlanarak sıralı ikililerle göstereyim.

Sıralı ikilileri yazabilmek için x ve y olacak şekilde iki bileşene ihtiyaç vardır. Birinci bileşeni yatay sayı doğrusu (x) üzerinden, ikinci bileşeni dikey sayı doğrusu (y) üzerinden seçelim.

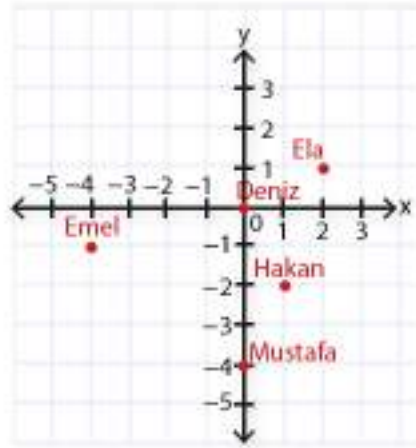
Deniz başlangıç noktasında olduğundan bu konuma karşılık gelen sıralı ikili $(0, 0)$ olur.

Emel, Deniz'in 4 birim solunda ve 1 birim aşağısındadır. Emel'in konumuna karşılık gelen sıralı ikili $(-4, -1)$ olur.

Mustafa, Deniz'in 4 birim aşağısındadır. Mustafa'nın konumuna karşılık gelen sıralı ikili $(0, -4)$ olur.

Hakan, Deniz'in 1 birim sağında 2 birim aşağısındadır. Hakan'ın konumuna karşılık gelen sıralı ikili $(1, -2)$ olur.

Ela, Deniz'in 2 birim sağında ve 1 birim yukarisındadır. Ela'nın konumuna karşılık gelen sıralı ikili $(2, 1)$ olur.



Bayram, Buket, Hasan ve Filiz'in Nihat'a göre konumlarını sıralı ikililerden yararlanarak bulunuz.



ÖRNEK 3

$P(2, 3)$, $R(-1, -3)$, $S(3, -3)$, $\mathcal{S}(3, 0)$, $T(-2, 4)$ noktalarını koordinat sisteminde gösterelim ve buldukları bölgeleri belirleyelim.

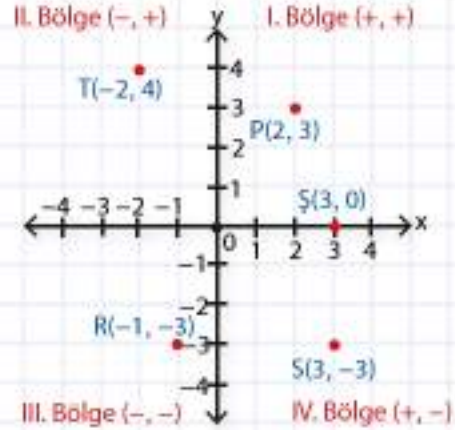
ÇÖZÜM

Her noktanın konumunu yandaki koordinat sisteminde gösterelim.

P noktasının birinci ve ikinci bileşeni pozitif işaretli (+, +) olduğu için **I. bölgededir.**

T noktasının birinci bileşeni negatif (-) ikinci bileşeni pozitif (+) işaretli (-, +) olduğu için **II. bölgededir.**

R noktasının birinci ve ikinci bileşeni negatif işaretli (-, -) olduğu için **III. bölgededir.**

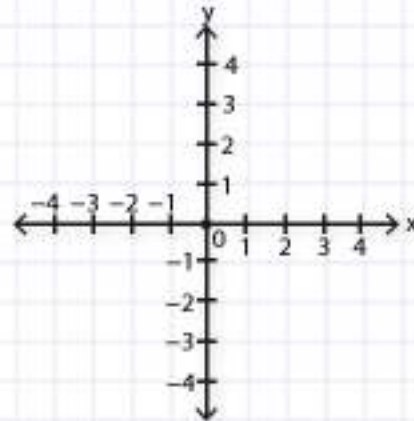


S noktasının birinci bileşeni pozitif (+) ve ikinci bileşeni negatif (-) işaretli (+, -) olduğu için **IV. bölgededir.**

Ş noktası **x eksen**i üzerinde olduğu için hiçbir bölgeye dâhil edilmez.

BİLGİLENELİM

Koordinat sisteminde bileşenlerinden birisi 0 olan sıralı ikililer eksenler üzerinde yer alır ve bölgelere dâhil edilmez.



Doğrusal İlişkiler

Yaşam alanı belirli bir bölge ile sınırlı olan canlılara **endemik canlılar** denir. Endemik bir canlı türü olan inci kefali dünya üzerinde sadece Van Gölü'nde yaşamaktadır. İnci kefali her yıl nisan-haziran ayları arasında göç etmektedir. Bu göçte inci kefalinin ortalama hızı yaklaşık olarak 70 cm/sn.dir.

Sizce inci kefalinin gittiği yol ile geçen zaman arasında nasıl bir ilişki vardır?



ETKİNLİK

AMAÇ: Aralarında doğrusal ilişki bulunan iki değişkenden birinin diğerine göre nasıl değiştiğini ifade etmek

ARAÇ GEREÇ: Kalem, açıölçer

UYGULAMA BASAMAKLARI

1. Yandaki saatte yelkovanın 1 dakikalık hareketinde kaç derecelik yay oluştuğunu ölçünüz.
2. Yelkovanın hareketine bağlı olarak aşağıdaki tabloyu doldurunuz.



| Zaman (Dakika) | Oluşan Yay (Derece) |
|----------------|---------------------|
| 5 | |
| 8 | |
| 10 | |
| 15 | |

SONUÇLANDIRALIM

- ✓ Geçen zaman ile yelkovanın oluşturduğu yay ölçüsü arasında nasıl bir ilişki vardır?

ÇÖZÜM

Verilen nicelikleri inceleyelim.

a) Geçen zaman arttıkça buna bağlı olarak havuzda kalan su miktarı azalır.

Geçen zaman, herhangi bir niceliğe bağlı değişmediği için bağımsız değişkendir.

Havuzda kalan su miktarı geçen zamana bağlı olduğu için bağımlı değişkendir.

b) Gidilen yol arttıkça buna bağlı olarak tüketilen yakıt miktarı da artar.

Aracın aldığı yol, herhangi bir niceliğe bağlı değişmediği için bağımsız değişkendir.

Tüketilen yakıt miktarı gidilen yola bağlı olduğu için bağımlı değişkendir.

BİLGİLENERİM

Herhangi bir değişkene bağlı olmayan değişkenlere **bağımsız değişken** denir.

Bağımsız değişkene bağlı olan değişkenlere ise **bağımlı değişken** denir.



Aşağıdaki doğrusal ilişkilerde yer alan bağımlı ve bağımsız değişkenleri belirleyiniz.

a) Bir fabrikada üretilen bilgisayar sayısı ile geçen zaman arasındaki ilişki

b) Narenciye toplayan işçi sayısı ile toplanan narenciye miktarı arasındaki ilişki

ÖRNEK 3

Turgay, 300 sayfalık kitabın her gün 30 sayfasını okumaktadır. Turgay'ın kitap okuduğu gün sayısı ile kalan sayfalar arasındaki ilişkiyi gösteren tabloyu oluşturup denklemini yazalım.

ÇÖZÜM

Turgay'ın okuduğu kitaptan kalan sayfa sayısını tablo ile gösterelim. Tabloda gün sayısını x ve kalan sayfa sayısını k ile gösterelim.

| Gün Sayısı | 0 | 1 | 2 | ... | x |
|---------------------------|-----|--------------------|--------------------|-----|--------------------|
| Kalan sayfa sayısı(k) | 300 | $300 - 1 \cdot 30$ | $300 - 2 \cdot 30$ | ... | $300 - x \cdot 30$ |

Turgay her gün 30 sayfa okuduğundan başlangıçtaki kitap sayfası her gün 30 sayfa azalacaktır. Kalan sayfa sayısı ile gün sayısı arasında doğrusal bir ilişki vardır. Bu doğrusal ilişkinin denklemi:

Kalan Sayfa Sayısı = $300 - 30 \cdot$ Gün sayısı

$$k = 300 - 30 \cdot x \text{ olur.}$$



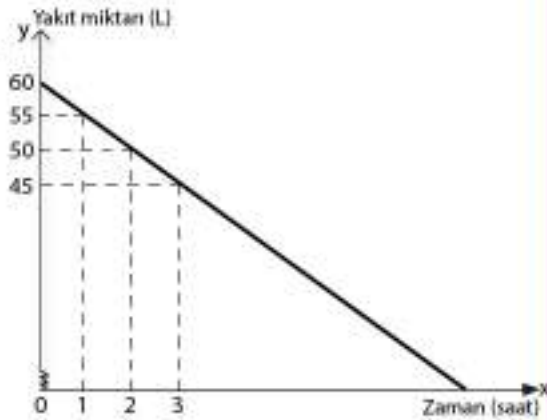
Bir telefon şirketi şebeke içi kullanım tarifesini 5 dakikas 1 TL olarak belirlemiştir. Telefonunda 30 TL yüklü olan bir kullanıcının şebeke içi konuştuğu süre ile kalan TL miktarı arasındaki ilişkiyi gösteren tabloyu oluşturup denklemini yazınız.

| | |
|--|--|
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |

UYGULAYALIM

1. "Tüketilen enerji miktarının üretime etkisi" ifadesindeki bağımlı ve bağımsız değişkenleri bulup nedenleriyle yazınız.
2. 100 cm uzunluğundaki fidanın boyu her ay 2 cm uzamaktadır. Fidanın boyu ile geçen zaman arasındaki ilişkinin tablosunu oluşturup denklemini yazınız.
3. Sevin, içinde 40 TL olan kumbarasına her hafta 35 TL atmaktadır. Buna göre kumbarada biriken para ile geçen zaman arasındaki ilişkinin denklemini yazınız.
4. Açılış fiyatı 4 TL olan bir taksimetre her km için 3 TL yazmaktadır. Taksitle 28 km yolculuk yapan birinin kaç TL ödeyeceğini bulunuz.
5. Deposunda 40 litre yakıt bulunan bir otomobil her 100 km de 5 litre yakıt harcamaktadır. Buna göre depoda kalan yakıt miktarı ile gidilen yol arasındaki ilişkiye ait denklemi bulunuz.
6. Sabit hızla hareket eden bir aracın deposunda kalan yakıt miktarının zamana göre değişimini gösteren grafik yanda verilmiştir. Buna göre aşağıdaki ifadelerden hangisi doğrudur?
 - A) Depo en fazla 60 L yakıt alır.
 - B) 7 saat sonunda yakıtın $\frac{1}{3}$ 'ü tükenir.
 - C) 12 saat sonra depodaki yakıtın tamamı tükenir.
 - D) Depoda 20 L yakıt kaldığında araç 10 saatlik yol almış olur.

Grafik: Depodaki Yakıt Miktarının Zamana Göre Değişimi



Doğrusal Denklemlerin Grafiği

Sağlıklı bir birey günde 2 - 4 su bardağı yani 0,5 - 1 litre süt tüketebilir. Ancak hipertansiyon, kalp, obezite gibi bazı sağlık problemleri olan bireylerin tükettikleri süt miktarını diyet kapsamında kısıtlamak gerekebilir. Bu bireylere günde 2 bardak süt içmeleri önerilir.

Diyette olan bir bireye önerilen süt miktarı ile gün sayısı arasındaki ilişkiye ait denklemi bulunuz. Bu denklemin doğrusal olup olmadığını tartışınız.



ETKİNLİK

AMAÇ: Doğrusal ilişki içeren gerçek yaşam durumlarına ait denklem tablo ve grafik oluşturmak.

ARAÇ GEREÇ: Kalem

UYGULAMA BASAMAKLARI

- Bir okul bahçesinin duvarını boyamak için aşağıdaki adımlar uygulanmıştır.
 - Beşer litrelik su bazlı boya alınmıştır.
 - Her 5 litreye 1 litre su katılıp karışım oluşturulmuştur.
- Bu adımlara uygun şekilde aşağıdaki tabloyu doldurunuz. Karışımı oluşturan boya ve su miktarına ait bir grafik çiziniz.

| Boya (L) | Su (L) | Karışım (L) |
|----------|--------|-------------|
| 5 | | |
| | 2 | |
| | 4 | |
| 30 | | |
| 35 | | |

SONUÇLANDIRILIM

- ✓ Kullanılan boya miktarı ile su miktarı arasında nasıl bir ilişki vardır?
- ✓ Bu ilişkinin denklemini tablodan yararlanarak yazınız.

ÖRNEK 1

Aşağıdaki doğrusal denklemlere alt grafikleri çizelim. Çizdiğimiz grafiklerin eksenleri kestiği noktaları, eksenlere paralellliğini ve orijinden geçip geçmediğini inceleyelim.

a) $x = 3$ b) $y = -4$

ÇÖZÜM

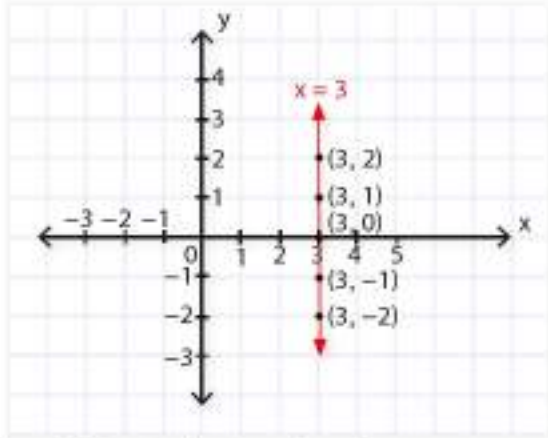
a) $x = 3$ doğrusal denkleminde y değişkenine hangi değeri verirsek verelim x her zaman 3 olur. Bu doğrusal denklemi sağlayan noktaları bulalım.

| | | | | | |
|---------------|---------|---------|--------|--------|--------|
| x | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| y | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 |
| (x, y) | (3, -2) | (3, -1) | (3, 0) | (3, 1) | (3, 2) |

Tabloda yazdığımız noktaları koordinat sisteminde işaretleyip birleştirelim.

Grafikte gördüğümüz gibi $x = 3$ doğrusu:

- x eksenini (3, 0) noktasında keser.
- y eksenine paraleldir.
- Orijinden geçmez.



b) $y = -4$ doğrusal denkleminde, x değişkenine hangi değeri verirsek verelim, y her zaman -4 olur.

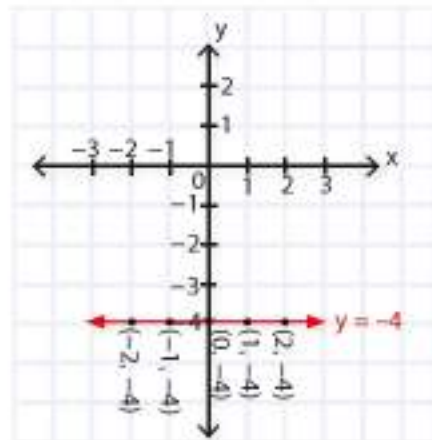
Bu doğrusal denklemi sağlayan noktalar bulalım.

| | | | | | |
|---------------|----------|----------|---------|---------|---------|
| x | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 |
| y | -4 | -4 | -4 | -4 | -4 |
| (x, y) | (-2, -4) | (-1, -4) | (0, -4) | (1, -4) | (2, -4) |

Tabloda yazdığımız noktaları koordinat sisteminde işaretleyip birleştirelim.

Grafikte gördüğümüz gibi $y = -4$ doğrusu:

- y eksenini (0, -4) noktasında keser.
- x eksenine paraleldir.
- Orijinden geçmez.



BİLGİLENELİM

- a gerçekte sayı olmak üzere $x = a$ şeklindeki doğrusal denklemlerin grafikleri x eksenini a noktasından dik olarak keser ve y eksenine paraleldir.
 b gerçekte sayı olmak üzere $y = b$ şeklindeki doğrusal denklemlerin grafikleri y eksenini b noktasından dik olarak keser ve x eksenine paraleldir.



Aşağıdaki doğrusal denklemlere ait grafikleri çiziniz. Çizdiğiniz grafiklerin eksenleri kestiği noktaları, eksenlere paralelliklerini ve orijinden geçip geçmediğini inceleyiniz.

a) $x = -1$

b) $y = 4$

c) $x = 0$

ÖRNEK 2

Aşağıdaki doğrusal denklemlere ait grafikleri çizelim. Çizdiğimiz grafiklerin eksenleri kestiği noktaları, eksenlere paralelliklerini ve orijinden geçip geçmediğini inceleyelim.

a) $y = 2x$

b) $y = -3x$

ÇÖZÜM

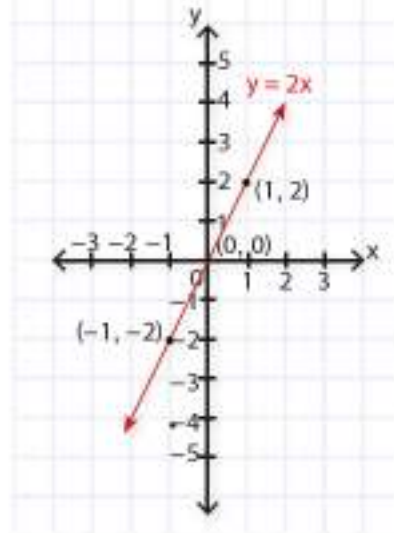
Verilen iki denklemde de x ' in üç farklı değeri için y değerlerini bulalım. Bulduğumuz değerleri sıralı ikili şeklinde gösterip denklemin grafiğini çizelim.

- a) $y = 2x$ doğrusal denkleminde ait sıralı ikilileri tabloda gösterelim. Sıralı ikilileri koordinat sisteminde işaretleyip birleştirelim.

| x | $y = 2x$ | y | (x, y) |
|----|----------------|----|----------|
| -1 | $2 \cdot (-1)$ | -2 | (-1, -2) |
| 0 | $2 \cdot 0$ | 0 | (0, 0) |
| 1 | $2 \cdot 1$ | 2 | (1, 2) |

Grafikte gördüğümüz gibi $y = 2x$ doğrusu:

- x ve y eksenini (0, 0) noktasında keser.
- Eksenlere paralel değildir.
- Orijinden geçer.



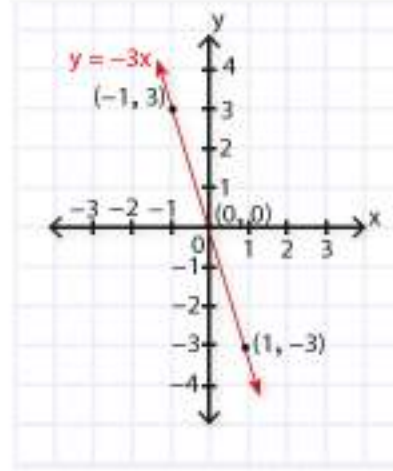
DOĞRUSAL DENKLEMLER

b) $y = -3x$ doğrusal denklemine ait sıralı ikilileri tabloda gösterelim. Sıralı ikilileri koordinat sisteminde işaretleyip birleştirelim.

| x | $y = -3x$ | y | (x, y) |
|----|-------------------|----|---------|
| -1 | $(-3) \cdot (-1)$ | 3 | (-1, 3) |
| 0 | $(-3) \cdot 0$ | 0 | (0, 0) |
| 1 | $(-3) \cdot 1$ | -3 | (1, -3) |

Grafikte gördüğümüz gibi $y = -3x$ doğrusu:

- x ve y eksenlerini (0, 0) noktasında keser.
- Eksenlere paralel değildir.
- Orijinden geçer.



BİLGİLENELİM

a bir gerçək sayı olmak üzere $y = ax$ şeklindeki doğrusal denklemlerin grafikleri orijinden geçer.



Aşağıdaki doğrusal denklemlere ait grafikleri çiziniz. Çizdiğiniz grafiklerin eksenleri kestiği noktaları, eksenlere paralellliğini ve orijinden geçip geçmediğini inceleyiniz.

a) $y = x$

b) $y = -2x$

ÖRNEK 3

$y = x - 2$ doğrusal denkleminin ait grafiği çizelim. Çizdiğimiz grafiğin eksenleri kestiği noktaları, eksenlere paralellliğini ve orijinden geçip geçmediğini inceleyelim.

ÇÖZÜM

$y = x - 2$ denkleminde x 'in 0 değeri için y değerini bulalım.

$$x = 0 \text{ için } y = 0 - 2$$

$$y = -2 \rightarrow (0, -2)$$

$y = x - 2$ denkleminde y 'nin 0 değeri için x değerini bulalım.

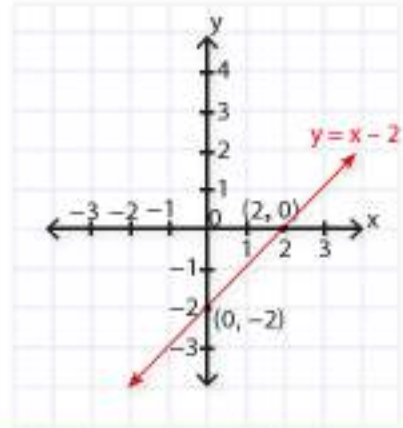
$$y = 0 \text{ için } 0 = x - 2$$

$$2 = x \rightarrow (2, 0)$$

Bulduğumuz $(0, -2)$ ve $(2, 0)$ sıralı ikililerini koordinat sisteminde işaretleyip bu noktaları birleştirelim.

Grafikte gördüğümüz gibi $y = x - 2$ doğrusu:

- x eksenini $(2, 0)$ ve y eksenini $(0, -2)$ noktasında keser.
- Eksenlere paralel değildir.
- Orijinden geçmez.



BİLGİLENELİM

a ve b sıfırdan farklı gerçel sayılar olmak üzere $y = ax + b$ şeklindeki doğrusal denklemlerin grafikleri:

- * Orijinden geçmez.
- * Eksenlere paralel değildir.



$y = 2x + 2$ doğrusal denkleminin ait grafiği çiziniz. Çizdiğiniz grafiğin eksenleri kestiği noktaları, eksenlere paralellliğini ve orijinden geçip geçmediğini inceleyiniz.

ÖRNEK 5

İçinde 300 litre su bulunan bir depodan her gün 15 litre su kullanılmaktadır. Geçen süre ile depoda kalan su miktarı arasındaki ilişkinin tablosunu oluşturup denklemini yazalım. Oluşturduğumuz denkleme ait grafiği çizelim ve grafikte ilgili yorumlar yapalım.

ÇÖZÜM

Zaman geçtikçe depodaki su miktarı azalacaktır. Bu durumu tablo ile gösterelim.

| Süre (Gün) | 0 | 1 | 2 | ... | n |
|---------------------------------|--------------------|--------------------|--------------------|-----|--------------------|
| Kalan su Miktarı (L) | $300 - 15 \cdot 0$ | $300 - 15 \cdot 1$ | $300 - 15 \cdot 2$ | ... | $300 - 15 \cdot n$ |
| Sıralı ikili şeklinde gösterimi | (0, 300) | (1, 285) | (2, 270) | ... | (n, $300 - 15n$) |

Depoda kalan su miktarını y ve geçen zamanı x ile gösterelim.

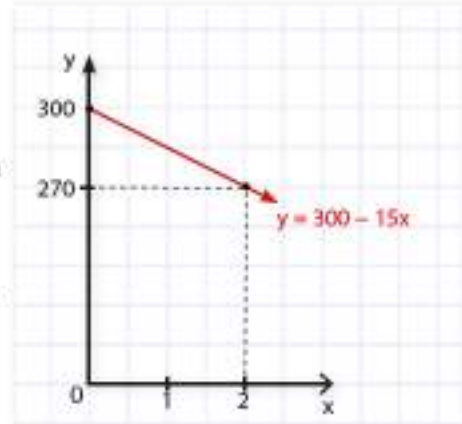
Bu ilişkiye ait denklem $y = 300 - 15x$ olur.

$y = 300 - 15x$ doğrusunun grafiğini çizmek için tablodan (0, 300) ve (2, 270) sıralı ikililerini seçerek grafiğini çizelim.

x değerindeki her 1 birimlik artışa karşı y değeri 15 birim azaldığı için değişkenler arasında doğrusal ilişki vardır.

$y = 300 - 15x$ doğrusu:

- x eksenini (20, 0) ve y eksenini (0, 300) noktasında keser.
- Eksenlere paralel değildir.
- Orijinden geçmez.



Açılış ücreti 3 TL olan taksimetre her kilometrede 2,5 TL ücret yazmaktadır. Taksiyle gidilen her kilometre için ödenen ücretin:

- Tablosunu oluşturunuz.
- Denklemini yazınız.
- Denkleminin grafiğini çiziniz.

UYGULAYALIM

1. 20 cm uzunluğundaki mumun boyu, yanmaya başlamasından itibaren her dakika 1 cm kısalmaktadır. Mumun yanması ile başlayan süreçte, mumun boyu ile geçen zaman arasındaki ilişkiyi gösteren:
- Tabloyu oluşturunuz.
 - Tabloya ait denklemi yazınız.
 - Denklemin grafiğini çiziniz.
 - Grafiğin eksenlere paralel olup olmadığını, orijinden geçip geçmediğini ve doğrusal olup olmadığını yorumlayınız.
2. Bir belediye daha önceden 300 m'si yapılmış asfalt yolun geriye kalan kısmını, günde 125 m'lik asfalt yaparak tamamlayacaktır. Buna göre:
- Asfaltlanan yol ve zamana ait bir tablo oluşturunuz.
 - Oluşturduğunuz tabloya ait denklemi yazınız.
 - Yazdığınız denklemin grafiğini çiziniz.
 - Grafiğin eksenlere paralel olup olmadığını, orijinden geçip geçmediğini ve doğrusal olup olmadığını yorumlayınız.
3. Düzenli olarak her gün 1 saat yürüyen Harun, her yürüyüş sonunda 200 kalori yakmaktadır. Buna göre:
- Yürüyüş süresi ve yakılan kaloriye ait bir tablo oluşturunuz.
 - Oluşturduğunuz tabloya ait denklemi yazınız.
 - Yazdığınız denklemin grafiğini çiziniz.
 - Grafiğin eksenlere paralel olup olmadığını, orijinden geçip geçmediğini ve doğrusal olup olmadığını yorumlayınız.
4. Aşağıda verilmiş olan denklemleri inceleyiniz. Bu denklemlerle ilgili verilen ifadelerden doğru olanlarını (✓) ile işaretleyiniz.

| Denklemler | Orijin | | Paralel | |
|---------------------|--------|--------|------------|------------|
| | Geçer | Geçmez | x eksenine | y eksenine |
| $y = -2$ | | | | |
| $3x + 4 = 10$ | | | | |
| $3x + 2y = 14$ | | | | |
| $2y + 6 = 2(x + 3)$ | | | | |

5. Aşağıdaki doğrusal denklemlerin grafiklerini çizerek eksenleri kesip kesmediklerini inceleyiniz.

a) $3y = 2x$

b) $y = -x - 3$

c) $x = -2$

ç) $y = 3$

d) $2y + 4x = 10$

e) $y - 3x = -6$

6. $3x + y = -15$ doğrusu ile eksenler arasında kalan üçgenin alanının kaç birimkare olduğunu bulunuz?

7. Bir araç her 100 km'de 6 L yakıt tüketmektedir. Buna göre:

a) Gidilen yol ve tüketilen yakıtı ait bir tablo oluşturunuz.

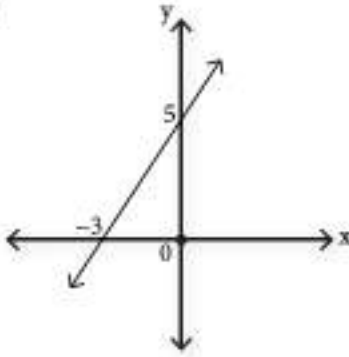
b) Oluşturduğunuz tabloya ait denklemini yazınız.

c) Yazdığınız denklemin grafiğini çiziniz.

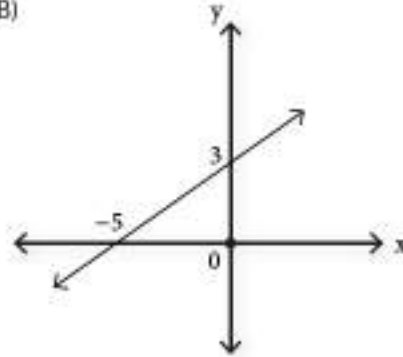
ç) Grafiğin eksenlere paralel olup olmadığını, orijinden geçip geçmediğini ve doğrusal olup olmadığını yorumlayınız.

8. $5x - 3y + 15 = 0$ denklemi ile verilen doğrunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?

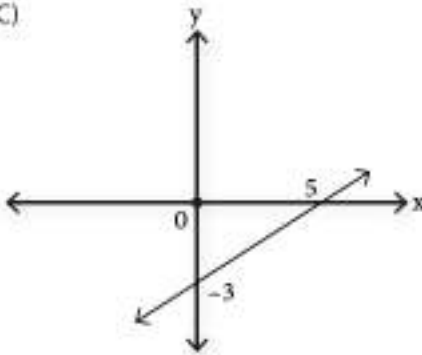
A)



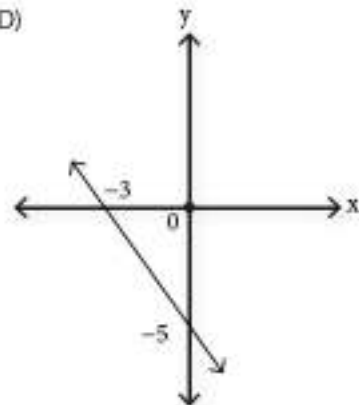
B)



C)



D)



Eğim

Tekerlekli sandalye kullanan bireylerin hayatlarını kolaylaştırmak için rampalar yapılmıştır. Yaya yolu güzergâhında bulunan rampaların eğimi en fazla % 5 olmalıdır. Rampa yüksekliği 15 cm'den fazla olan rampaların her iki tarafında korkuluk bulunmalıdır. Rampalar düz, sert, sabit ve kaymayı önleyici yüzeye sahip olmalıdır.

Sizce bu standartlar belirlenirken nelere dikkat edilmiştir?



ETKİNLİK

AMAÇ: Eğimi modellerle açıklamak

ARAÇ GEREÇ: 2 adet mukavva (30x10), 5 kitap, iki adet boya kalemi (silindirik şekilde)

UYGULAMA BASAMAKLARI

1. 3 - 4 kişilik gruplar oluşturunuz.

2. Yanda görüldüğü gibi 1 kitap ve 1 mukavva kullanarak eğik düzlem oluşturunuz.



3. Yanda görüldüğü gibi 4 kitap ve 1 mukavva kullanarak eğik düzlem oluşturunuz.



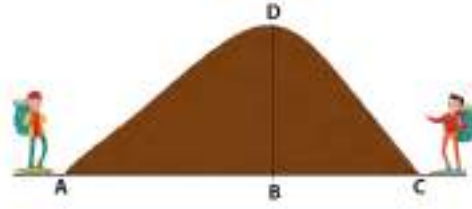
4. Oluşturduğunuz eğik düzlemlerin üst noktalarından boya kalemlerini aynı anda bırakınız.

SONUÇLANDIRILIM

- ✓ Hangi boya kalemi eğik düzlemde daha hızlı indi?
- ✓ Sizce kalemlerin aynı hızda inmemesinin nedeni ne olabilir?

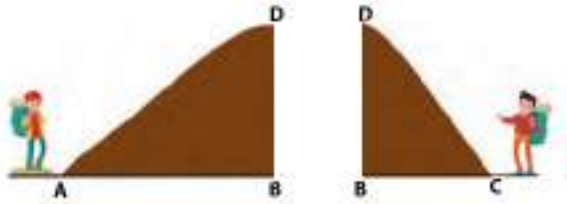
ÖRNEK 1

Demir A noktasından, Serdar C noktasından tırmanmaya başlayarak D noktasında buluşuyorlar. Hangisinin bu tırmanma esnasında daha çok zorlandığını inceleyelim.



ÇÖZÜM

Demir ve Serdar dikey uzunlukları eşit ve yatay uzunlukları farklı yolları kullanmışlardır.



BC uzunluğu AB uzunluğundan daha kısa olduğu için CD yolu AD yolundan daha diktir. Bu yüzden tırmanış sırasında Serdar daha çok zorlanmıştır.

BİLGİLENERİM

Bir doğru üzerinde bulunan iki nokta arasındaki dikey değişimin yatay değişime oranına **eğim** denir.

$$\text{Eğim} = \frac{|BC|}{|AC|} = \frac{\text{Dikey uzunluk}}{\text{Yatay uzunluk}}$$



Bu durumda eğim dikey uzunluk ile doğru, yatay uzunluk ile ters orantılıdır.



İki farklı görselde verilen hafriyat kamyonunun kasaları ile eğimleri arasındaki ilişkiyi açıklayınız.



ÖRNEK 2

Şekildeki pistte 2 numaralı pistin eğimi, 1 numaralı pistin eğiminin 2 katına eşittir. A noktasından sürmeye başlayan Cem B noktasına çıkmıştır. Buna göre Cem'in B noktasında iken yerden kaç metre yüksekte olduğunu bulalım.



ÇÖZÜM

Cem'in kaç metre yükseğe çıktığını bulmak için pistlerin eğimlerinden yararlanalım.

$$\begin{aligned} \text{1 Numaralı Pistin Eğimi} &= \frac{\text{Dikey uzunluk}}{\text{Yatay uzunluk}} \\ &= \frac{10}{30} \\ &= \frac{1}{3} \text{ olur.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{2 Numaralı Pistin Eğimi} &= 2 \cdot \frac{1}{3} \\ &= \frac{2}{3} \text{ olur.} \end{aligned}$$

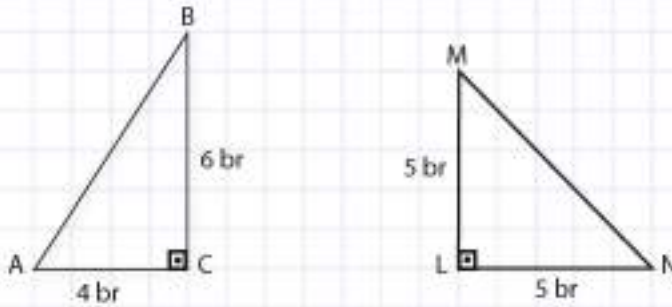
2 numaralı pistin dikey uzunluğa x diyelim.

$$\begin{aligned} \frac{2}{3} &= \frac{x}{45} && \text{İçler dışlar çarpımı yapılır.} \\ 3x &= 2 \cdot 45 \\ 3x &= 90 \\ \frac{3x}{3} &= \frac{90}{3} && \text{Her iki taraf 3'e bölünür.} \\ x &= 30 \end{aligned}$$

2 numaralı pistin dikey uzunluğu 30 m olduğundan Cem'in B noktasında iken yerden yüksekliği 30 m olur.



Aşağıda verilen AB ve MN doğru parçalarının eğimlerini bulunuz.



ÖRNEK 3

$y = 3x - 3$ doğrusunun grafiğini çizerek eğimini bulalım.

ÇÖZÜM

$y = 3x - 3$ doğrusunun eğimini bulmak için x ve y 'nin farklı değerlerini gösteren sıralı ikilileri tabloda gösterelim.

| x | $y = 3x - 3$ | y | (x, y) |
|-----|--------------------|-----|------------|
| -1 | $3 \cdot (-1) - 3$ | -6 | $(-1, -6)$ |
| 0 | $3 \cdot 0 - 3$ | -3 | $(0, -3)$ |
| 1 | $3 \cdot 1 - 3$ | 0 | $(1, 0)$ |
| 2 | $3 \cdot 2 - 3$ | 3 | $(2, 3)$ |

Sıralı ikilileri koordinat sisteminde işaretleyip doğrusal olarak birleştirelim.

Doğrunun eğimini bulabilmek için sıralı ikilileri köşe kabul eden dik üçgenler oluşturalım.

Oluşturduğumuz dik üçgenlerde y değerindeki değişimin x değerindeki değişime oranı eğimi verir.

$$\text{Eğim} = \frac{y \text{ değerindeki değişim}}{x \text{ değerindeki değişim}}$$

Mavi üçgenin eğimi:

$$\begin{aligned} \text{Eğim} &= \frac{6}{2} \\ &= 3 \end{aligned}$$

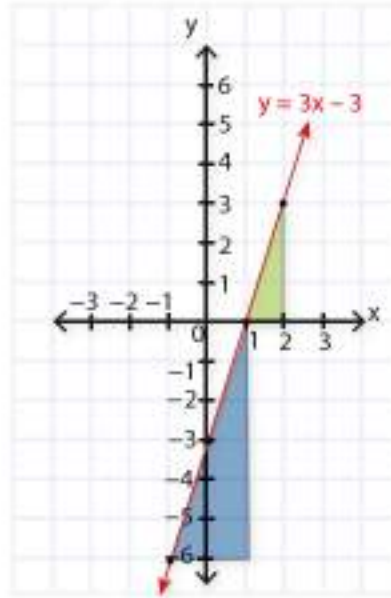
Yeşil üçgenin eğimi:

$$\begin{aligned} \text{Eğim} &= \frac{3}{1} \\ &= 3 \end{aligned}$$

Dik üçgenlerde x 'in her 1 birimlik artışına karşılık y de 3 birim arttığından eğimler eşittir.

x değerleri artarken y değerleri de arttığı için eğimin işareti pozitif (+) olur.

$y = 3x - 3$ doğrusunun eğimi +3'e eşittir.



$y = 2x - 4$ doğrusunun grafiğini çizerek eğimini bulunuz.

A large grid area provided for drawing the graph of the line $y = 2x - 4$ and showing the slope calculation.

ÖRNEK 4

$y = -2x + 1$ doğrusunun grafiğini çizerek eğimini bulalım.

ÇÖZÜM

$y = -2x + 1$ doğrusunun eğimini bulabilmek için x ve y 'nin farklı değerlerini gösteren sıralı ikililer oluşturalım.

| x | $y = -2x + 1$ | y | (x, y) |
|-----|-----------------------|-----|-----------|
| -1 | $(-2) \cdot (-1) + 1$ | 3 | $(-1, 3)$ |
| 0 | $(-2) \cdot 0 + 1$ | 1 | $(0, 1)$ |
| 1 | $(-2) \cdot 1 + 1$ | -1 | $(1, -1)$ |
| 2 | $(-2) \cdot 2 + 1$ | -3 | $(2, -3)$ |

Sıralı ikilileri koordinat sisteminde işaretleyip doğrusal olarak birleştirelim.

Doğrunun eğimini bulmak için sıralı ikilileri köşe kabul eden dik üçgenler oluşturalım.

Oluşturduğumuz dik üçgende y değerindeki değişimin x değerindeki değişime oranı eğimi verir.

$$\text{Eğim} = \frac{y \text{ değerindeki değişim}}{x \text{ değerindeki değişim}}$$

Mavi üçgenin eğimi:

$$= \frac{4}{2} \\ = 2$$

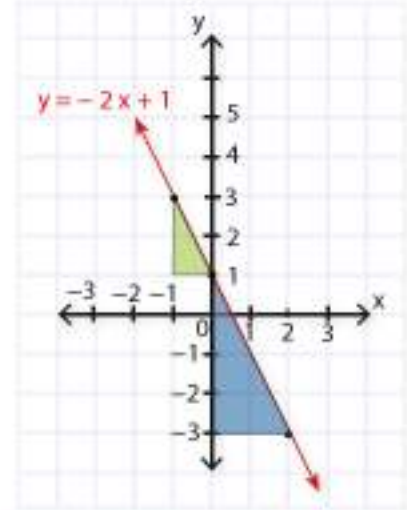
Yeşil üçgenin eğimi:

$$= \frac{2}{1} \\ = 2$$

Dik üçgenlerde x değerindeki her 1 birimlik artışa karşılık y değeri 2 birim azaldığından eğimler eşittir.

x değerleri artarken y değerleri azaldığı için eğimin işareti negatif (-) olur.

$y = -2x + 1$ doğrusunun eğimi -2 'ye eşittir.



a ve b gerçekte sayılar olmak üzere, $y = ax + b$ biçimindeki doğrusal denklemlerde x 'in katsayısı olan a değeri, doğrunun eğimine eşittir.

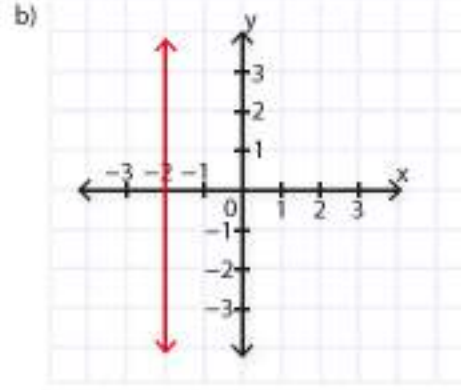
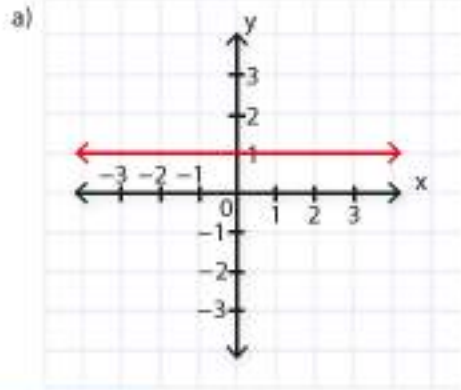


$y = -3x$ doğrusunun grafiğini çizerek eğimini bulunuz.

| | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |

ÖRNEK 5

Aşağıda grafikleri verilen doğruların eğimlerini bulalım.



ÇÖZÜM

Doğruların eğimlerini bulmak için grafiklere ait birer tablo oluşturalım.

a) Grafik üzerindeki noktaların x değerleri değişirken y değeri sabit kalmaktadır.

Her x değerine karşılık y değeri her zaman 1 olacaktır.

| | | | | | | | |
|---------------|---------|---------|---------|--------|--------|--------|--------|
| x | -3 | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 |
| y | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| (x, y) | (-3, 1) | (-2, 1) | (-1, 1) | (0, 1) | (1, 1) | (2, 1) | (3, 1) |

Tabloda görüldüğü gibi x değerlerindeki değişime rağmen y değerleri sabit kaldığından değişim değeri 0 olmaktadır.

$$\begin{aligned} \text{Eğim} &= \frac{y \text{ değerindeki değişim}}{x \text{ değerindeki değişim}} \\ &= \frac{0}{1} \\ &= 0 \end{aligned}$$

Bu durumda eğim 0'a eşittir.

b) Grafik üzerindeki noktaların y değerleri değişirken x değeri sabit kalmaktadır.

Her y değerine karşılık x değeri her zaman -2 olacaktır.

| | | | | | | | |
|---------------|----------|----------|----------|---------|---------|---------|---------|
| x | -2 | -2 | -2 | -2 | -2 | -2 | -2 |
| y | -3 | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 |
| (x, y) | (-2, -3) | (-2, -2) | (-2, -1) | (-2, 0) | (-2, 1) | (-2, 2) | (-2, 3) |

Tabloda görüldüğü gibi y değerlerindeki değişime rağmen x değerleri sabit kaldığından değişim değeri 0 olmaktadır.

$$\begin{aligned} \text{Eğim} &= \frac{y \text{ değerindeki değişim}}{x \text{ değerindeki değişim}} \\ &= \frac{1}{0} \\ &= \text{Tanımsız} \end{aligned}$$

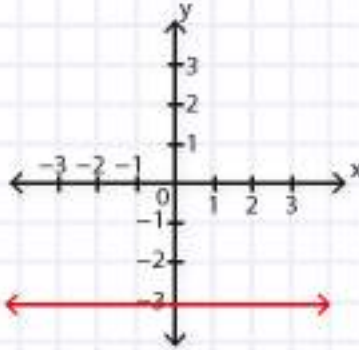
Bu durumda eğim tanımsızdır.

- x eksenine paralel olan doğruların eğimi 0'dır.
- y eksenine paralel olan doğruların eğimi tanımsızdır.

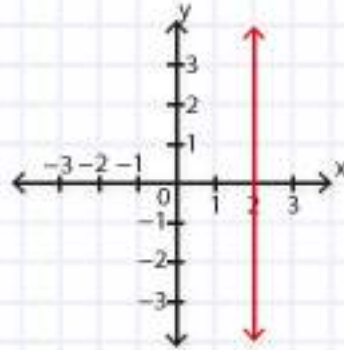


Aşağıda grafikleri verilen doğruların eğimlerini bulunuz.

a)



b)



UYGULAYALIM

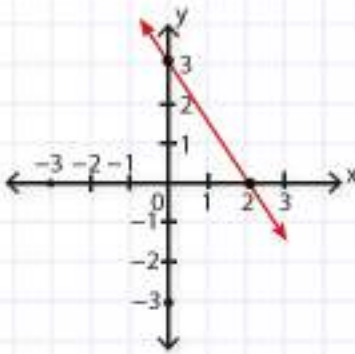
1. Eğimin %10 olduğu rampada bir araç rampanın başlangıcından tepe noktasına ulaşmaya kadar yatayda 600 m yol almaktadır. Buna göre aracın dikeyde kaç metre yol aldığını bulunuz.

2. Tabloda denklemleri verilen doğruların eğimlerini yazınız.

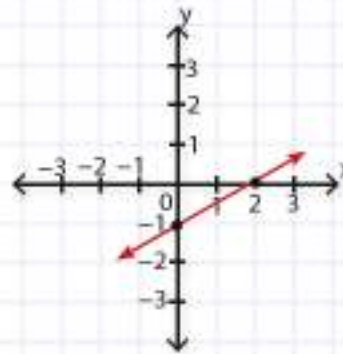
| Doğrular | Doğrunun Eğimi |
|---------------------|----------------|
| $x = -5$ | |
| $y = -3x$ | |
| $y - 2 = 9$ | |
| $y = -x + 4$ | |
| $2x - 7 = 3$ | |
| $-8x + 2y + 4 = 10$ | |

3. Aşağıda grafikleri verilen doğruların eğimlerini bulunuz.

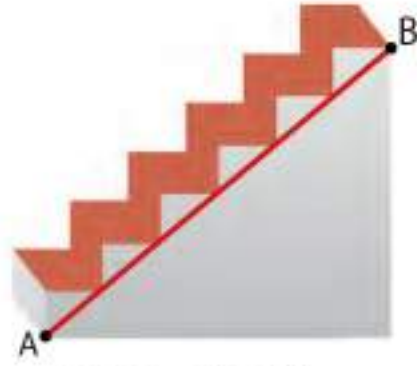
a)



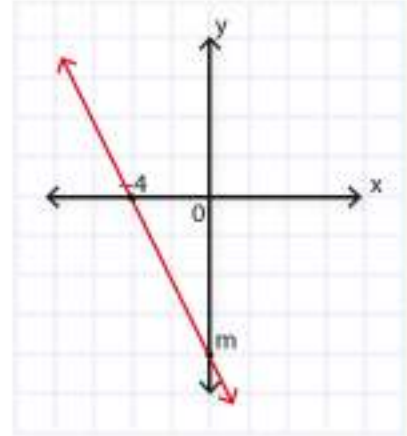
b)



4. Yanda verilen merdivenin yüksekliği 6 m ve eğimi %40 olduğuna göre merdivenin yatay uzunluğunu bulunuz.



5. $A(0, 3)$ ve $B(5, 0)$ noktalarından geçen doğrunun grafiğini çizip eğimini bulunuz.
6. Orijinden ve $(2, -5)$ noktasından geçen doğrunun eğimini bulunuz.
7. Yandaki koordinat sisteminde verilen doğrunun eğimi -2 olduğuna göre m değerini bulunuz.



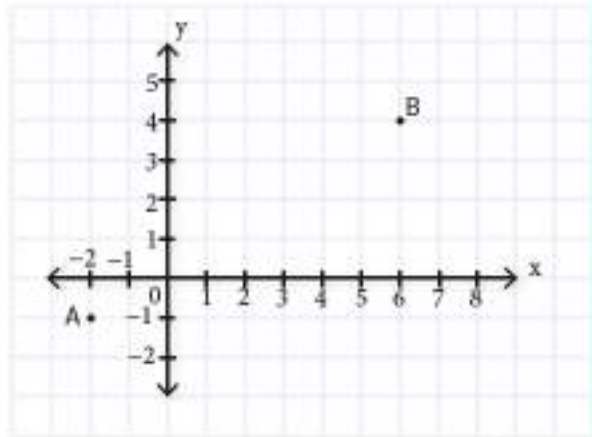
8. Yandaki koordinat sisteminde verilen A ve B noktalarından geçen doğrunun eğimi kaçtır?

A) $\frac{5}{8}$

B) $\frac{6}{8}$

C) 1

D) $\frac{8}{5}$



Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Eşitsizlikleri Yazma ve Sayı Doğrusunda Gösterme

Aynı görüntüye sahip on silgiden dokuzunun kütlesi eşit iken bir tanesinin daha hafif olduğu biliniyor.

Denge terazisi kullanarak hafif olan silgiyi en az kaç hamlede bulursunuz?



ETKİNLİK

AMAÇ: Birinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizlik içeren günlük hayat durumlarına uygun matematik cümleleri yazmak

ARAÇ GEREÇ: Eşit kollu terazi, 1 kg ve 500 gr'lık kütleler, kalem

UYGULAMA BASAMAKLARI

1. Eşit kollu terazinin kefelerine farklı kütleler yerleştirilerek terazinin dengede olmadığı durumlar oluşturunuz.
2. Eşit kollu terazinin bir kefesine 1 kg'lık 3 kütle diğer kefesine 500 gr'lık 5 kütle yerleştiriniz.



SONUÇLANDIRALIM

- ✓ İkinci uygulama basamağındaki duruma uygun matematik cümlesini " $<$ ", " $>$ " ve " $=$ " sembollerini kullanarak nasıl ifade edersiniz?

ÖRNEK 1

Yandaki terazinin denge durumuna uygun bir matematik cümlesi yazalım.



ÇÖZÜM

Terazideki nesnelerin toplam kütleleri eşit olmadığından terazinin kefeleri dengede değildir.

Sağ kefedeki kütle daha fazla olduğu için $x + x$ değeri $2 + 2 + 2 + 2$ değerinden büyüktür.

Bu ifadeyi matematik cümlesi ile gösterelim.

$$x + x > 2 + 2 + 2 + 2$$

$$2x > 8 \text{ olur.}$$

BİLGİLENERİM

$<$, $>$, \leq , \geq sembolleri ile yazılan matematiksel ifadelere **eşitsizlik** denir.

$<$: Küçük

$>$: Büyük

\leq : Küçük veya eşit

\geq : Büyük veya eşit

İçinde birinci dereceden bir bilinmeyenli ifade bulunan eşitsizliklere **birinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizlikler** denir.



Aşağıdaki terazinin dengede olmama durumuna uygun bir matematik cümlesi yazınız.



ÖRNEK 2

"Uzmanlar, günde en fazla 60 dk. televizyon izlemeyi öneriyor." ifadesine uygun bir matematik cümlesi yazalım.

ÇÖZÜM

Günlük en fazla 60 dakika televizyon izleme önerildiğine göre bahsedilen süre 60 dakika veya 60 dakikadan daha az olmalıdır. Televizyon izlenme süresini x ile gösterelim ve bu ifadeye uygun matematik cümlesi $x \leq 60$ olur.

$x \leq 60$ ifadesi bir eşitsizliktir. " x , 60'a eşittir veya 60'tan küçüktür." şeklinde ifade edilir.



"Bir şirketin çalışanları aylık en az 1600 TL maaş almaktadır." ifadesine uygun bir matematik cümlesi yazınız.

ÖRNEK 3

"Bir basketbol takımının en kısa boylu oyuncusu 172 cm'dir." ifadesine uygun bir matematik cümlesi yazalım.

ÇÖZÜM

En kısa boylu oyuncu 172 cm olduğuna göre, diğer oyuncuların boyu 172 cm'ye eşit veya 172 cm'den daha uzun olmalıdır.

Bu takımındaki herhangi bir oyuncunun boyunu x ile gösterelim.

Bu durumda matematik cümlesi $x \geq 172$ olur.

$x \geq 172$ ifadesi bir eşitsizliktir. " x , 172'ye eşit veya 172'den büyüktür." şeklinde ifade edilir.



"Bir tiyatro salonunun kapasitesi en çok 240 kişidir." ifadesine uygun bir matematik cümlesi yazınız.

ÖRNEK 4

"Üçten küçük gerçel sayılar" ifadesine uygun bir matematik cümlesi yazalım ve bu eşitsizliği sayı doğrusunda gösterelim.

ÇÖZÜM

Üçten küçük gerçel sayıları a ile gösterelim.

Bu durumda matematik cümlesi $a < 3$ olur.

Bu eşitsizliği sayı doğrusunda gösterelim.



a değeri 3'e eşit olmadığı için gösterimde 3 sayısı dâhil edilmez ve çember ile (\circ) gösterilir.

BİLGİLENELİM

Birinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizlikler sayı doğrusunda gösterilirken " $>$ " veya " $<$ " sembolü var ise eşitsizliğin sınırlandığı sayı dâhil edilmez.

EŞİTSİZLİKLER



"Alanı 55 m^2 ile 66 m^2 arasında olan bir çocuk parkı yapılacaktır." ifadesine uygun bir matematik cümlesi yazınız ve bu eşitsizliği sayı doğrusunda gösteriniz.

| |
|------------------------------|
| |
|------------------------------|

ÖRNEK 7

Aşağıdaki eşitsizlikleri sayı doğrusunda gösterelim.

a) $2 \leq t < 8$

b) $-3 < p < 1$

ÇÖZÜM

t ve p için birer sayı doğrusu çizelim.

a) $2 \leq t < 8$



b) $-3 < p < 1$



Aşağıdaki eşitsizlikleri sayı doğrusunda gösteriniz.

a) $-1 < x \leq 2$

b) $-6 \leq y \leq 2$

| |
|------------------------------|
| |
|------------------------------|

UYGULAYALIM

1. Yandaki terazi modelinin dengede olma durumunu gösteren bir matematik cümlesi yazınız.

 : 3 kg

 : x kg



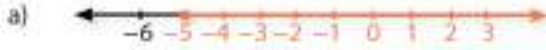
2. Aşağıdaki ifadelere karşılık gelen matematik cümlelerini yazınız.

- a) Bilge'nin kumbarasındaki para 30 TL'den daha fazladır.
- b) Hava sıcaklığı 32 dereceden azdır.
- c) Bir sayının 3 katının 2 eksiği 13'ten küçüktür.
- ç) Bir sayının yarısının 5 fazlası 3'ten küçüktür.

3. Aşağıda verilen ifadelere ait eşitsizlikleri yazıp sayı doğrusunda gösteriniz.

- a) -5'ten büyük gerçek sayılar
- b) 2 veya 2'den küçük gerçek sayılar
- c) -9'dan büyük -2'den küçük gerçek sayılar
- ç) 1'den büyük, 5 veya 5'ten küçük gerçek sayılar

4. Aşağıda verilen sayı doğrularına uygun eşitsizlikleri yazınız.



5. Bir satıcı x liraya aldığı ürünü 2 katının 30 eksiğine satmıştır. Bu satıcının zarar yaptığı bilindiğine göre alış fiyatı ile satış fiyatı arasındaki ilişkiyi gösteren matematik cümlesini yazınız.

6. "İş başvurusunda yaş sınırı 20 yaş ve üzeri olarak belirlenmiştir." ifadesine uygun bir matematik cümlesi yazınız.

7. "Nisa'nın kalemlerinin sayısının 5 katının 7 fazlası 32 veya 32'den büyüktür."

Nisa'nın kalemlerinin sayısı a ise yukarıdaki ifadeye uygun eşitsizlik aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $5a + 7 \geq 32$
- B) $5a - 7 \geq 32$
- C) $5a + 7 \leq 32$
- D) $5a + 7 > 32$

Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Eşitsizlikleri Çözme

Karaçam ağacı ülkemizin hemen hemen her bölgesinde görülür. Boyu 40 m'ye kadar uzayabilen silindirik biçiminde düzgün bir gövdeye sahiptir.

Porsuk ağacı ise ülkemizde Kuzey Batı Anadolu kıyılarına yakın yerlerde Kuzey Toroslarda yetişir. Gövde kabuğu kızıl kahverengidir ve gelişigüzel çatlaklararak dökülür.

Porsuk ağacı karaçamın en çok yarısı kadar uzadığına göre porsuk ağacının ulaşabileceği uzunluğu nasıl bulursunuz?



Karaçam Ağacı



Porsuk Ağacı

ETKİNLİK

AMAÇ: Birinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizlikleri çözmek

ARAÇ GEREÇ: Kalem

UYGULAMA BASAMAKLARI

1. Aşağıda verilen bilgileri inceleyiniz.

Fatih içinde 3 litre su bulunan 12 litrelik kovaya hacmini bilmediği bir tas ile su koyup tasın hacmini tahmin etmeye çalışmıştır. Fatih'in izlediği yol aşağıda verilmiştir.

- Fatih kovaya 9 tas su eklediğinde kovanın taşmadığını görüyor.
- Fatih kovaya 10 tas su eklediğinde kovanın taşacağını görüyor.

SONUÇLANDIRALIM

- ✓ Sizce bu tasın hacmini veren matematiksel cümle nasıl ifade edilir? Tartışınız.

ÖRNEK 1

$7 < 10$ eşitsizliği için aşağıdaki işlemleri yapalım.

a) Eşitsizliğin her iki tarafına -5 ekleyelim.

b) Eşitsizliğin her iki tarafını 2 ile çarpalım.

ÇÖZÜM

a) Eşitsizliğin her iki tarafına -5 eklediğimizde:

$$7 < 10$$

$$7 + (-5) < 10 + (-5)$$

$$2 < 5 \text{ olur.}$$

b) Eşitsizliğin her iki tarafını 2 ile çarpığımızda:

$$7 < 10$$

$$7 \cdot 2 < 10 \cdot 2$$

$$14 < 20 \text{ olur.}$$

BİLGİLENELİM

Bir eşitsizliğin her iki tarafı aynı sayı ile toplandığında eşitsizliğin yönü değişmez. Bir eşitsizliğin her iki tarafı aynı pozitif sayı ile çarpıldığında veya bölüldüğünde eşitsizliğin yönü değişmez.



$6 > -4$ eşitsizliği için aşağıdaki işlemleri yapınız.

a) Eşitsizliğin her iki tarafına 4 ekleyiniz.

b) Eşitsizliğin her iki tarafını 2'ye bölünüz.

ÖRNEK 2

$15 > 9$ eşitsizliği için aşağıdaki işlemleri yapalım.

a) Eşitsizliğin her iki tarafını -4 ile çarpalım.

b) Eşitsizliğin her iki tarafını -3 'e bölelim.

ÇÖZÜM

a) Eşitsizliğin her iki tarafını -4 ile çarptığımızda:

$$15 > 9$$

$$15 \cdot (-4) > 9 \cdot (-4)$$

$$-60 < -36$$

Eşitsizlik yön değiştirir.

b) Eşitsizliğin her iki tarafını -3 'e böldüğümüzde:

$$15 > 9$$

$$\frac{15}{-3} > \frac{9}{-3}$$

$$-5 < -3$$

Eşitsizlik yön değiştirir.

BİLGİLENELİM

Bir eşitsizliğin her iki tarafı aynı negatif sayı ile çarpıldığında veya bölüldüğünde eşitsizliğin yönü değişir.



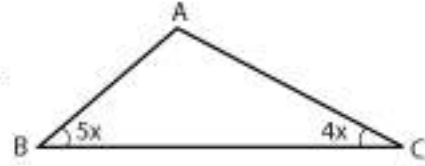
$-2 > -8$ eşitsizliği için aşağıdaki işlemleri yapınız.

a) Eşitsizliğin her iki tarafını -5 ile çarpınız.

b) Eşitsizliğin her iki tarafını -1 'e bölünüz.

ÖRNEK 3

Yandaki ABC üçgeninde A açısı geniş açı olduğuna göre x'in alabileceği en büyük tam sayı değerini bulalım.



ÇÖZÜM

Â'nın geniş açı olabilmesi için B ve C'nin toplamının dar açı olması gerekir. Bu durumda eşitsizliği yazarak x'in alabileceği değerleri bulalım.

$$m(\hat{B}) + m(\hat{C}) < 90^\circ$$

$$5x + 4x < 90^\circ$$

$$9x < 90^\circ$$

$$\frac{9x}{9} < \frac{90^\circ}{9}$$

$$x < 10^\circ \text{ dir.}$$

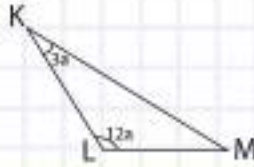
Benzer terimler toplanır.

Eşitsizliğin her iki tarafı 9'a bölünür.

Bu durumda x, 10'dan küçük gerçek sayıları gösterir. x'in alabileceği en büyük tam sayı değeri 9 olur.



Aşağıdaki KLM üçgeninde M dar açı olduğuna göre a'nın alabileceği en küçük tam sayı değerini bulunuz.



ÖRNEK 4

$5a < 8a - 24$ eşitsizliğinde a'nın alabileceği en küçük tam sayı değerini bulalım.

ÇÖZÜM

$$5a < 8a - 24$$

$$5a - 8a < 8a - 24 - 8a$$

$$-3a < -24$$

$$\frac{-3a}{-3} < \frac{-24}{-3}$$

$$a > 8$$

Eşitsizliğin her iki tarafından 8a çıkarılır.

Eşitsizliğin her iki tarafı -3'e bölünür.

Eşitsizlik yön değişir.

8'den büyük olan tam sayıların en küçüğü 9'dur.



$x \geq 6x + 15$ eşitsizliğinde x'in alabileceği en büyük tam sayı değerini bulunuz.

ÖRNEK 5

$-8 < -3x - 5 \leq 13$ eşitsizliğinde x 'in alabileceği en küçük ve en büyük tam sayı değerlerini bulalım.

ÇÖZÜM

$$-8 < -3x - 5 \leq 13$$

$$-8 + 5 < -3x - 5 + 5 \leq 13 + 5 \quad \text{Eşitsizliğe 5 eklenir.}$$

$$-3 < -3x \leq 18$$

$$\frac{-3}{-3} < \frac{-3x}{-3} \leq \frac{18}{-3} \quad \text{Eşitsizlik } -3'e \text{ bölünür.}$$

$$1 > x \geq -6 \quad \text{Eşitsizlik yön değiştirir.}$$

x 'in alabileceği tam sayılar $-6, -5, -4, -3, -2, -1$ ve 0 'dır. Bu durumda x 'in alabileceği en küçük tam sayı -6 ; en büyük tam sayı 0 olur.



$-1 \leq \frac{x}{2} - 3 < 5$ eşitsizliğinde x 'in alabileceği en küçük ve en büyük tam sayı değerlerini bulunuz.

UYGULAYALIM

- Aşağıdaki ifadelere uygun eşitsizlikleri yazınız.
 - Bir sayının 2 fazlası 7'den büyüktür.
 - Bir sayının 3 katının 6 eksiği 19'dan küçüktür.
 - Bir sayının 4 eksiği bu sayının 3 katının 6 fazlasına eşit veya küçüktür.
 - Bir sayının -2 katının 3 eksiği 11'den büyüktür.
 - Bir sayının 5 fazlası 0'a eşit veya 0'dan küçüktür.
- Aşağıdaki eşitsizlikleri çözüp sayı doğrusunda gösteriniz.
 - $6x \geq x - 1$
 - $-3x - 11 > 10$
 - $2x - 17 \leq 7x + 8$
- $7x1 \geq 753$ eşitsizliğinde $7x1$ sayısı üç basamaklı bir doğal sayıdır. Buna göre x yerine yazılabilecek rakamları bulunuz.
- Kenar uzunlukları doğal sayı olan bir ABCD dikdörtgeninin uzun kenar uzunluğu kısa kenar uzunluğunun 3 katıdır. Dikdörtgenin çevresinin uzunluğu 24 cm 'den büyük ve kenar uzunlukları birer doğal sayı olduğuna göre kısa kenar uzunluğunun alabileceği en küçük değeri bulunuz.
- "Fındıklarımın sayısının 3 katının 2 eksiği 19'dan küçüktür." diyen Ceren'in fındıklarının sayısının en çok kaç olabileceğini bulunuz.
- $-2 \cdot (x + 5) \geq x - 1$ eşitsizliğinin çözümünü aşağıdakilerden hangisidir?
 - $x \geq -3$
 - $x < -3$
 - $x \leq -3$
 - $x > -3$

4. ÜNİTE DEĞERLENDİRME SORULARI

1. Tablodaki ifadelerden doğru olanların yanına (D), yanlış olanların yanına (Y) yazınız. Yanlış ifadelerin doğrusunu yazınız.

| İfadeler | D / Y | Yanlış ise Doğrusu |
|---|-------|--------------------|
| $y = 20$ doğrusu y eksenine paraleldir. | | |
| $y = x$ doğrusu orijinden geçer. | | |
| "15 yaşını dolduranların fotoğrafı kimlik kartı için başvuru yapması gerekir." cümlesine ait eşitsizlik $x \geq 15$ 'tir. | | |
| Eşitsizliğin her iki tarafına aynı negatif sayı eklendiğinde eşitsizlik yön değişir. | | |

2. Aşağıdaki boşluklara doğru ifadeleri ya da sayıları yazınız.

- a) $2x + y = 3$ doğrusunun eğimiolur.
 b) $y = -4$ doğrusu eksenini dik keser.
 c) "Kalemlikte 7'den fazla kalem var." ifadesine ait eşitsizlik şeklinde gösterilir.
 ç) $a \leq 5$ eşitsizliğinde a 'nın alabileceği en büyük değer olur.

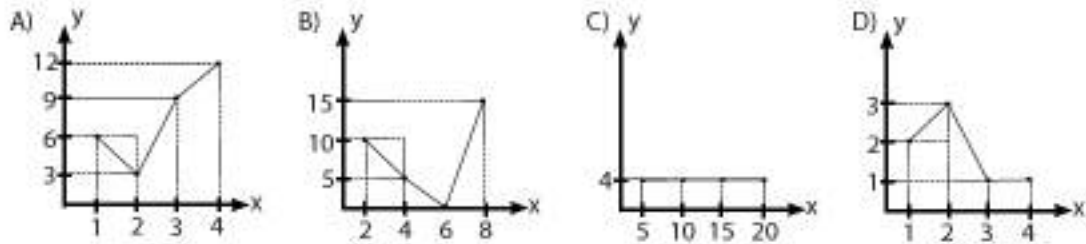
3. Hangi sayının 3 fazlasının yarısı aynı sayının 11 eksiğine eşittir?

- A) 17 B) 24 C) 18 D) 25

4. $5x - 1 \leq 4x - 10$ eşitsizliğini sağlayan x değerleri için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) $x \leq -9$ B) $x \leq 9$ C) $x \geq -9$ D) $x \geq 6$

5. Aşağıda verilen grafiklerden hangisinde veriler arasında doğrusal bir ilişki vardır?



6. Bir dar açının alabileceği değerlerin çözüm aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $0 \leq x \leq 90$ B) $x \geq 90$ C) $0 < x < 90$ D) $90 < x < 180$

4. ÜNİTE

7. "Masada en az 6 tabak var." cümlesine karşılık gelen eşitsizlik aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $t < 6$ B) $t > 6$ C) $t \leq 6$ D) $t \geq 6$

8. Tanesi 3 TL ile 5 TL arasında olan kalemlerden 7 tane alan bir kişi kaç TL ödemiş olabilir?

- A) 20 B) 30 C) 40 D) 45

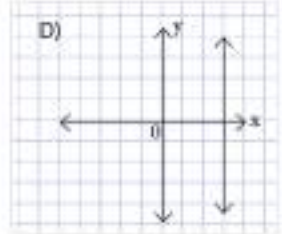
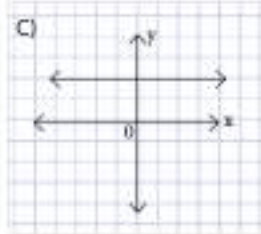
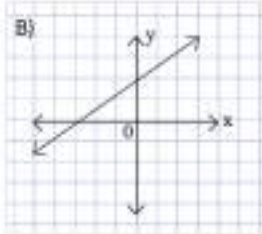
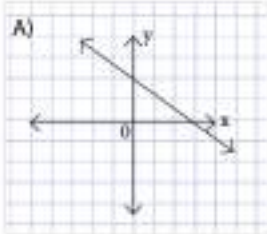
9. $2x + y - 10 = 6$ doğrusunun eğimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) -10 B) -2 C) 4 D) 6

10. Koordinat sisteminde orijinden ve A(7, 1) noktasından geçen doğrunun eğimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 0 B) 7 C) 1 D) $\frac{1}{7}$

11. $m < 0$ olmak üzere aşağıdakilerden hangisi $y = mx + 2$ denklemine ait doğrunun grafiği olabilir?



12. Bozuk bir termometre, bulunduğu ortamdaki sıcaklığı gerçek sıcaklığından 3°C ye kadar daha fazla veya 4°C ye kadar daha az gösterebilmektedir. Bu termometrenin 18°C gösterdiği bir ortamın gerçek sıcaklığı a santigrat derecedir. Buna göre a 'nın alabileceği en geniş aralık aşağıdaki eşitsizliklerden hangisidir?

- A) $15 < a < 22$ B) $14 \leq a \leq 21$ C) $15 \leq a \leq 22$ D) $14 < a < 21$

13. Emre parasının $\frac{1}{7}$ 'si ile kitap ve 6 TL'si ile defter alınca parasının yansını harcamış oluyor. Emre'nin başlangıçtaki parasının kaç TL olduğunu bulunuz.

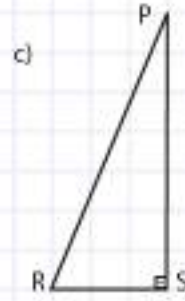
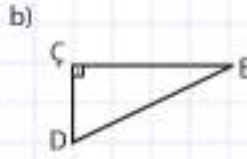
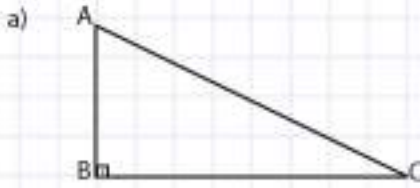
14. Aşağıdaki doğrusal denklemlere ait grafiklerin eksenleri hangi noktalarda kestiğini, eksenlere paralellliğini ve orijinden geçip geçmediğini bulunuz.

- a) $x = 20$ b) $3x = 2y + 10$ c) $y = 2$ ç) $x = 0$

4. ÜNİTE

15. Aylık 700 TL'ye ev kiralayan Kenan Bey, depozito olarak 1500 TL ödemiştir. Geçen zaman ile ödenen toplam ücret arasındaki ilişkinin:
- Bağımlı ve bağımsız değişkenlerini bulunuz.
 - Tablosunu oluşturunuz.
 - Oluşturduğunuz tabloya ait denklemi yazınız.
 - Yazdığınız denklemin grafiğini çiziniz.
 - Grafiğin eksenlere paralel olup olmadığını, orijinden geçip geçmediğini ve doğrusal olup olmadığını yorumlayınız.

16. Aşağıdaki verilen AC, ED ve RP doğru parçalarının eğimlerini bulunuz.



17. $-7 \leq a + 5 < 14$ ifadesini sağlayan a tam sayı değerleri toplamını bulunuz.

18. Aşağıdaki eşitsizliklerde x, y ve z'nin alabileceği en büyük tam sayı değerlerini bulunuz.

a) $2x - 3 \leq 1$

b) $\frac{y+2}{4} < 7$

c) $-10 < 5z \leq 35$

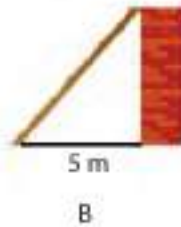
19. Aşağıdaki ifadeleri sayı doğrusunda gösteriniz.

a) $-x < 5$

b) $y - 4 \geq 0$

c) $2 \leq z < 15$

20. Aşağıda eşit yükseklikteki 3 duvara yaslanmış merdivenler verilmiştir. Buna göre merdivenlere ait eğimleri küçükten büyüğe doğru sıralayınız.



EĞLENELİM-ÖĞRENELİM

Aşağıda verilen kare bulmacada satırlar ve sütunlar 1-5 şeklinde isimlendirilmiştir. İlgili satır ve sütunlarda verilen işlemleri yaparak bulmacayı çözünüz.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 1 | | | | | |
| 2 | | | | | |
| 3 | | | | | |
| 4 | | | | | |
| 5 | | | | | |

SOLDAN SAĞA

1. Satır

- $24x - 2y + 5 = 0$ doğrusunun eğimi kaçtır?
- Aşağıdaki tablo bir doğrusal denklem için verildiğine göre $a = ?$

| | | | | |
|---|---|----|----|----|
| x | 2 | 9 | 15 | 19 |
| y | 4 | 18 | 30 | a |

2. Satır

- $-2x + 7 \geq -57$ ise x 'in alabileceği en büyük tam sayı değeri kaçtır?
- x eksenine paralel doğruların eğimi kaçtır?

3. Satır

- $y = 5x + 7$ doğrusunun eğimi kaçtır?
- $3x + 9 < 60$ eşitsizliğinin çözümü $x < a$ ise a 'nın alabileceği en büyük tam sayı değeri kaçtır?

4. Satır

- $\frac{x}{4} - 3 \geq 3$ ise x 'in alabileceği en küçük tam sayı değeri kaçtır?
- $-27 \leq -3x \leq 27$ eşitsizliğini sağlayan en büyük x tam sayı değeri kaçtır?

5. Satır

- $(a - 2, 2)$ noktası koordinat sisteminde $(5, 2)$ noktasına karşılık geliyor ise $a = ?$
- $8x = 2y - 3$ doğrusunun eğimi kaçtır?

YUKARIDAN AŞAĞIYA

1. Sütun

- $y = x$ doğrusunun eğimi kaçtır?
- $-2 < 2x \leq 104$ eşitsizliğini sağlayan en büyük tam sayı değeri kaçtır?

2. Sütun

- $\frac{x-2}{7} > 3$ eşitsizliğinin çözümü $x > a$ ise $a = ?$
- $x + 3y = 47$ denklemi x eksenini $(a, 0)$ noktasında kestiğine göre $a = ?$

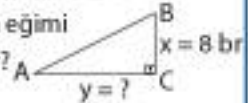
3. Sütun

- $5 \leq 2x < 44$ eşitsizliğini sağlayan en büyük x tam sayı değeri kaçtır?

4. Sütun

- $ax - 2y - 1 = 0$ doğrusunun eğimi $\frac{3}{2}$ ise $a = ?$
- $(2, a+5)$ koordinat sisteminde $(2, 12)$ noktasına karşılık geliyor ise $a = ?$

- AB doğru parçasının eğimi 2 ise y değeri kaçtır?



5. Sütun

- Bir otomobilin kilometreye bağlı (x) yakıt tüketimini (y) veren denklem $y = \frac{1}{20}x$ tir. Buna göre bağımlı değişkenin 4 olduğu durumda bağımsız değişken kaç olur?
- $-2x - 1 \geq -19$ eşitsizliğini sağlayan en büyük x değeri kaçtır?

5. ÜNİTE

5.1. ÜÇGENLER

5.2. EŞLİK VE BENZERLİK

Pisagor

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$a = \sqrt{c^2 - b^2}$$

$$b = \sqrt{c^2 - a^2}$$



TERİMLER VE KAVRAMLAR

- Kenarortay
- Açıortay
- Yükseklik
- Üçgen Eşitsizliği
- Dik Kenarlar
- Hipotenüs
- Pisagor Bağıntısı
- Benzerlik Oranı

NELER ÖĞRENECEĞİZ?

- Üçgende kenarortay, açıortay ve yüksekliği inşa etmeyi
- Üçgenin iki kenar uzunluğunun toplamı veya farkı ile üçüncü kenarının uzunluğunu ilişkilendirmeyi
- Üçgenin kenar uzunlukları ile bu kenarların karşısındaki açılarının ölçülerini ilişkilendirmeyi
- Yeterli sayıda elemanın ölçüleri verilen bir üçgeni çözmeyi
- Pisagor bağıntısını oluşturmayı ve bununla ilgili problemleri çözmeyi öğreneceğiz.

-
- Eşlik ve benzerliği ilişkilendirmeyi
 - Eş ve benzer şekillerin kenar ve açı ilişkilerini belirlemeyi
 - Benzer çokgenlerin benzerlik oranını belirlemeyi
 - Bir çokgene eş ve benzer çokgenler oluşturmayı öğreneceğiz.

Üçgende Yükseklik, Kenarortay ve Açıortay

Başöğretmen Atatürk, muasır medeniyetlere ulaşmak için eğitimin önemini her fırsatta vurgulamıştır. Ülkenin kalkınmasının eğitimi, bilimle, fen ve teknolojiyle mümkün olacağını söylemiştir. Bunun için eğitimde büyük ve köklü değişimlerin öncüsü olarak Türk Dil Kurumunu, Türk Tarih Kurumunu kurmuş ve pek çok ilke imza atmıştır.



Bugün geometride kullandığımız birçok terimin Atatürk tarafından Türkçeleştirildiğini biliyor muydunuz?

Atatürk 1937'de bir geometri kitabı yazmıştır. Bu kitap yazar adı olmadan Milli Eğitim Bakanlığı tarafından yayımlanmıştır. Mustafa Kemal Atatürk'ün yaptığı bu çalışma ile Türkçeleştirdiği bazı terimler şunlardır:

Müselles: Üçgen

Kaim zaviyeli müselles: dik üçgen

Müselles-i mütesäviyü'l-adlâ: eşkenar üçgen

Sizce Atatürk bu terimleri neden Türkçeleştirmiş olabilir?

ETKİNLİK

DİKKATLİ KULLANALIM!

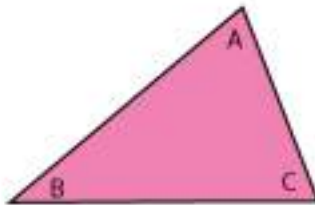


AMAÇ: Üçgende yükseklik inşa etmek

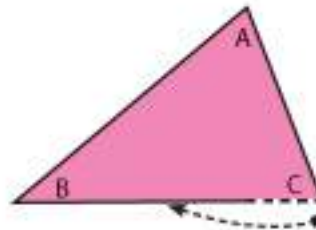
ARAÇ GEREÇ: Makas, kâğıt, kalem, cetvel ve açıölçer

UYGULAMA BASAMAKLARI

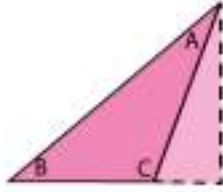
1. Adım: 315. sayfadan dar açılı üçgeni keserek çıkarınız.



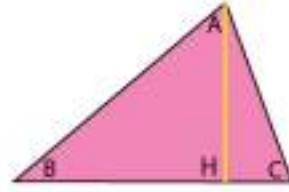
2. Adım: Kat çizgisi A köşesinden geçecek şekilde BC doğru parçasının doğrultusunu bozmadan katlayınız.



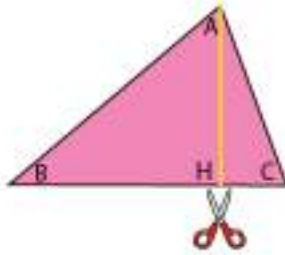
3. Adım: Katlama izini kalem kullanarak belirginleştirip üçgeni açınız.



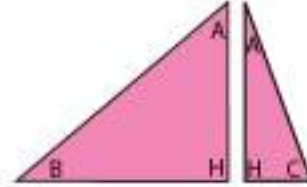
4. Adım: Belirginleştirdiğiniz çizginin BC doğru parçası ile kesiştiği noktayı H harfi ile isimlendiriniz.



5. Adım: Makas kullanarak üçgeni AH doğru parçası üzerinden kesip ayırınız.



6. Adım: Açıkölçer yardımıyla ABH ve AHC üçgenlerinin H köşesine ait açıları ölçünüz.

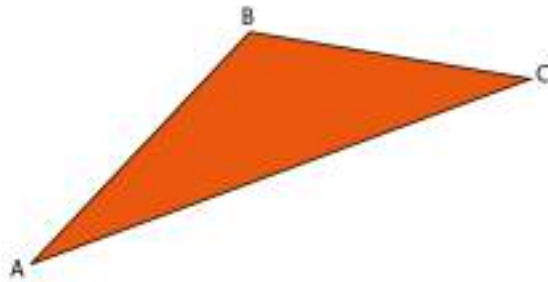


SONUÇLANDIRALIM

- ✓ \widehat{ABH} ve \widehat{AHC} ni açılarına göre isimlendiriniz.
- ✓ İki üçgende bulunan AH ortak kenarı ile \widehat{ABC} ni nasıl ilişkilendirirsiniz? Tartışınız.

ÖRNEK 1

Aşağıdaki \widehat{ABC} nin kenarlarına ait yükseklikleri gönye yardımıyla adım adım çizelim.



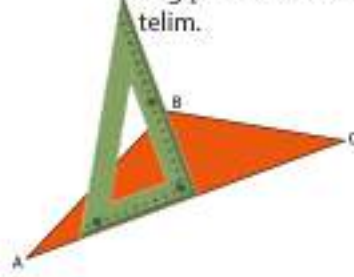
ÇÖZÜM

AC kenarına ait yükseklik:

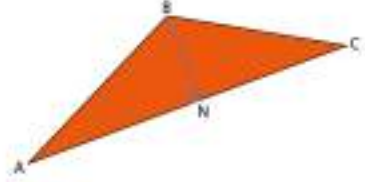
1. Adım: Gönyenin dik kenarlarından birini, AC kenarı üzerine şekildeki gibi yerleştirelim.



2. Adım: Gönyeyi, diğer dik kenarı B köşesine gelecek şekilde doğrultusunu değiştirmeden ilerletelim.

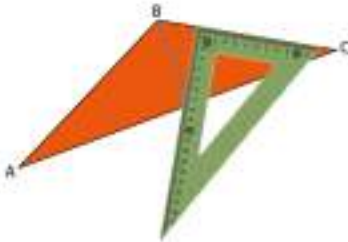


3. Adım: Gönyenin dik kenarından yararlanarak [BN] nı çizelim. [BN], AC kenarına ait yükseklik olur.

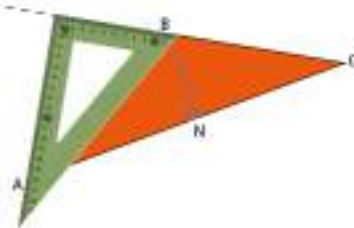


BC kenarına ait yükseklik:

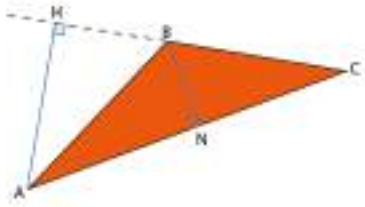
1. Adım: Gönyenin dik kenarlarından birini BC kenarı üzerine şekildeki gibi yerleştirelim.



2. Adım: Gönyeyi, diğer dik kenarı A köşesine gelecek şekilde doğrultusunu değiştirmeden ilerletelim.

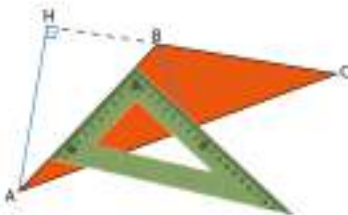


3. Adım: Gönyenin dik kenarından yararlanarak [AH] nı çizelim. [AH], BC kenarına ait yükseklik olur.

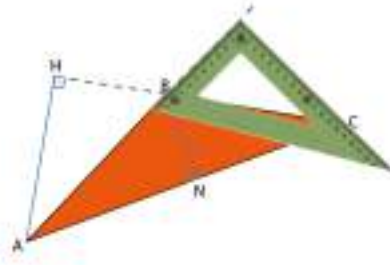


AB kenarına ait yükseklik:

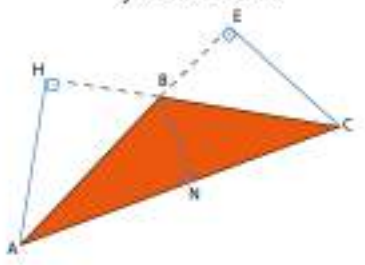
1. Adım: Gönyenin dik kenarlarından birini AB kenarı üzerine şekildeki gibi yerleştirelim.

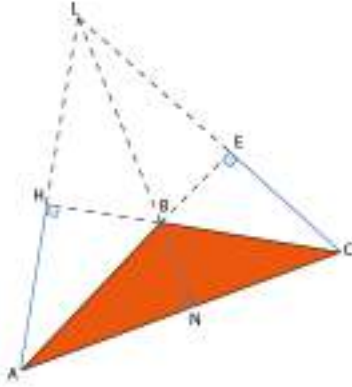


2. Adım: Gönyeyi, diğer dik kenarı C köşesine gelecek şekilde doğrultusunu değiştirmeden ilerletelim.



3. Adım: Gönyenin dik kenarından yararlanarak [CE] nı çizelim. [CE], AB kenarına ait yükseklik olur.





ABC üçgeninin yüksekliklerinin uzantılarını çizdiğimizde uzantıların üçgenin dışında bir noktada (L) kesiştiğini görürüz. Bunun sebebi üçgenin geniş açılı olmasıdır.

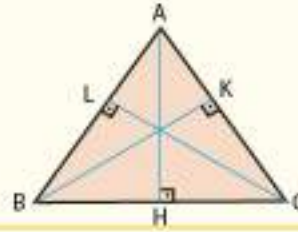
BİLGİLENELİM

Üçgenin herhangi bir köşesinden karşısındaki kenara veya kenarın uzantısına çizilen dik doğru parçasına (üçgenin o kenarına ait) **yükseklik** denir.

$$[AB] \perp [CL]$$

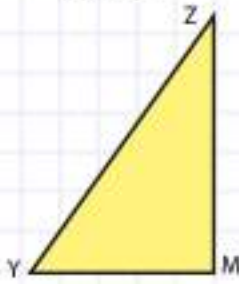
$$[AC] \perp [KB]$$

$$[BC] \perp [AH]$$

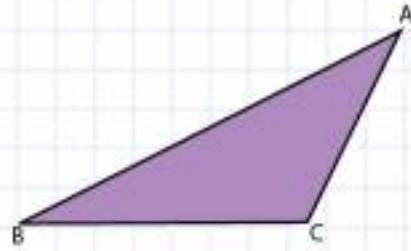


Aşağıdaki üçgenel bölgelerin istenen kenarlarına ait yüksekliklerini kareli kâğıttan yararlanarak çiziniz.

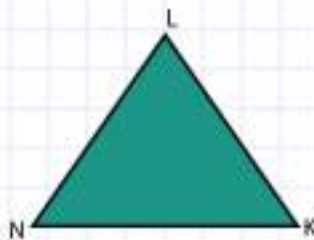
ZM kenarı



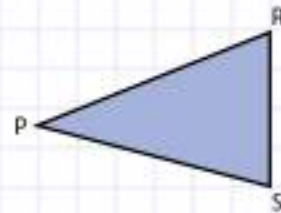
BC kenarı



NK kenarı



RS kenarı



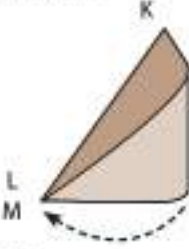
ÖRNEK 2

Yandaki KLM üçgeninin kenarortaylarını adım adım çizelim.

ÇÖZÜM

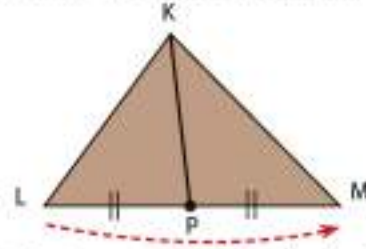
LM kenarına ait kenarortay:

1. Adım: L ve M noktaları üst üste gelecek şekilde üçgeni katlayalım.



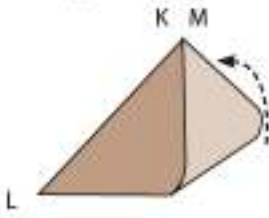
[KP], LM kenarını 2 eş parçaya ($ILPI = IPMI$) ayırdığı için kenarortay olarak adlandırılır.

2. Adım: Üçgeni açıp kat çizgisi ile LM kenarının kesiştiği noktayı (P noktası) K köşesiyle birleştirelim.



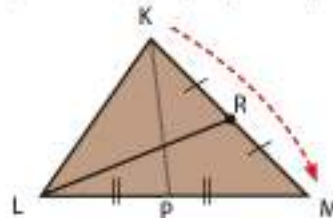
KM kenarına ait kenarortay:

1. Adım: K ve M noktaları üst üste gelecek şekilde üçgeni katlayalım.



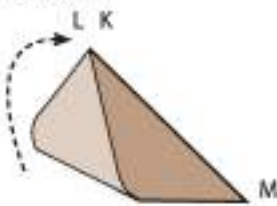
[LR], KM kenarını 2 eş parçaya ($IKRI = IRMI$) ayırdığı için kenarortay olarak adlandırılır.

2. Adım: Üçgeni açıp kat çizgisi ile KM kenarının kesiştiği noktayı (R noktası) L köşesiyle birleştirelim.



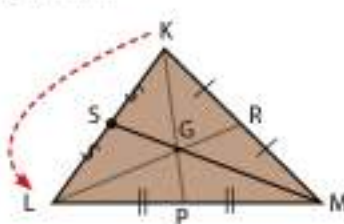
KL kenarına ait kenarortay:

1. Adım: K ve L noktaları üst üste gelecek şekilde üçgeni katlayalım.



[SM], KL kenarını 2 eş parçaya ($IKSI = ISLI$) ayırdığı için kenarortay olarak adlandırılır.

2. Adım: Üçgeni açıp kat çizgisi ile KL kenarının kesiştiği noktayı (S noktası) M köşesiyle birleştirelim.

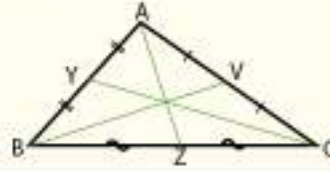


Görüldüğü gibi \widehat{KLM} nin kenarortayları üçgenin içinde bir noktada (G noktası) kesişir.

BİLGİLENELİM

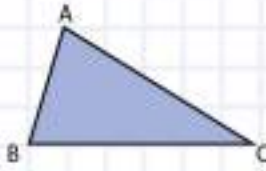
Üçgende bir kenarın orta noktasını karşı köşeye birleştiren doğru parçasına **kenarortay** denir. Kenarortaylar, üçgenin içinde bir noktada kesişir.

$$\begin{aligned} |AY| &= |YB| \\ |BZ| &= |ZC| \\ |CV| &= |VA| \end{aligned}$$

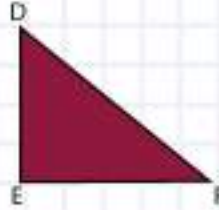


Aşağıdaki üçgenlerin istenen kenarlarına alt kenarortaylarını kareli kâğıttan yararlanarak çiziniz.

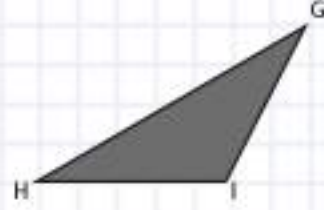
BC kenarı



DE kenarı

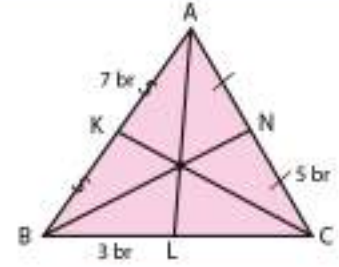


HI kenarı



ÖRNEK 3

Yanda verilen ABC üçgeninin çevresinin uzunluğunu bulalım.



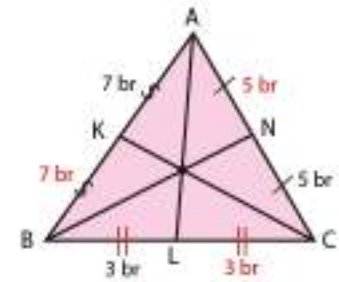
ÇÖZÜM

[CK] kenarortay olduğundan $|AK| = |KB| = 7$ br olur.

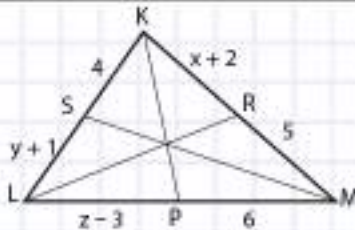
[BN] kenarortay olduğundan $|AN| = |NC| = 5$ br olur.

Bir üçgende bütün kenarortaylar bir noktada kesiştiğinden [AL] da kenarortaydır. Bu durumda $|BL| = |LC| = 3$ br olur.

ABC üçgeninin çevre uzunluğu:
 $|AB| + |BC| + |AC| = 14 + 6 + 10$
 $= 30$ br olur.



Aşağıda verilen KLM üçgeninde [KP], [MS], [LR] kenarortay olduğuna göre $x + y + z$ toplamını bulunuz.



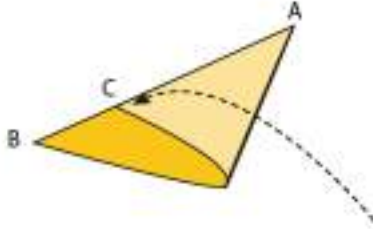
ÖRNEK 4

Yandaki ABC üçgeninin açıortaylarını adım adım çizelim.

ÇÖZÜM

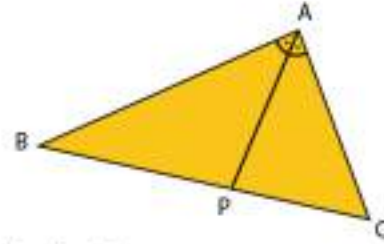
A açısına ait açıortay:

- 1. Adım:** AC kenarı, AB kenarının üzerine gelecek şekilde üçgeni katlayalım.



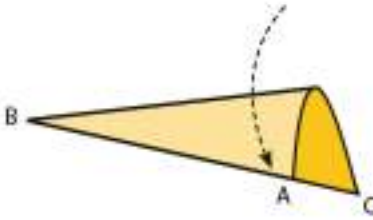
[AP], A açısını iki eş açığa ayırdığı için açıortay olarak adlandırılır.

- 2. Adım:** Üçgeni açıp kat çizgisi ile BC kenarının kesiştiği noktayı (P noktası) A köşesiyle birleştirelim.



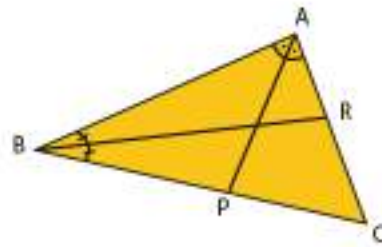
B açısına ait açıortay:

- 1. Adım:** AB kenarı, BC kenarının üzerine gelecek şekilde üçgeni katlayalım.



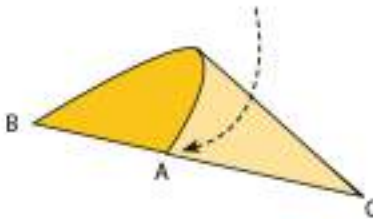
[BR], B açısını iki eş açığa ayırdığı için açıortay olarak adlandırılır.

- 2. Adım:** Üçgeni açıp kat çizgisi ile AC kenarının kesiştiği noktayı (R noktası) B köşesiyle birleştirelim.



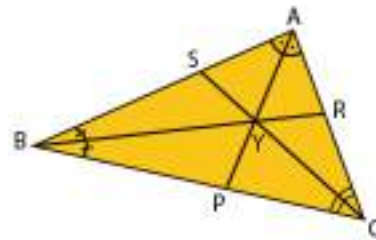
C açısına ait açıortay:

- 1. Adım:** AC kenarı, BC kenarının üzerine gelecek şekilde üçgeni katlayalım.



[CS], C açısını iki eş açığa ayırdığı için açıortay olarak adlandırılır.

- 2. Adım:** Üçgeni açıp kat çizgisi ile AB kenarının kesiştiği noktayı (S noktası) C köşesiyle birleştirelim.



Görüldüğü gibi ABC üçgeninin açıortayları üçgenin içinde bir noktada (Y noktası) kesişir.

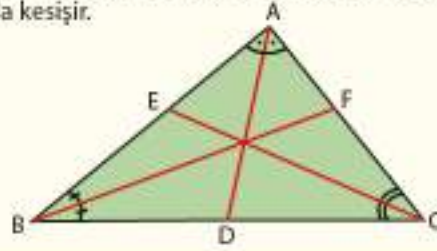
BİLGİLENELİM

Üçgenin bir iç açısını iki eş parçaya bölen doğru parçasına (üçgenin o açısına ait) **açıortay** denir. Üçgenin açıortayları üçgenin içinde bir noktada kesişir.

$$m(\widehat{BAD}) = m(\widehat{CAD})$$

$$m(\widehat{BCE}) = m(\widehat{ACE})$$

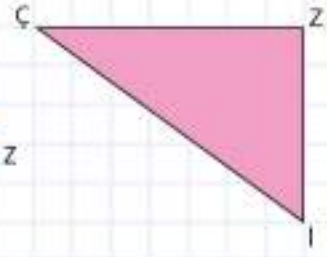
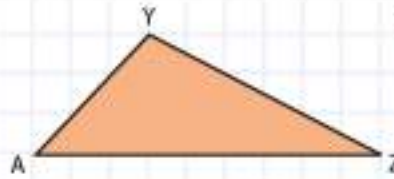
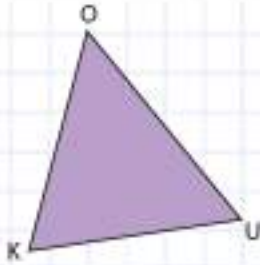
$$m(\widehat{ABF}) = m(\widehat{CBF})$$



Açıortaylar açıölçer yardımıyla çizilebilir.

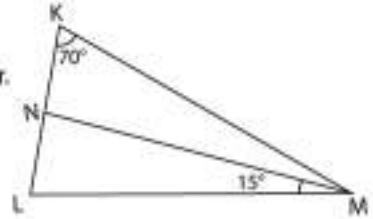


Aşağıdaki üçgenlerin açıortaylarını açıölçer yardımıyla çiziniz.



ÖRNEK 5

Yanda verilen KLM üçgeninde [MN], KML açısına alt açıortaydır. Verilenlere göre $m(\widehat{KLM})$ nü bulalım.



ÇÖZÜM

[MN] açıortay olduğundan $m(\widehat{KMN}) = m(\widehat{NML}) = 15^\circ$ dir.

Bir üçgende iç açılarının ölçüleri toplamı 180° olduğundan KLM üçgeninin iç açılarının ölçülerini toplayıp 180° ye eşitleyelim.

$$70^\circ + 15^\circ + 15^\circ + m(\widehat{KLM}) = 180^\circ$$

$$100^\circ + m(\widehat{KLM}) = 180^\circ$$

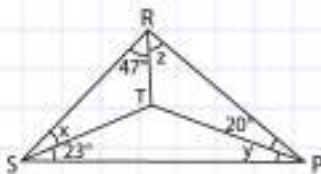
$$100^\circ - 100^\circ + m(\widehat{KLM}) = 180^\circ - 100^\circ$$

Eşitliğin iki tarafından 100 çıkarılır.

$$m(\widehat{KLM}) = 80^\circ \text{ olur.}$$



Aşağıda verilen PRS üçgeninde T noktası açıortayların kesim noktası olduğuna göre $x + y + z$ toplamını bulunuz.



ÖRNEK 6

Bir ikizkenar dik üçgenin açıortaylarını, yüksekliklerini ve kenarortaylarını çizelim.

ÇÖZÜM

İkizkenar dik üçgeni ABC şeklinde isimlendirelim.

ABC üçgeninin açıortayları:

$m(\widehat{BAS}) = m(\widehat{SAC}) = 45^\circ$ olduğundan [AS], A açısının açıortayıdır.

$m(\widehat{ABP}) = m(\widehat{PBC})$ olduğundan [BP], B açısının açıortayıdır.

$m(\widehat{BCR}) = m(\widehat{RCA})$ olduğundan [CR], C açısının açıortayıdır.

ABC üçgeninin yükseklikleri:

$m(\widehat{BAC}) = 90^\circ$ olduğundan [AC], AB kenarının yüksekliğidir.

$m(\widehat{CAB}) = 90^\circ$ olduğundan [AB], AC kenarının yüksekliğidir.

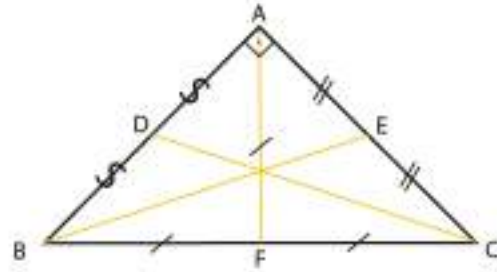
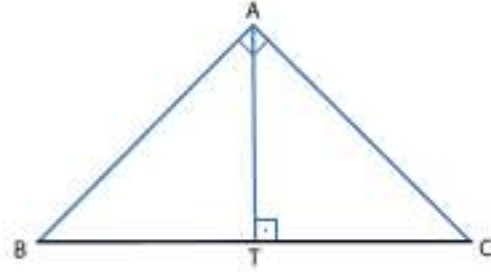
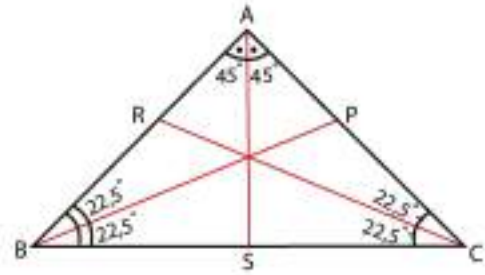
$m(\widehat{ATC}) = 90^\circ$ olduğundan [AT], BC kenarının yüksekliğidir.

ABC üçgeninin kenarortayları:

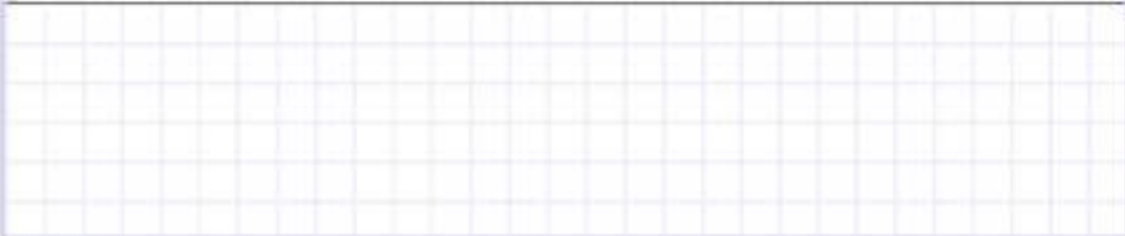
$|AE| = |EC|$ olduğundan [BE], AC kenarının kenarortayıdır.

$|AD| = |DB|$ olduğundan [CD], AB kenarının kenarortayıdır.

$|BF| = |FC| = |AF|$ olduğundan [AF], BC kenarının kenarortayıdır.



Geniş açılı bir üçgen çizerek açıortaylarını, yüksekliklerini ve kenarortaylarını belirleyiniz.



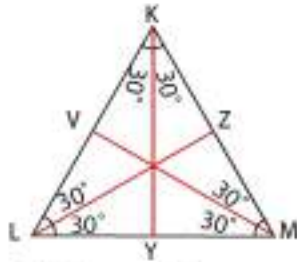
ÖRNEK 7

Yanda verilen eşkenar üçgen şeklindeki trafik levhasının açıortaylarını, kenarortaylarını ve yüksekliklerini çizelim.



ÇÖZÜM

Şekildeki levha bir eşkenar üçgen modeli olduğundan taslak bir KLM eşkenar üçgeni çizelim.

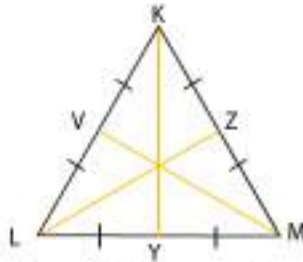


[KY], K açısını iki eş parçaya ayırır.

[MV], M açısını iki eş parçaya ayırır.

[LZ], L açısını iki eş parçaya ayırır.

KY, MV ve LZ doğru parçaları KLM üçgenine ait açıortaylardır.

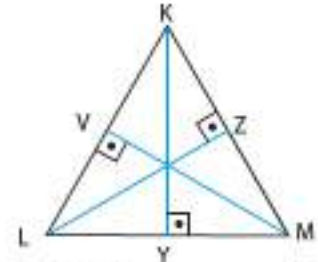


Y noktası [LM] nin orta noktasıdır.

Z noktası [KM] nin orta noktasıdır.

V noktası [KL] nin orta noktasıdır.

KY, MV ve LZ doğru parçaları KLM üçgenine ait kenarortaylardır.



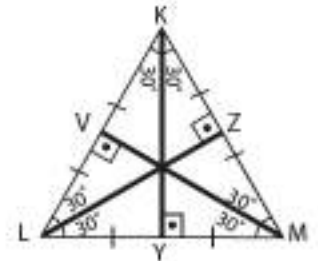
[KY], LM doğru parçasına diktir.

[LZ], KM doğru parçasına diktir.

[MV], KL doğru parçasına diktir.

KY, MV ve LZ doğru parçaları KLM eşkenar üçgenine ait yüksekliklerdir.

Açıortaylarını, kenarortaylarını ve yüksekliklerini çizdiğimiz KLM üçgenlerini üst üste getirdiğimizde açıortay, kenarortay ve yüksekliklerin çakıştığını görürüz.



BİLGİLENELİM

Bir eşkenar üçgende açıortay, kenarortay ve yükseklikler çakışır.

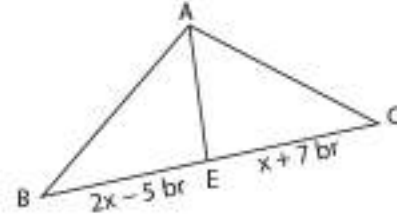


Aşağıda verilen çeşitkenar üçgenin açıortaylarını, kenarortaylarını ve yüksekliklerini çiziniz.

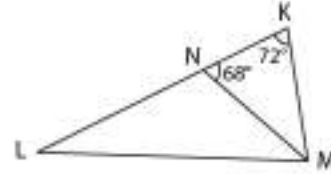


UYGULAYALIM

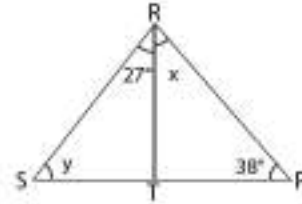
1. Yandaki üçgende [AE], kenarortay olduğuna göre BC kenar uzunluğunu bulunuz.



2. Yandaki üçgende $m(\widehat{NKM}) = 72^\circ$ ve $m(\widehat{KNM}) = 68^\circ$ dir. [MN], \widehat{KML} nin açıortayı olduğuna göre \widehat{KLM} nin ölçüsünü bulunuz.

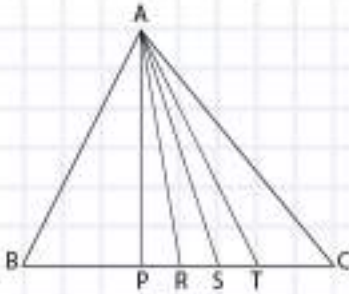


3. \widehat{RSP} nde [RT] \perp [SP] olduğuna göre $y - x$ değerini bulunuz.

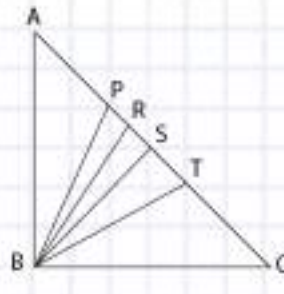


4. Aşağıda verilen ABC üçgenlerinde istenen kenarortay, açıortay ve yüksekliği kareli kâğıttan faydalanarak bulunuz.

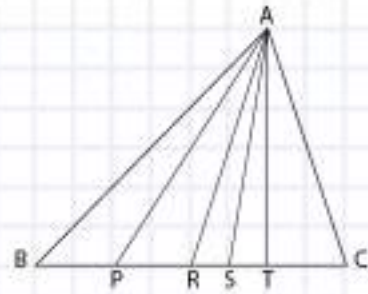
BC kenarına ait kenarortay



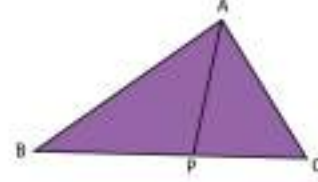
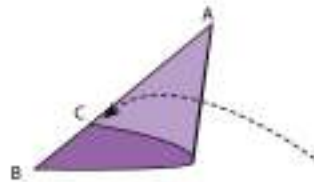
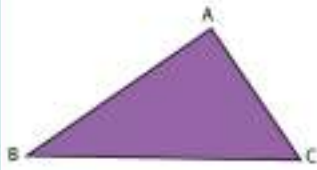
AC kenarına ait açıortay



BC kenarına ait yükseklik



- 5.



Şekildeki çeşitkenar üçgen, AC kenarı AB kenarının üzerine gelecek şekilde katlanıyor. Üçgen tekrar açıldığında elde edilen AP katlama çizgisi ABC üçgeninin hangi yardımcı elemanı olur?

- A) Yükseklik B) Kenarortay C) Açıortay D) Kenar orta dikme

Üçgenin Kenar Uzunlukları Arasındaki İlişki

Dilek Öğretmen öğrencilerinden üçgen oluşturmak için üçer malzeme getirmelerini istemiştir.

Öğrencilerden Gülşah ve Ceren'in getirecekleri malzemeler ile ilgili konuşmaları aşağıdaki gibidir.

Gülşah: Ben üçgen oluşturmak için iki kalem ve bir uç kutusu getireceğim.

Ceren: Ben tırnak makasımı, blok flütümü ve tel tokamı getirmeyi düşünüyorum.

Siz olsaydınız hangi malzemeleri getirirdiniz?



ETKİNLİK

AMAÇ: Üçgenin iki kenar uzunluğunun toplamı veya farkı ile üçüncü kenarının uzunluğunu ilişkilendirmek

ARAÇ GEREÇ: Geometri şeritleri, kalem

UYGULAMA BASAMAKLARI

Aşağıda 3 grup geometri şeridi verilmiştir.



1. Geometri şeritlerini grupları karıştırmadan uç uca ekleyerek 3 tane üçgen oluşturmaya çalışınız.

2. Oluşturduğunuz şekillerden yararlanarak aşağıdaki tabloyu doldurunuz.

| | 1. Şerit | 2. Şerit | 3. Şerit | Üçgen oluşturur mu? |
|---------|----------|----------|----------|---------------------|
| 1. Grup | 3 br | 3 br | 3 br | |
| 2. Grup | | | | |
| 3. Grup | | | | |

SONUÇLANDIRALIM

- ✓ Üçgen oluşturan uzunluklar arasında nasıl bir ilişki olduğunu açıklayınız.

ÖRNEK 1

Uzunlukları 9 dm, 3 dm ve 2 dm olan çubukların üçgen oluşturup oluşturmayacağını inceleyelim.

ÇÖZÜM

1. Adım:

9 dm'lik çubuğun uçlarını A ve B şeklinde isimlendirelim.



2. Adım:

2 dm uzunluğundaki çubuğu bir ucu A noktasına gelecek şekilde yerleştirelim.



3 dm uzunluğundaki çubuğu bir ucu B noktasına gelecek şekilde yerleştirelim.

3. Adım:

2 dm ve 3 dm uzunluğundaki çubukların A ve B noktaları sabit olmak şartıyla boşta kalan uçlarını birleştirmeye çalışalım.



2 dm ve 3 dm uzunluğundaki çubukların boşta kalan uçları birleşmediği için üçgen oluşturamayız.

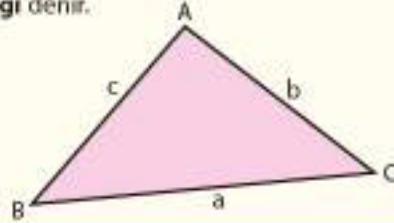
BİLGİLENELİM

Üçgende bir kenarın uzunluğu diğer iki kenarın uzunlukları toplamından küçük, farkının mutlak değerinden büyüktür. Bu eşitsizliğe **Üçgen eşitsizliği** denir.

$$|a-c| < b < a+c$$

$$|a-b| < c < a+b$$

$$|b-c| < a < b+c$$



20 br, 25 br ve 30 br uzunluğunda 3 doğru parçasının üçgen oluşturup oluşturmayacağını inceleyiniz.

ÖRNEK 2

İbrahim yanda görülen buzdolabının kapağını açıp kapattıkça bir üçgen oluşturabileceğini fark eder. Üçgeni oluşturmak için buzdolabının alt köşesi ile kapağın alt köşesini şekildeki gibi ipe bağlar. İbrahim'in üçgen yapmak için kullanacağı ipin uzunluğunun alacağı en büyük ve en küçük tam sayı değerlerini bulalım.



ÇÖZÜM

Verilen şekilde buzdolabı ile kapağın eşit uzunlukta ve 82 cm olduğu görülmektedir. İpin uzunluğunun alacağı en büyük ve en küçük değeri bulmak için üçgen eşitsizliğini kullanalım.

$$|82 - 82| < \text{ip uzunluğu} < 82 + 82$$

$$0 < \text{ip uzunluğu} < 164$$

Bu durumda İbrahim'in kullanacağı ipin uzunluğunun alacağı en küçük tam sayı değeri 1 cm ve en büyük tam sayı değeri 163 cm olur.



Aşağıda verilen çivi, kürdan ve suluboya fırçasının bir üçgen oluşturup oluşturmadığını bulunuz.



ÖRNEK 3

Yanda verilen duvar saatinde akrep ile yelkovanın uçları bantla birleştirilerek bir üçgen oluşturulacaktır. Kullanılacak bant uzunluğunun alabileceği tam sayı değerlerini bulalım.



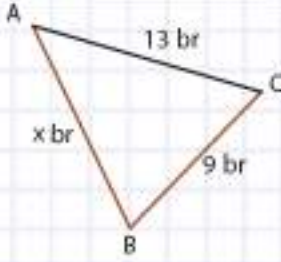
ÇÖZÜM

Akrep uzunluğu 12 cm ve yelkovan uzunluğu 15 cm verilmiştir. Kullanılacak bant uzunluğuna x diyelim. Buna göre x ' in alabileceği değerleri bulmak için üçgen eşitsizliğini kullanalım.

$$|15 - 12| < x < 15 + 12$$

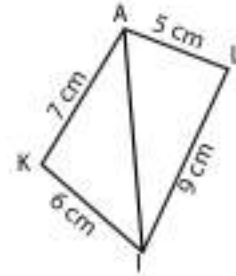
$$3 < x < 27$$

Bu durumda bant uzunluğunun alabileceği tam sayı değerleri 4, 5, 6, ..., 25, 26 cm olur.



ÖRNEK 4

Yanda verilen AKIL dörtgeninde AI uzunluğunun alabileceği tam sayı değerlerini bulalım.



ÇÖZÜM

AI doğru parçası, AKIL dörtgenini 2 üçgene ayırır.

AI ortak kenar uzunluğunun alabileceği değerler, AKI ve ALI üçgenleri için üçgen eşitsizliğini sağlamalıdır.

\widehat{AKI} için:

$$|7 - 6| < |AI| < 7 + 6$$

$$1 < |AI| < 13$$

\widehat{ALI} için:

$$|9 - 5| < |AI| < 9 + 5$$

$$4 < |AI| < 14$$

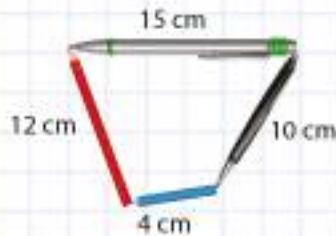
\widehat{AKI} için |AI| nun alabileceği değerler 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12 olur.

\widehat{ALI} için |AI| nun alabileceği değerler 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13 olur.

|AI| nun alabileceği tam sayı değerleri 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12 olur.



Ece aşağıda uzunlukları verilen mavi, kırmızı, siyah ve gri kalemle bir dörtgen oluşturuyor. Ece siyah ve gri kalemle sivri uçlarının arasına bir kalem yerleştirmek istiyor. Ece'nin yerleştireceği kalemin uzunluğunun alabileceği en büyük ve en küçük tam sayı değerlerinin kaç santimetre olacağını bulunuz.



UYGULAYALIM

1. Aşağıda uzunlukları verilen doğru parçalarını kullanarak hangileriyle üçgen oluşturulabileceğini belirleyiniz.

a)

$$\begin{array}{l} \underline{3 \text{ br}} \\ \underline{3 \text{ br}} \\ \underline{5 \text{ br}} \end{array}$$

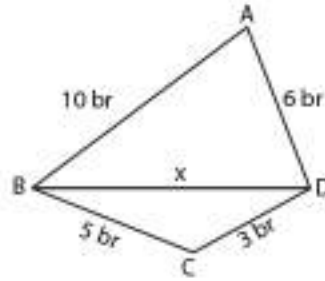
b)

$$\begin{array}{l} \underline{2 \text{ br}} \\ \underline{4 \text{ br}} \\ \underline{6 \text{ br}} \end{array}$$

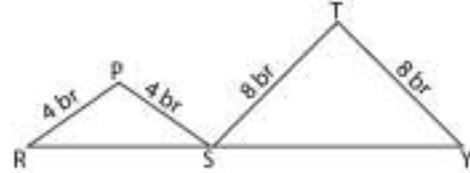
c)

$$\begin{array}{l} \underline{3 \text{ br}} \\ \underline{4 \text{ br}} \\ \underline{6 \text{ br}} \end{array}$$

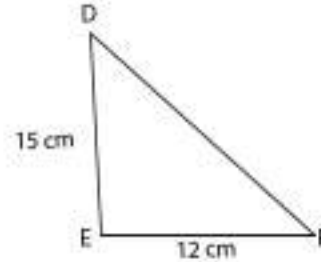
2. Yandaki dörtgende x yerine yazılabilecek tam sayı değerlerinin toplamını bulunuz.



3. Yandaki şekilde PRS ve TSY üçgenlerinin kenar uzunlukları tam sayıdır. R, S ve Y doğrusaldır. Verilenlere göre RY kenar uzunluğunun alabileceği en büyük ve en küçük tam sayı değerlerini bulunuz.



4. Yandaki DEF üçgeninde $|DF| > |DE|$ olduğuna göre DF kenarının alabileceği en büyük ve en küçük tam sayı değerlerinin toplamını bulunuz.



5. Aşağıdaki doğru parçalarından hangi üçü kullanılarak bir üçgen oluşturulamaz?

- I $\underline{4 \text{ br}}$
 II $\underline{5 \text{ br}}$
 III $\underline{8 \text{ br}}$
 IV $\underline{9 \text{ br}}$

A) I, II ve III

B) II, III ve IV

C) I, III ve IV

D) I, II ve IV

Üçgenin Kenar Uzunlukları ile Açıları Arasındaki İlişki

Fatma, duyarlı bir birey olarak her dört ayda bir kan bağıışı yapmaktadır. Haritada ev, Kızılay Kan Merkezi ve iş adresine baktığında yandaki gibi modellenmiş bir üçgen olduğunu görüyor.

Sizce oluşan üçgen modelinde en geniş açı hangi iki yapı arasındadır?



ETKİNLİK

AMAÇ: Üçgenin kenar uzunlukları ile bu kenarların karşısındaki açılarının ölçülerini ilişkilendirmek

ARAÇ GEREÇ: 5 m uzunluğunda ip

UYGULAMA BASAMAKLARI

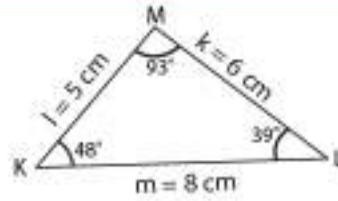
1. 3 kişilik gruplar oluşturunuz.
2. İpin uç noktalarını birbirine bağlayınız.
3. İpin iç kısmına girerek bir üçgen oluşturunuz (Grup üyeleri üçgenin köşelerini temsil eder.).
4. Bir kişinin üçgene ait sabit köşeyi temsil etmesini sağlayınız.
5. Geriye kalan 2 kişinin birbirine yaklaşıp ve birbirinden uzaklaşarak yeni üçgenler oluşturmalarını sağlayınız.

SONUÇLANDIRILIM

- ✓ Sabit duran kişinin olduğu köşedeki açının değişimi nelere bağlıdır? Tartışınız.

ÖRNEK 1

Yanda verilen $\triangle KLM$ nin açı ölçüleri ile karşılıklı bulunan kenar uzunluklarını inceleyip aralarındaki ilişkiyi bulalım.



ÇÖZÜM

$\triangle KLM$ nin kenar uzunluklarını küçükten büyüğe sıralayalım.

$$l < k < m$$

$\triangle KLM$ nin açı ölçülerini küçükten büyüğe sıralayalım.

$$m(\hat{L}) < m(\hat{K}) < m(\hat{M})$$

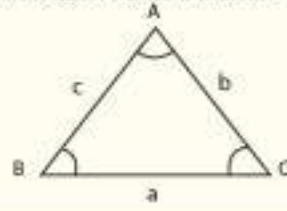
$\triangle KLM$ nin kenar uzunlukları ile karşısındaki açı ölçülerini incelediğimizde küçük açı karşısında kısa kenar, büyük açı karşısında uzun kenar olduğunu görürüz.

BİLGİLENERİM

Bir üçgende küçük açı karşısında kısa kenar, büyük açı karşısında uzun kenar bulunur.

ABC üçgeninde:

$m(\hat{A}) > m(\hat{B}) > m(\hat{C})$ ise $a > b > c$ olur.

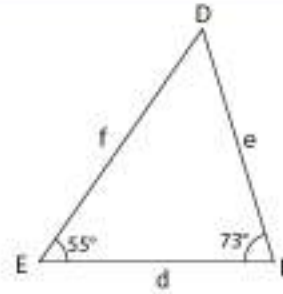


Aşağıda verilen gönyenin köşelerine ait açılarını büyükten küçüğe doğru sıralayınız.



ÖRNEK 2

Yanda verilen DEF üçgeninin kenar uzunluklarını küçükten büyüğe sıralayalım.



ÇÖZÜM

Kenar uzunluklarını sıralamak için D açısının ölçüsünü bulalım.

$$55^\circ + 73^\circ + m(\hat{D}) = 180^\circ$$

$$128^\circ + m(\hat{D}) = 180^\circ$$

$$m(\hat{D}) = 52^\circ$$

DEF üçgeninin açılarını küçükten büyüğe sıralayalım.

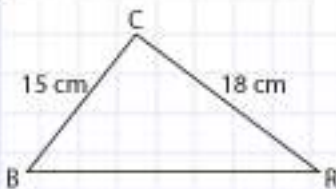
$$m(\hat{D}) < m(\hat{E}) < m(\hat{F})$$

Üçgende küçük açı karşısında kısa kenar, büyük açı karşısında uzun kenar olduğundan kenar uzunluklarının sıralaması:

$d < e < f$ şeklinde olur.



Aşağıda verilen üçgenin en büyük açısı \hat{C} olduğuna göre $|BR|$ nun alabileceği en küçük tam sayı değerini bulunuz.



ÖRNEK 3

Yanda bazı kamu kurumlarının yollarına ait kroki verilmiştir.

Krokiye göre yolu birbirine en uzak olan kamu kurumlarını belirleyelim.



ÇÖZÜM

Kamu kurumlarının uzaklıklarını karşılaştırmak için krokinin taslağını çizerek verilmeyen açı ölçülerini bulalım.

$\widehat{HÜB}$ nde verilmeyen $\widehat{Ü}$ açısının ölçüsünü bulalım.

$$m(\widehat{H}) + m(\widehat{Ü}) + m(\widehat{B}) = 180^\circ$$

$$40^\circ + m(\widehat{Ü}) + 75^\circ = 180^\circ$$

$$m(\widehat{Ü}) = 65^\circ$$

\widehat{HBV} nde verilmeyen \widehat{B} açısının ölçüsünü bulalım.

$$m(\widehat{B}) + m(\widehat{H}) + m(\widehat{V}) = 180^\circ$$

$$m(\widehat{B}) + 55^\circ + 70^\circ = 180^\circ$$

$$m(\widehat{B}) = 55^\circ$$

$\widehat{HÜB}$ nin kenar uzunluklarını sıralamak için açı ölçülerini sıralayalım.

$$m(\widehat{B}) > m(\widehat{Ü}) > m(\widehat{H})$$

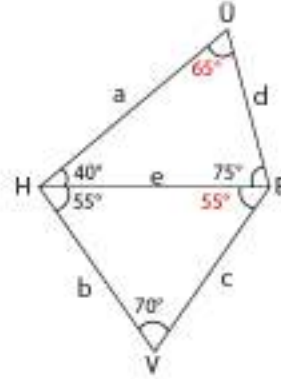
Bu durumda kenar uzunluklarının sıralaması $a > e > d$ olur.

\widehat{HBV} nin kenar uzunluklarını sıralamak için açı ölçülerini sıralayalım.

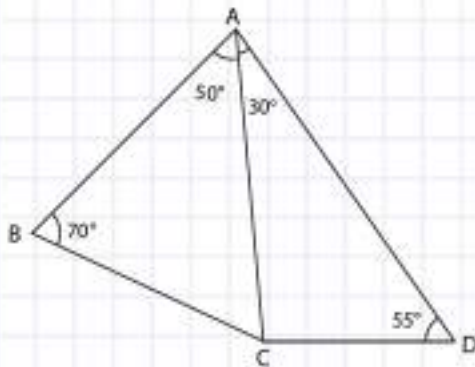
$$m(\widehat{V}) > m(\widehat{H}) = m(\widehat{B})$$

Bu durumda kenar uzunluklarının sıralaması $e > c = b$ olur.

\widehat{HBV} nin en uzun kenarı e kenarı; $\widehat{HÜB}$ nin en uzun kenarı a kenarıdır. a kenarı, e kenarından daha uzun olduğu için krokide hastane ile üniversite birbirine en uzak kamu kurumlarıdır.



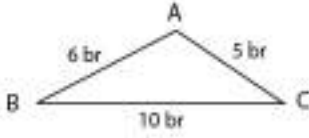
Aşağıda verilen şeklin en uzun kenarını bulunuz.



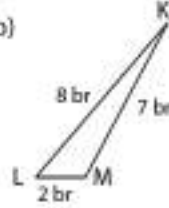
UYGULAYALIM

1. Aşağıda kenar uzunlukları verilen üçgenlerin açı ölçülerini küçükten büyüğe doğru sıralayınız.

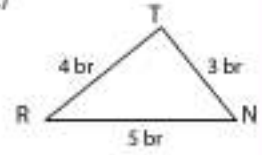
a)



b)

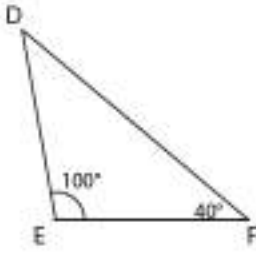


c)

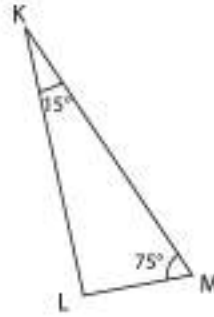


2. Aşağıda açı ölçüleri verilen üçgenlerin kenar uzunluklarını büyükten küçüğe doğru sıralayınız.

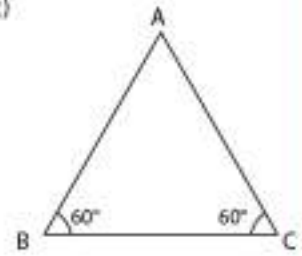
a)



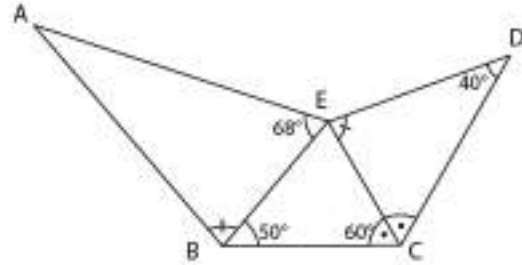
b)



c)



3. Yandaki şekilde verilenlerden yararlanarak en kısa kenarı bulunuz.



4. Bir ABC üçgeninde $m(\hat{A}) < m(\hat{C})$ verilmiştir. $|AC| = 7$ cm ve $|AB| = 9$ cm olduğuna göre BC uzunluğunun alabileceği tam sayı değerlerini bulunuz.

5. Bir ABC ikizkenar üçgeninde $|AB| = |BC| = 10$ cm, $m(\hat{A}) < 60^\circ$ dir. Buna göre AC uzunluğunun alabileceği tam sayı değerlerinin toplamının kaç santimetre olduğunu bulunuz.

6. Şekildeki KLMN dörtgeninde;

$m(\hat{NKM}) = 54^\circ$, $m(\hat{MKL}) = 45^\circ$, $m(\hat{LMK}) = 68^\circ$ ve $m(\hat{KMN}) = 44^\circ$ dir.

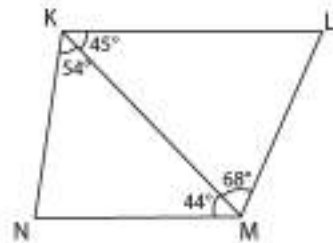
Buna göre en uzun kenar aşağıdakilerden hangisidir?

A) [KL]

B) [KM]

C) [LM]

D) [MN]



Belirli Bir Üçgen Çizme

Türk Üçgeni, genellikle kare bir tabanı kubbe ile kapatmak veya iç mekânlarda süsleme yapmak amacıyla kullanılan mimari bir tekniktir. Bu teknik yan yana yerleştirilmiş ters ve düz üçgenlerden oluşmaktadır. İlk kez Anadolu Selçuklu devri ürünlerinde görüldüğünden bu adı almıştır.



Yandaki fotoğrafta yer alan Türk Üçgenlerini inceleyiniz. Sizce bu üçgenleri çizmek için üçgene ait hangi değerleri bilmeniz gerekir?

ÖRNEK 1

Kenar uzunlukları 24 mm, 17 mm ve 15 mm olan bir üçgen çizelim.

ÇÖZÜM

Kenar uzunlukları verilen üçgeni çizmek için cetvel ve pergelden yararlanalım. Çizeceğimiz üçgeni \widehat{ABC} şeklinde isimlendirerek adım adım çizelim.

1. Adım:

Cetvel yardımıyla $|AB| = 24$ mm uzunluğunda bir doğru parçası çizelim.



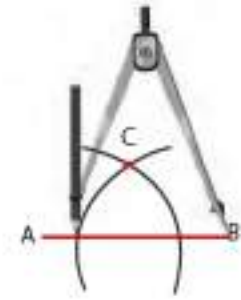
2. Adım:

Pergeli 15 mm açarak sivri ucunu A noktasına yerleştirip $|AB|$ üzerinden geçecek şekilde bir yay çizelim.



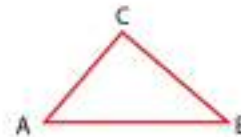
3. Adım:

Pergeli 17 mm açarak sivri ucunu B noktasına yerleştirip ve çizdiğimiz yayı kesen bir yay çizelim. Çizdiğimiz yayların kesiştiği noktaya C noktası diyelim.



4. Adım:

C noktasını cetvel yardımıyla A ve B noktaları ile birleştirerek \widehat{ABC} ni oluşturalım.

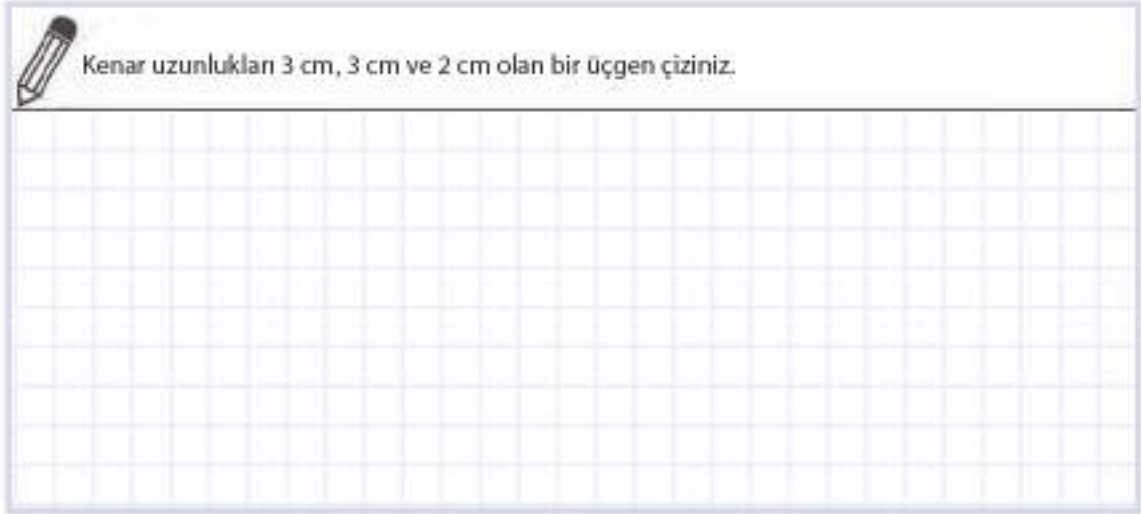


BİLGİLENERİM

Kenar uzunlukları bilinen bir üçgen, pergel ve cetvel yardımı ile çizilebilir.



Kenar uzunlukları 3 cm, 3 cm ve 2 cm olan bir üçgen çiziniz.



ÖRNEK 2

Bir Dinamik Geometri ve Matematik Yazılımı kullanarak kenar uzunlukları 15 br, 12 br ve 10 br olan bir üçgen çizelim.

ÇÖZÜM

1. Adım:

15 br uzunluğunda bir doğru parçası çizmek için programdan "Verilen Uzunlukta Doğru Parçası" nı seçelim. Ardından bir noktaya tıklayalım.



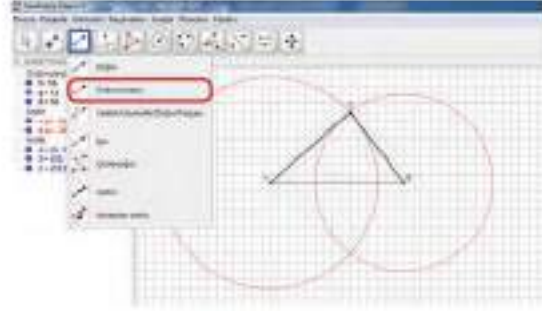
2. Adım:

Çizdiğimiz 15 br uzunluğundaki doğru parçasının uçlarına, yarıçapları 12 br ve 10 br olan 2 çember çizmek için programdan "Merkez ve yarıçaplı çember" i seçelim. A noktasını tıklayalım ve 12 br yarıçaplı çemberi çizelim. B noktasını tıklayalım ve 10 br yarıçaplı çemberi çizelim.



3. Adım:

İki çemberin kesiştiği noktayı işaretleyelim. İşaretlediğimiz noktayı A noktası ve B noktası ile birleştirerek üçgeni oluşturalım. Bunun için programdan "Doğru parçası" nı seçerek A ve B noktaları ile çemberlerin kesişim noktasını birleştirelim.



Bir Dinamik Geometri ve Matematik Yazılımı kullanarak kenar uzunlukları 9 br, 11 br ve 14 br olan bir üçgen çiziniz.

ÖRNEK 3

Bir kenar uzunluğu 12 cm, bu kenarların uç noktalarındaki açılarn ölçüleri 60° ve 70° olan bir üçgen çizelim.

ÇÖZÜM

Verilen ölçülere uygun üçgen çizmek için cetvel ve açölçerden yararlanalım. Çizeceğimiz üçgeni $\triangle KLM$ şeklinde isimlendirerek adım adım çizelim.

1. Adım:

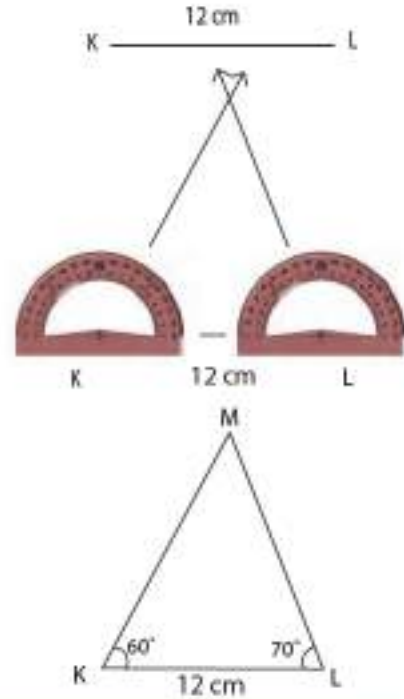
Cetvel yardımıyla 12 cm uzunluğunda bir KL doğru parçası çizelim.

2. Adım:

Açölçer kullanarak yandaki gibi KL doğru parçasına K köşesinden 60° lik, L köşesinden 70° lik açı yapan birer ışın çizelim.

3. Adım:

İki ışının kesim noktasını M şeklinde adlandırarak $\triangle KLM$ ni oluşturalım.



BİLGİLENELİM

Bir kenar uzunluğu ve bu kenarın uç noktalarındaki açılarn ölçüleri verilen üçgen cetvel ve açölçer yardımı ile çizilebilir.



Bir kenar uzunluğu 3 cm, bu kenarın uç noktalarındaki açılarnın ölçüleri 60° ve 50° olan bir üçgen çiziniz.



ÖRNEK 4

Kenar uzunlukları 8 cm ve 10 cm, bu iki kenar arasındaki açı ölçüsü 40° olan bir üçgen çizelim.

ÇÖZÜM

Verilen ölçülere uygun üçgen çizmek için cetvel ve açıölçerden yararlanalım. Çizeceğimiz üçgeni \widehat{ABC} şeklinde isimlendirerek adım adım çizelim.

1. Adım:

Cetvel ile 8 cm uzunluğunda bir AB doğru parçası çizelim.



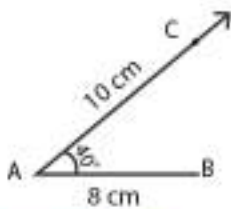
2. Adım:

Açıölçer kullanarak AB doğru parçasına A köşesinden 40° lik açı yapan bir ışın çizelim.



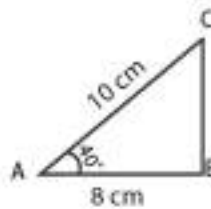
3. Adım:

Çizdiğimiz ışın üzerinde A noktasından 10 cm uzaklıktaki noktayı C olarak adlandıralım.



4. Adım:

B ve C noktalarını birleştirerek ABC üçgenini oluşturalım.

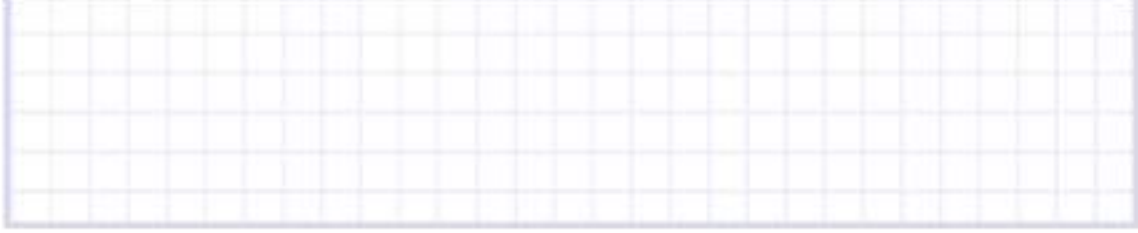


BİLGİLENELİM

İki kenar uzunluğu ve bu kenarlar arasındaki açısının ölçüsü verilen üçgen, cetvel ve açıölçer yardımı ile çizilebilir.



Kenar uzunlukları 25 mm ve 40 mm, bu iki kenar arasındaki açı ölçüsü 120° olan bir üçgen çizin.



UYGULAYALIM

1. Aşağıdaki ifadelerden doğru olanların başına "D", yanlış olanların başına "Y" yazınız.

- $a = 2$ cm, $b = 5$ cm ve $c = 6$ cm ise $\triangle ABC$ çizilemez.
- Üç açısının da ölçüsü verilen belirli bir üçgen çizilebilir.
- Bir kenar uzunluğu verilen eşkenar üçgen çizilebilir.
- $m(\hat{K}) = 65^\circ$, $m(\hat{L}) = 50^\circ$ ve $m = 10$ cm ise $\triangle KLM$ çizilebilir.
- İki açısının ölçüsü ve bu açılar arasındaki kenar uzunluğu verilen üçgen çizilemez.
- $d = 12$ cm, $e = 5$ cm ve $m(\hat{F}) = 90^\circ$ ise $\triangle DEF$ çizilebilir.

2. Cetvel ve açıölçer yardımıyla aşağıda verilen açı ölçüsü ve kenar uzunluklarından hangileri ile üçgen çizilebileceğini belirleyiniz.

- | | | | |
|-------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|
| a) | b) | c) | ç) |
| $a = 5$ cm | $k = 11$ cm | $m(\hat{D}) = 45^\circ$ | $r = 7$ cm |
| $b = 7$ cm | $m = 9$ cm | $m(\hat{E}) = 65^\circ$ | $m(\hat{P}) = 30^\circ$ |
| $c = 10$ cm | $m(\hat{L}) = 80^\circ$ | $m(\hat{F}) = 70^\circ$ | $m(\hat{R}) = 45^\circ$ |

3. Cetvel, pergeli, açıölçer yardımıyla aşağıda verilen açı ölçüsü ve kenar uzunluklarına uygun üçgenler çizin.

- | | | | |
|----|--------------------------|-------------------------|-------------------------|
| a) | $p = 3$ cm | $r = 4$ cm | $s = 5$ cm |
| b) | $n = 8$ cm | $t = 8$ cm | $m(\hat{P}) = 60^\circ$ |
| c) | $m(\hat{A}) = 50^\circ$ | $m(\hat{C}) = 72^\circ$ | $b = 6$ cm |
| ç) | $m(\hat{K}) = 100^\circ$ | $m = 7$ cm | $n = 5$ cm |

4. Bir KLM ikizkenar üçgeninde $m(\hat{LKM}) = 120^\circ$ dir. Buna göre üçgenin kenarları arasındaki ilişki hangi seçenekte doğru verilmiştir?

- | | |
|-------------------------|-------------------------|
| A) $IKLI < IMLI < IKMI$ | B) $IKLI = IMLI = IKMI$ |
| C) $IKLI = IKMI > IMLI$ | D) $IKLI = IKMI < IMLI$ |

Pisagor Bağıntısı

Antik çağda "Sayılar, evreni yönetiyor." diyen Pisagor, önemli matematikçilerden biridir. Matematik dünyasındaki buluşlarıyla tarihte önemli bir yer edinmiştir.

En çok tanınan buluşu, Pisagor teoremidir. Bu teorem yardımıyla iki kenar uzunluğu bilinen bir dik üçgenin üçüncü kenar uzunluğu hesaplanabilir.

Sizce Pisagor üçüncü kenar uzunluğunu nasıl hesaplamış olabilir?



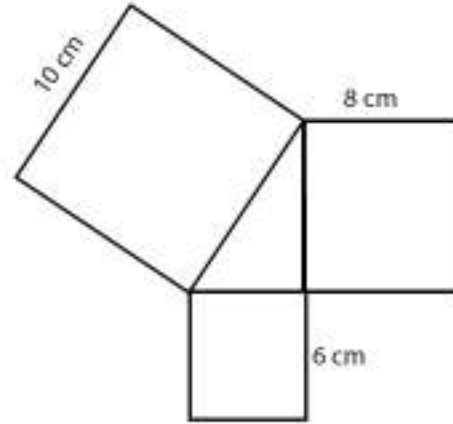
ETKİNLİK

AMAÇ: Pisagor bağıntısını oluşturmak

ARAÇ GEREÇ: Tel (96 cm), birimkareler (kenar uzunluğu 2 cm), cetvel

UYGULAMA BASAMAKLARI

1. Bir kenar uzunluğu 6 cm, 8 cm ve 10 cm olan üç tane kareyi tel yardımıyla oluşturunuz.
2. Kareleri bir dik üçgen oluşacak şekilde yandaki gibi birleştiriniz.
3. Kenar uzunluğu 6 cm ve 8 cm olan karelerin içini birimkareleri kullanarak doldurunuz.
4. Bu işlem için kullandığınız birimkarelerin tamamını alıp kenar uzunluğu 10 cm olan karesel bölgenin içine doldurmaya çalışınız.

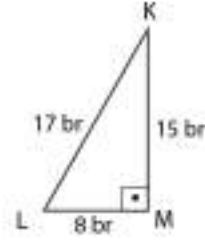


SONUÇLANDIRALIM

- ✓ Kenar uzunluğu 10 cm olan karesel bölgenin içine tüm birimkareleri yerleştirebildiniz mi?
- ✓ Hangi durumlarda iki karesel bölgenin içerisindeki birimkarelerin toplamı diğer karesel bölgedeki birimkarelerin toplamına eşit olur? Tartışınız.

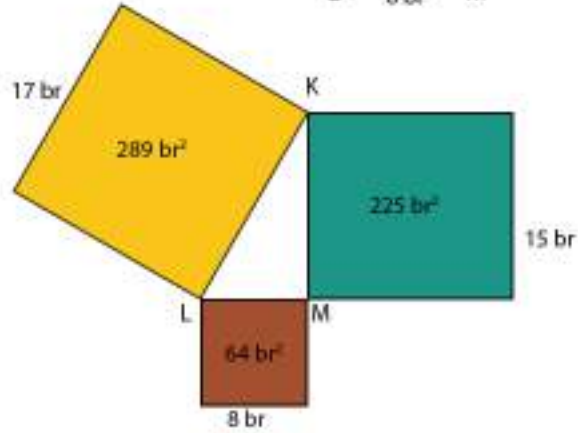
ÖRNEK 1

Yandaki dik üçgenin kenarlarının üzerine karesel bölgeler çizelim. Çizdiğimiz karesel bölgelerin alanları arasındaki ilişkiyi inceleyelim.



ÇÖZÜM

KLM üçgeninin kenarlarının üzerine kenar uzunlukları 8 br, 15 br ve 17 br olan üç karesel bölge çizelim.



Kenar uzunluğu $KM = 15$ br olan yeşil karenin alanı: $15^2 = 225 \text{ br}^2$

Kenar uzunluğu $LM = 8$ br olan kahverengi karenin alanı: $8^2 = 64 \text{ br}^2$

Kenar uzunluğu $KL = 17$ br olan sarı karenin alanı: $17^2 = 289 \text{ br}^2$

Dik kenarlar üzerine çizilen yeşil ve kahverengi karelerin alanları toplamı, sarı karenin alanına eşittir.

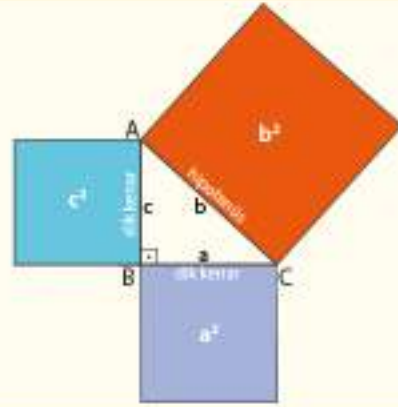
$225 \text{ br}^2 + 64 \text{ br}^2 = 289 \text{ br}^2$ olur.

BİLGİLENERİM

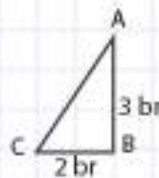
Dik üçgende 90° 'nin karşısındaki kenara **hipotenüs** denir.

Bir dik üçgende dik kenarların uzunluklarının kareleri toplamı, hipotenüs uzunluğunun karesine eşittir. Bu eşitliğe **Pisagor bağıntısı** denir.

$$a^2 + c^2 = b^2$$

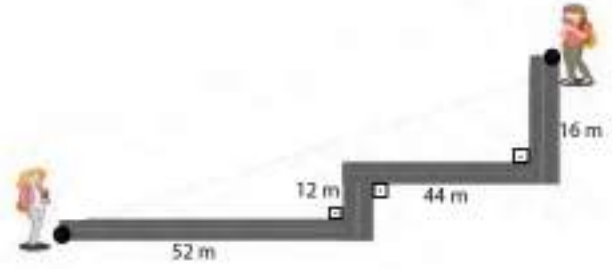


Aşağıda verilen ABC üçgeninin hipotenüs uzunluğunu, kenarların üzerine karesel bölgeler çizerek bulunuz.



ÖRNEK 2

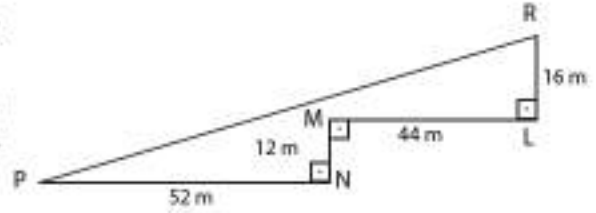
Yanda, Pelin ve Rana'nın konumlarına ait kroki verilmiştir. Pelin ve Rana'nın arasındaki en kısa mesafeyi hesaplayalım.



ÇÖZÜM

Yukarıda verilen krokiye ait taslak bir şekil çizelim.

Pelin ile Rana arasındaki en kısa mesafe $|PR|$ dir. Bu yolun uzunluğunu bulmak için Pisagor bağıntısından faydalanalım.



$|PR|$ nı Hipotenüs kabul eden bir dik üçgen oluşturalım. Oluşan üçgende pisagor bağıntısı uygulayarak $|PR|$ nı bulalım.

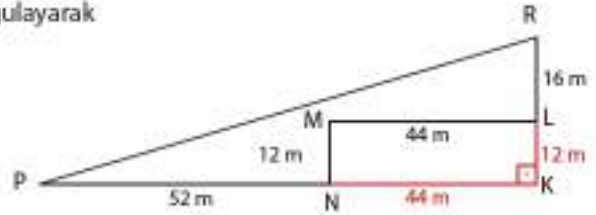
$$|PR|^2 = |PK|^2 + |RK|^2$$

$$|PR|^2 = 96^2 + 28^2$$

$$|PR|^2 = 9216 + 784$$

$$\sqrt{|PR|^2} = \sqrt{10000}$$

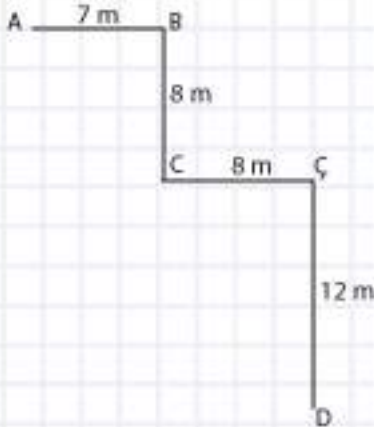
$$|PR| = 100 \text{ m}$$



Pelin ve Rana arasındaki en kısa mesafe 100 m'dir.

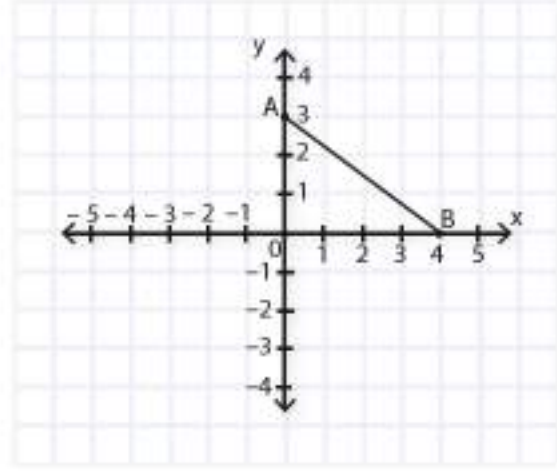


A noktası ile D noktası arasındaki en kısa mesafenin kaç metre olduğunu bulunuz.



ÖRNEK 3

Yandaki koordinat sisteminde verilen AB doğru parçasının uzunluğunu bulalım.



ÇÖZÜM

AB kenarı, AOB üçgeninin hipotenüsüdür. Dik kenar uzunlukları yatay 4 br, dikey 3 br'dir. AOB üçgenine Pisagor bağıntısını uygulayalım.

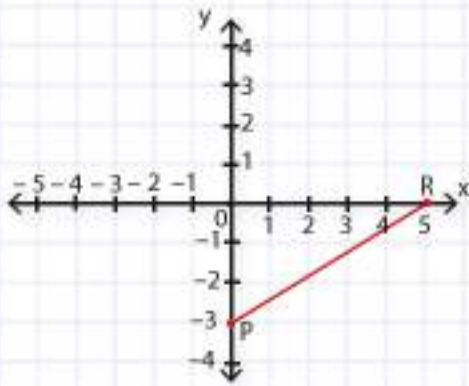
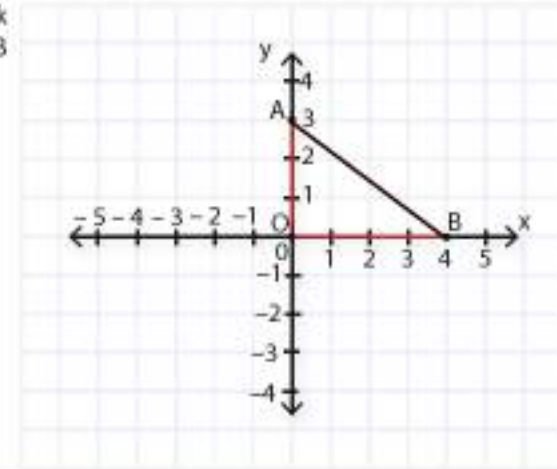
$$|AB|^2 = 3^2 + 4^2$$

$$|AB|^2 = 9 + 16$$

$$|AB|^2 = 25$$

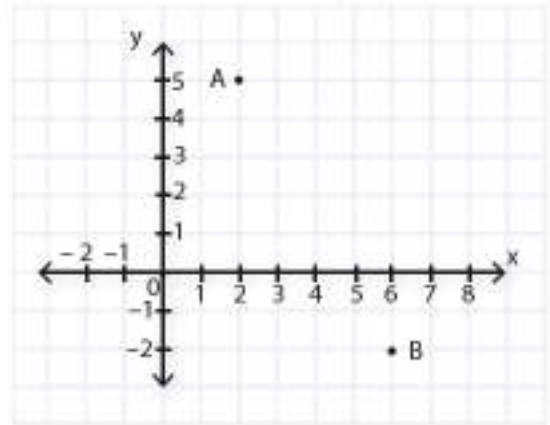
$$\sqrt{|AB|^2} = \sqrt{25}$$

$$|AB| = 5 \text{ br olur.}$$



ÖRNEK 4

Yandaki koordinat sisteminde verilen A ve B noktaları arasındaki en kısa mesafeyi hesaplayalım.



ÇÖZÜM

AB doğru parçasını hipotenüs kabul eden ABC dik üçgenini oluşturalım.

ABC dik üçgeninde:

$|AC| = 7$ br ve $|BC| = 4$ br'dir.

$|AB|$ dik üçgene ait hipotenüsdür. Pisagor bağıntısını kullanarak AB uzunluğunu bulalım.

$$|AB|^2 = |AC|^2 + |BC|^2$$

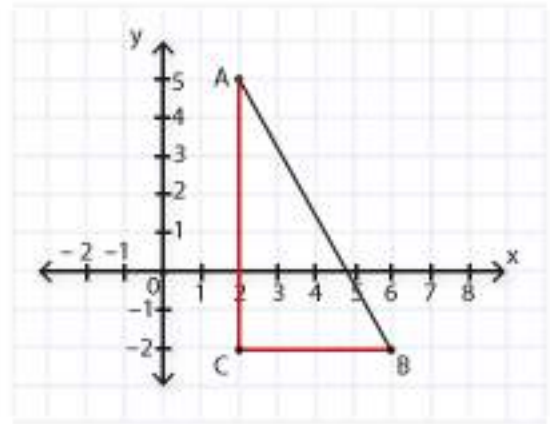
$$|AB|^2 = 7^2 + 4^2$$

$$|AB|^2 = 49 + 16$$

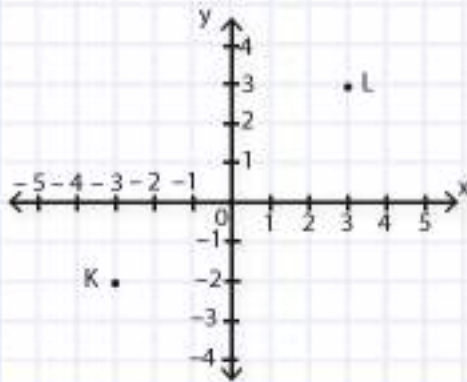
$$|AB|^2 = 65$$

$$\sqrt{|AB|^2} = \sqrt{65}$$

$$|AB| = \sqrt{65} \text{ br olur.}$$



Aşağıdaki koordinat sisteminde verilen K ve L noktaları arasındaki en kısa mesafeyi hesaplayınız.



ÖRNEK 5

Kenar uzunlukları $|AB| = 13$ cm, $|CB| = 8$ cm ve $|AC| = 16$ cm olan ABC üçgeninin dik üçgen olup olmadığını inceleyelim.

ÇÖZÜM

Üçgende en uzun kenar uzunluğunun karesi, diğer iki kenar uzunluğunun kareleri toplamına eşit ise bu üçgen dik üçgendir.

$$|AC|^2 = |AB|^2 + |CB|^2$$

$$16^2 = 13^2 + 8^2$$

$$256 = 169 + 64$$

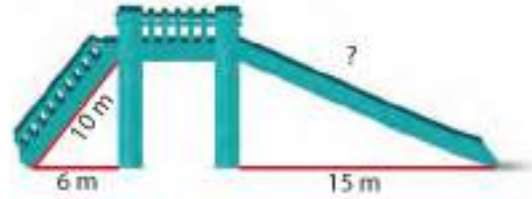
$256 \neq 233$ olduğu için verilen ABC üçgeni dik üçgen değildir.



Kenar uzunlukları $|KL| = 2$ cm, $|LM| = 4$ cm ve $|KM| = 2\sqrt{5}$ cm olan KLM üçgeninin dik üçgen olup olmadığını inceleyiniz.

Problem Çözüm

Yanda çeşitli uzunlukları verilen platformdaki kaydırığın uzunluğunu bulalım.



Bu problemi problem çözme basamaklarından yararlanarak çözelim.

Problemi Anlayalım

Problemde verilenleri ve istenenleri yazalım.

Verilenler:

- * Merdiven uzunluğu: 10 m
- * Merdivenin uzaklığı: 6 m
- * Kaydırığın uzaklığı: 15 m

İstenen:

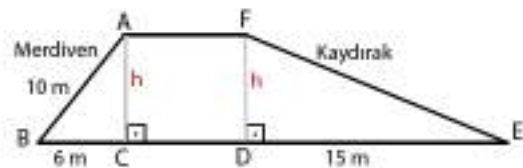
- * Kaydırığın uzunluğu

Plan Yapalım

Pisagor bağıntısını kullanarak ilk önce platformun yüksekliğini daha sonra kaydırığın uzunluğunu bulalım.

Planı Uygulayalım

Kaydırığın uzunluğunu bulmak için yandaki gibi bir düzlemsel şekil çizelim.



Platformun yüksekliği:

$$|AB|^2 = |BC|^2 + |AC|^2$$

$$10^2 = 6^2 + |AC|^2$$

$$100 = 36 + |AC|^2$$

$$64 = |AC|^2$$

$$\sqrt{64} = \sqrt{|AC|^2}$$

$$8 \text{ m} = |AC|$$

Platformun yüksekliği $h = 8 \text{ m}$ olur.

Kaydırağın uzunluğu:

$$|FE|^2 = |FD|^2 + |DE|^2$$

$$|FE|^2 = 8^2 + 15^2$$

$$|FE|^2 = 64 + 225$$

$$|FE|^2 = 289$$

$$\sqrt{|FE|^2} = \sqrt{289}$$

$$|FE| = 17 \text{ m}$$

Kaydırağın uzunluğu 17 m olur.

Kontrol Edelim

Merdivenin yüksekliği ile kaydırağın yüksekliğini bulup karşılaştıralım.

Merdivenin yüksekliği:

$$|AB|^2 = |BC|^2 + |AC|^2$$

$$10^2 = 6^2 + |AC|^2$$

$$100 = 36 + |AC|^2$$

$$64 = |AC|^2$$

$$\sqrt{64} = \sqrt{|AC|^2}$$

$$8 \text{ m} = |AC|$$

Kaydırağın yüksekliği:

$$|FE|^2 = |FD|^2 + |DE|^2$$

$$17^2 = |FD|^2 + 15^2$$

$$289 = |FD|^2 + 225$$

$$64 = |FD|^2$$

$$\sqrt{64} = \sqrt{|FD|^2}$$

$$8 \text{ m} = |FD|$$

Merdiven ve kaydırağın yükseklikleri eşit olduğu için çözümümüz doğrudur.

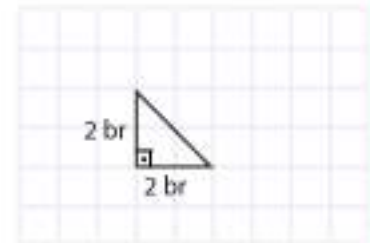


Arda ile Emel okul bahçesinin satranç alanında belirtilen noktalarda durmaktadırlar. Buna göre Arda ile Emel arasındaki en kısa mesafeyi bulunuz.



UYGULAYALIM

- Yandaki üçgenin hipotenüs uzunluğunu kenarların üzerine kareler çizerek bulunuz.



2. Aşağıda kenar uzunlukları verilen üçgenlerin dik üçgen olup olmadıklarını belirleyiniz.

a)

$x = 10 \text{ br}$

$y = 24 \text{ br}$

$z = 26 \text{ br}$

b)

$k = 3 \text{ cm}$

$m = 4 \text{ cm}$

$n = 6 \text{ cm}$

c)

$p = 3 \text{ br}$

$r = 3\sqrt{3} \text{ br}$

$s = 6 \text{ br}$

3. Aşağıda koordinatları verilen noktalar arasındaki uzaklıkları bulunuz.

a)

$A(1, -3)$

$B(-7, 2)$

$|AB| = ?$

b)

$M(3, 5)$

$N(-2, -4)$

$|MN| = ?$

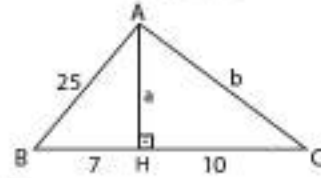
c)

$K(1, 1)$

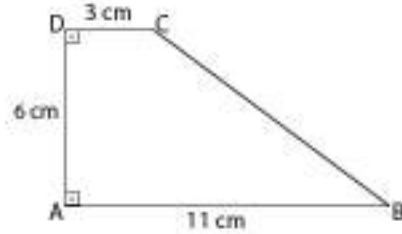
$L(-4, -11)$

$|KL| = ?$

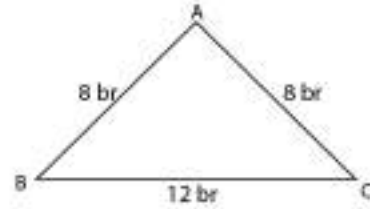
4. Yandaki $\triangle ABC$ nde $[AH] \perp [BC]$ olduğuna göre $a + b$ toplamını bulunuz.



5. Yandaki şekilde verilen ABCD dik yamuğunda CB kenar uzunluğunu bulunuz.

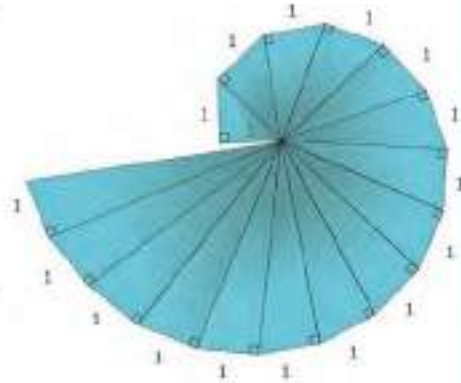


6. Yandaki şekilde verilen ABC ikizkenar üçgeninde BC kenarına ait yüksekliğin kaç birim olduğunu bulunuz.



7. Theodorus (Tiyedors), Pisagor'dan yaklaşık 100 yıl sonra doğmuştur. Theodorus dik üçgenleri kullanarak bir spiral oluşturmuştur. Bu spiral Theodorus'un tekerleği olarak bilinir.

Yanda dik üçgenlerin birleştirilmesi ile oluşan Theodorus tekerleğinde her bir dik üçgenin hipotenüsünün uzunluğunu bulunuz. Bu uzunlukları karekökle ifade ettiğinizde nasıl bir örüntü oluşturduğunu bulunuz.



8. Şekilde ABC ve BCD ikizkenar dik üçgenleri verilmiştir.

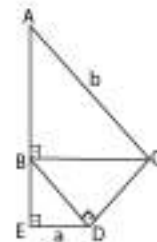
$|CD| = 5 \text{ cm}$ ve $|EB| = 4 \text{ cm}$ olduğuna göre $a + b$ değeri kaçtır?

A) 15

B) 13

C) 10

D) 6



Çokgenlerde Eşlik ve Benzerlik İlişkisi

Tangram, bir kareden belli bir düzene göre kesilmiş iki büyük iki küçük, bir orta boy ikizkenar dik üçgen, bir kare ve bir paralelkenardan oluşan eski bir Çin bulmacasıdır.

Yanda bir tangram verilmiştir.

Bu tangramdaki eş ve benzer şekilleri belirleyiniz.



ETKİNLİK

DİKKATLİ KULLANALIM!



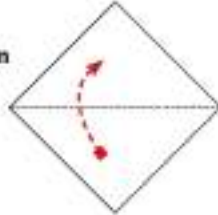
AMAÇ: Eşlik ve benzerliği ilişkilendirmek

ARAÇ GEREÇ: Elişi kâğıdı, makas, cetvel, kalem

UYGULAMA BASAMAKLARI

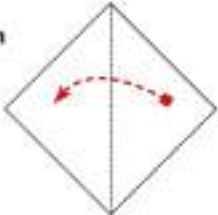
1. 4 - 5 kişilik gruplar oluşturunuz.
2. Elişi kâğıdınızdan bir karesel bölge kesin.
3. Oluşturduğunuz karesel bölgeyi aşağıda verilen yönerge doğrultusunda adım adım katlayarak bir güvercin oluşturunuz.

1. Adım



Kare şeklindeki kâğıdı, karşılıklı herhangi iki köşesi birleşecek şekilde katlayınız. Kâğıdın ortasında iz bırakarak kâğıdı eski hâline getiriniz.

2. Adım



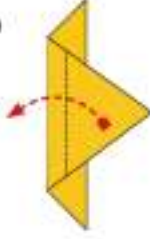
Kâğıdın katlamadığınız köşegenini katlayarak karşılıklı köşelerini birleştiriniz.

3. Adım



Eld ettiğiniz üçgeni şekildeki gibi noktalı kısımdan belirtilen biçimde katlayınız.

4. Adım



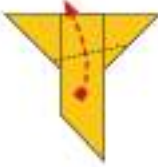
Oluşan şekli bir ucu noktali yerden geriye doğru katlayınız.

5. Adım



Oluşan şekli noktali yerden aşağıya doğru katlayınız.

6. Adım



Kâğıdın üstte kalan kısmını işaretli kısımdan şekilde gösterildiği gibi dışa doğru katlayınız. Aynı işlemi arkada kalan parça için de uygulayarak güvercinin kanatlarını elde ediniz.

7. Adım



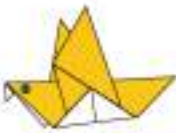
Kâğıdın ön tarafında kalan sivri kısmı sağa ve sola doğru iz bırakacak şekilde katlayınız ve kâğıdı eski haline getiriniz.

8. Adım



Kâğıdın ön tarafında kalan sivri kısmı içe doğru itiniz.

9. Adım



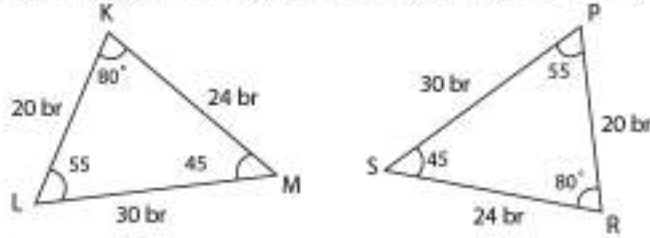
Güvercinin kafa kısmına göz çizerek tamamlayınız.

SONUÇLANDIRALIM

- ✓ Oluşturduğunuz güvercinde eş olan şekilleri belirleyiniz.
- ✓ Farklı grupların oluşturduğu güvercinlerdeki eş ve benzer şekilleri belirleyiniz.

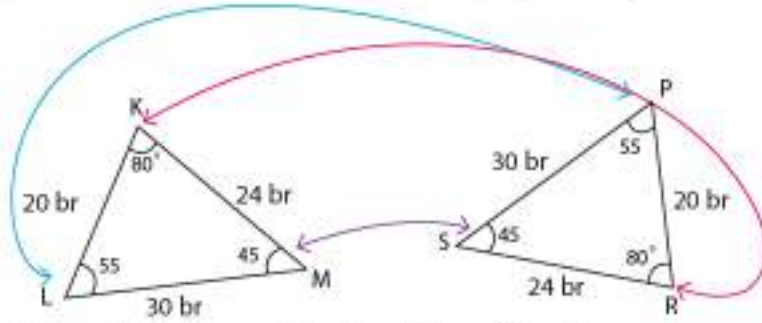
ÖRNEK 1

Aşağıdaki KLM ve RPS üçgenlerinin eş üçgenler olup olmadığını bulalım.



ÇÖZÜM

KLM ve RPS üçgenlerinin karşılıklı kenar uzunluklarını ve iç açılarının ölçülerini inceleyelim.



$|KL| = |RP| = 20$ br kenarlarının karşısındaki açılar $m(\widehat{M}) = m(\widehat{S}) = 45^\circ$

$|LM| = |PS| = 30$ br kenarlarının karşısındaki açılar $m(\widehat{K}) = m(\widehat{P}) = 80^\circ$

$|KM| = |RS| = 24$ br kenarlarının karşısındaki açılar $m(\widehat{L}) = m(\widehat{R}) = 55^\circ$ olur.

KLM ve RPS üçgenlerinin karşılıklı kenar uzunlukları ve bu kenarların karşısındaki açı ölçülerinin eş olduğunu görürüz. Karşılıklı kenar uzunlukları ve açı ölçüleri eş olduğundan KLM ve RPS üçgenleri eş üçgenlerdir. Bu eşlikte aynı açıyı gösteren harfler aynı sırada yazılır.

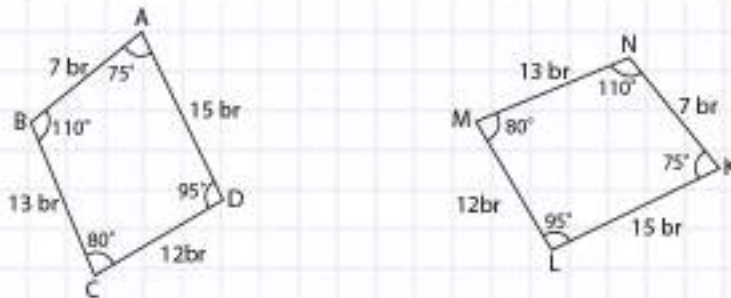
$\triangle KLM \cong \triangle RPS$ şeklinde gösterilir ve "KLM üçgeni ile RPS üçgeni eşdir." şeklinde okunur.

BİLGİLENERİM

İki veya daha fazla çokgenin karşılıklı kenarları ve açılarının ölçüleri eşit ise bu çokgenlere **eş çokgenler** denir ve " \cong " (eşlik) sembolü ile gösterilir.

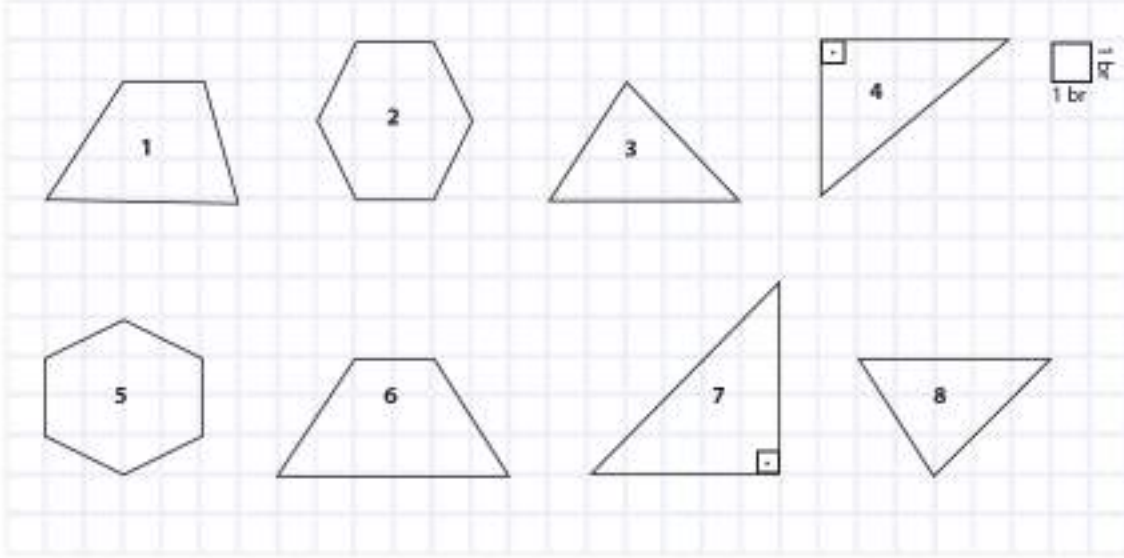


Aşağıda verilen çokgenlerin eş çokgenler olup olmadıklarını bulunuz. Eş ise eşlik sembolünü kullanarak gösteriniz.



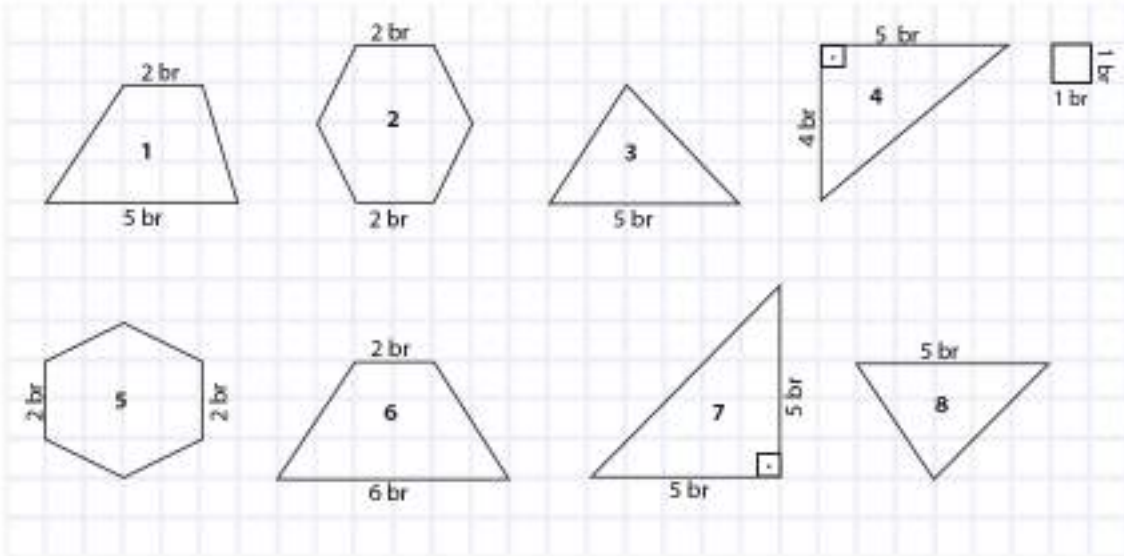
ÖRNEK 2

Aşağıda kareli kâğıda çizilmiş olan şekillerden eş olanları belirleyelim.



ÇÖZÜM

Şekillerin eş olabilmesi için karşılıklı kenar uzunlukları ve açı ölçüleri eş olmalıdır. Kareli kâğıttan yararlanarak şekillerin kenar uzunluklarını bulalım.

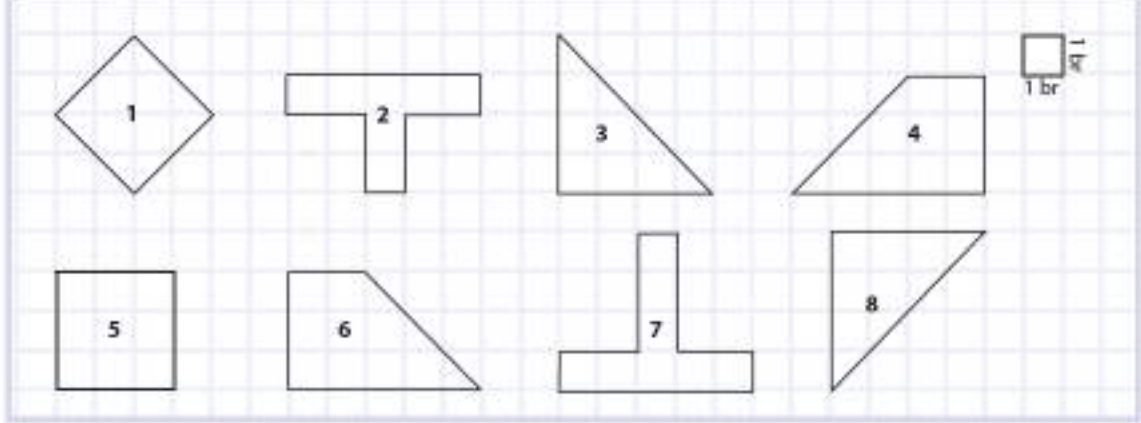


2 ve 5 numaralı altıgenlerin karşılıklı kenar uzunlukları ile kenarlar arasındaki açı ölçüleri eşit olduğu için bu altıgenler eştir.

3 ve 8 numaralı üçgenlerin karşılıklı kenar uzunlukları ile kenarlar arasındaki açı ölçüleri eşit olduğu için bu üçgenler eştir.

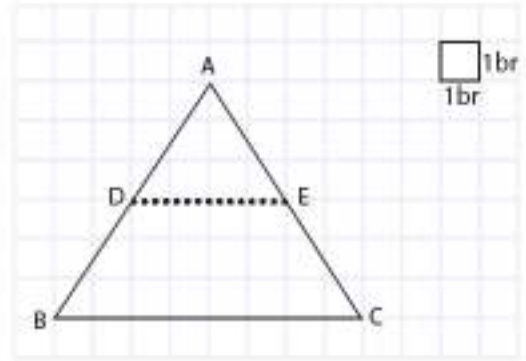


Aşağıda kareli kâğıda çizilmiş şekillerden eş olanları belirleyiniz.



ÖRNEK 3

Yandaki kareli kâğıtta verilen ABC eşkenar üçgeninin AB ve AC kenarları tabana paralel olacak şekilde orta noktalarından katlanıp açılarak ADE üçgeni elde ediliyor. ABC ve ADE üçgenlerinin açılarını ve kenar uzunluklarını karşılaştıralım.



ÇÖZÜM

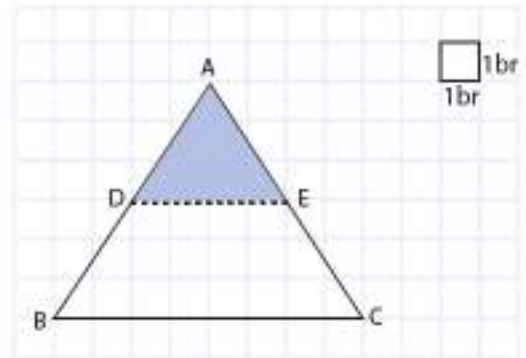
ABC üçgeni eşkenar üçgen olduğundan açıların ölçüleri 60° dir. B ile D ve C ile E açıları yöndeş olduğu için açıların ölçüleri birbirine eşittir.

Buna göre:

$$m(\hat{A}) = m(\hat{A}) = 60^\circ$$

$$m(\hat{B}) = m(\hat{D}) = 60^\circ$$

$$m(\hat{C}) = m(\hat{E}) = 60^\circ$$



ABC üçgeni ortadan katlandığı için kenar uzunlukları yarıya inmiştir. Bu durumda ADE üçgeni de eşkenar üçgen olur.

ABC ve ADE üçgenlerinin açı ölçüleri eş ve kenar uzunlukları orantılı olduğu için ABC ve ADE üçgenleri benzerdir.

$\hat{ABC} \sim \hat{ADE}$ şeklinde gösterilir ve "ABC üçgeni ile ADE üçgeni benzerdir" şeklinde okunur.

Kenar sayıları eşit olan düzgün çokgenler benzerdir.

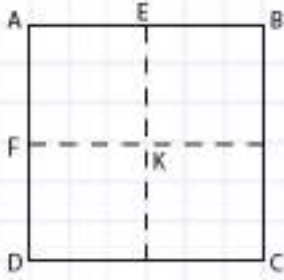
EŞLİK VE BENZERLİK

BİLGİLENELİM

İki veya daha fazla çokgende birbirine karşılık gelen açı ölçüleri eşit, kenar uzunlukları orantılı ise bu çokgenlere **benzer çokgenler** denir. Benzer çokgenler " \sim "(benzerlik) sembolü ile gösterilir.

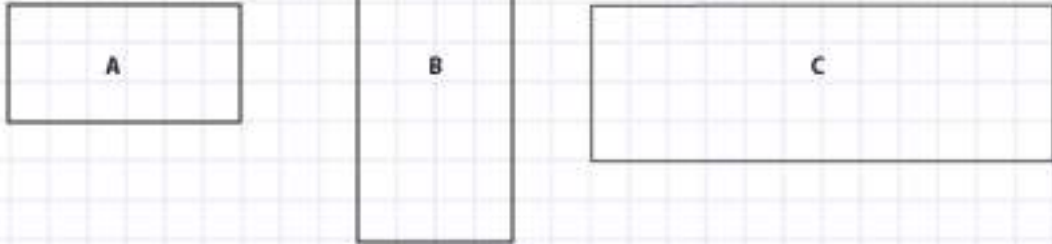


Aşağıda kareli kağıtta verilen ABCD karesi orta noktalarından katlanıp açılarak AEKF karesi elde ediliyor. ABCD ve AEKF karelerinin açılarını ve kenar uzunluklarını karşılaştırınız.



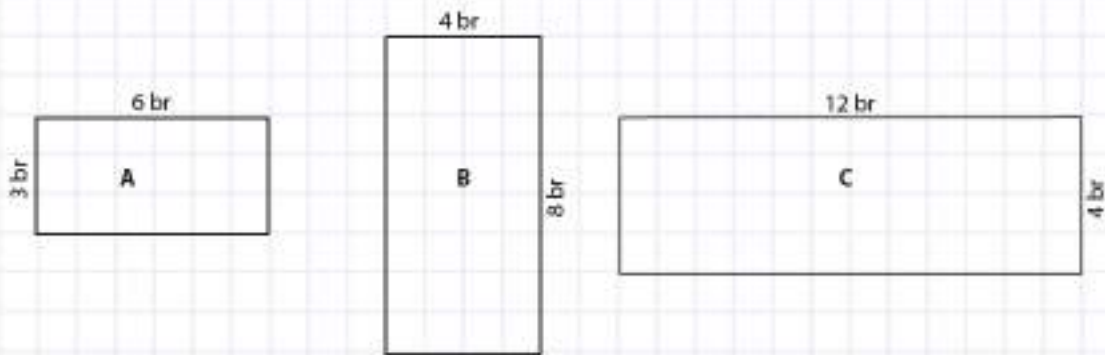
ÖRNEK 4

Aşağıda kareli kâğıda çizilmiş olan şekillerden benzer olanlarını belirleyelim.



ÇÖZÜM

Verilen şekiller dikdörtgen olduğundan bütün iç açıların ölçüleri 90° dir.



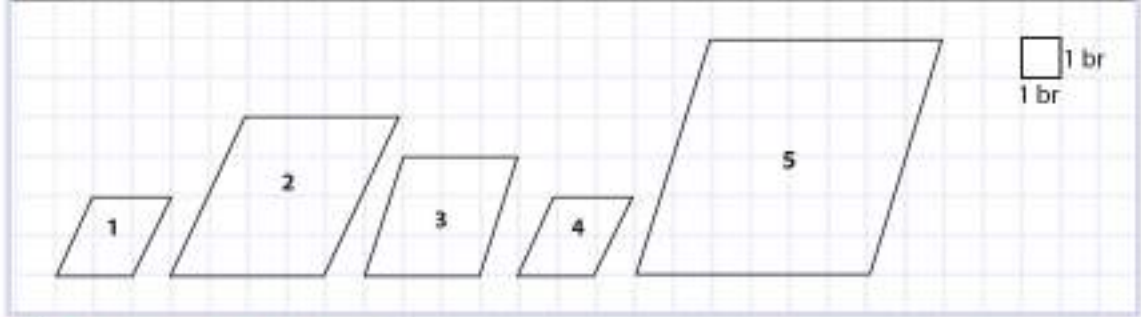
A ve B dikdörtgenlerindeki uzun kenarlar kısa kenarların 2 katı olduğundan bu iki dikdörtgen benzerdir.

BİLGİLENERİM

Her eş çokgen aynı zamanda benzerdir ancak her benzer çokgen eş olmayabilir.

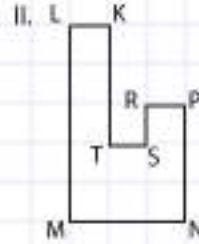
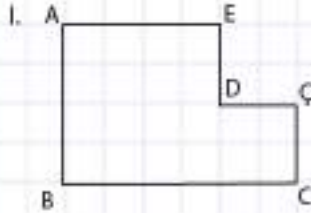


Aşağıda verilen paralelkenarlardan eş ve benzer olanları belirleyiniz.

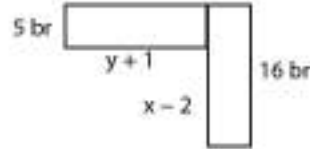


UYGULAYALIM

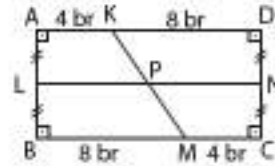
1. Aşağıda kareli kâğıda çizilmiş çokgenlere benzer çokgenler çiziniz.



2. Yanda verilen iki dikdörtgen eş olduğuna göre $x + y$ değerini bulunuz.

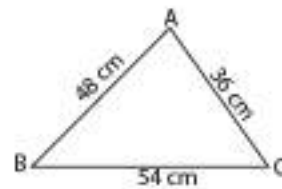


3. Yanda verilen çokgenlerden iki tane eş dörtgen bulunuz.



4. ABC ve DEF üçgenleri için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) $\widehat{ABC} \sim \widehat{DFE}$ B) $\widehat{ACB} \sim \widehat{FED}$
 C) $\widehat{DFE} \sim \widehat{ACB}$ D) $\widehat{EFD} \sim \widehat{ACB}$



Çokgenlerde Eşlik ve Benzerlik Oranı

Bayrağımız bağımsızlık sembollerimizdendir. 29 Mayıs 1936'da çıkan 2994 Sayılı Türk Bayrağı Kanunu neticesinde Türkiye Cumhuriyeti'nin ulusal bayrağı olarak kanunlaşmıştır.

Bu kanunda Türk bayrağının boyutları net olarak belirlenmiştir. Buna göre:

En x Boy

1 x 1,5 cm Türk Bayrağı

2 x 3 cm Türk Bayrağı

3 x 4,5 cm Türk Bayrağı... şeklinde devam eder.

Yukarıdaki ölçüleri incelediğimizde bayrağın boyunun, eninin bir buçuk katı olduğunu görürüz.

Sizce 15 x 22,5 cm Türk Bayrağı ile 3 x 4,5 cm Türk Bayrağı arasında nasıl bir ilişki vardır?



ETKİNLİK

DİKKATLİ KULLANALIM!



AMAÇ: Benzer çokgenlerin benzerlik oranını belirlemek, bir çokgene eş ve benzer çokgenler oluşturmak

ARAÇ GEREÇ: 20 cm, 40 cm uzunluğunda birer ip, raptiye, mukavva, kalem, cetvel

UYGULAMA BASAMAKLARI

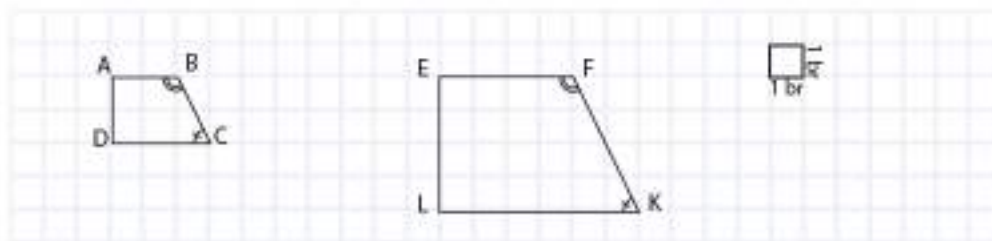
1. 3 - 4 kişilik gruplar oluşturunuz.
2. 40 cm'lik ipi kullanarak mukavva üzerine raptiyeler yardımıyla istediğiniz şekilde bir çokgen oluşturunuz.
3. Çokgeninin kenar uzunluklarını kaydediniz.
4. Oluşturduğunuz çokgenin içine 20 cm'lik ipi kullanarak benzer bir çokgen oluşturunuz.
5. Oluşturduğunuz çokgenin kenar uzunluklarını kaydediniz.

SONUÇLANDIRALIM

- ✓ Çevre uzunluğu 20 ve 40 cm olan çokgenlerin kenar uzunluklarındaki değişimi inceleyiniz.
- ✓ Kenar uzunluklarının hepsinin aynı oranda değişip değişmediğini açıklayınız.

ÖRNEK 1

Aşağıda kareli kâğıtta verilen dik yamukların benzer olup olmadığını bulalım.



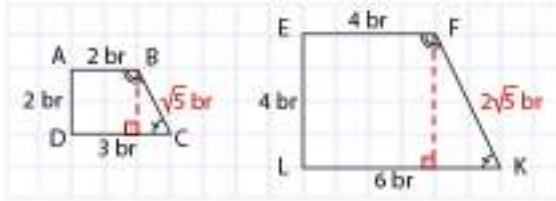
ÇÖZÜM

ABCD ve EFKL dik yamuklarının benzer olup olmadığını inceleyelim.

Benzer çokgenlerin karşılıklı açıların ölçüleri eşit ve kenar uzunlukları orantılıdır. Şekilde görüldüğü gibi iki dik yamuğun karşılıklı açıları eşittir.

$$m(\hat{A}) = m(\hat{E}) \quad m(\hat{B}) = m(\hat{F}) \quad m(\hat{C}) = m(\hat{K}) \quad m(\hat{D}) = m(\hat{L})$$

İki yamuğun kenar uzunluklarının orantılı olup olmadığını inceleyelim.



Pisagor bağıntısından yararlanarak BC ve FK kenar uzunluklarını bulalım.

$$|BC|^2 = 2^2 + 1^2 \quad |FK|^2 = 4^2 + 2^2$$

$$|BC|^2 = 4 + 1 \quad |FK|^2 = 16 + 4$$

$$|BC|^2 = 5 \quad |FK|^2 = 20$$

$$\sqrt{|BC|^2} = \sqrt{5} \quad \sqrt{|FK|^2} = \sqrt{20}$$

$$|BC| = \sqrt{5} \quad |FK| = 2\sqrt{5}$$

$$\frac{|AD|}{|EL|} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \quad \frac{|AB|}{|EF|} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \quad \frac{|CD|}{|KL|} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} \quad \frac{|BC|}{|FK|} = \frac{\sqrt{5}}{2\sqrt{5}} = \frac{1}{2}$$

ABCD ve EFKL dik yamuklarının karşılıklı kenar uzunluklarının oranı eşittir. Bu kenarlara karşılık gelen açılar da eşit olduğundan $ABCD \sim EFKL$ olur.

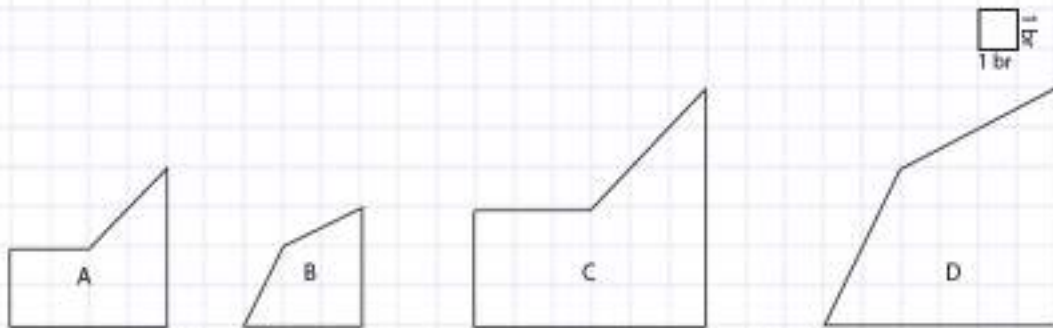
$$\frac{|AD|}{|EL|} = \frac{|AB|}{|EF|} = \frac{|CD|}{|KL|} = \frac{|BC|}{|FK|} = \frac{1}{2} \text{ olduğundan bu iki çokgenin benzerlik oranı } \frac{1}{2} \text{ olur.}$$

BİLGİLENERİM

Bir geometrik şeklin benzeri, o şeklin belli bir oranda büyütülmüş ya da küçültülmüş hâlidir. Benzer iki çokgenin karşılıklı kenarları oranlandığında bu oranlar eşit olur. Bu orana **benzerlik oranı** denir.

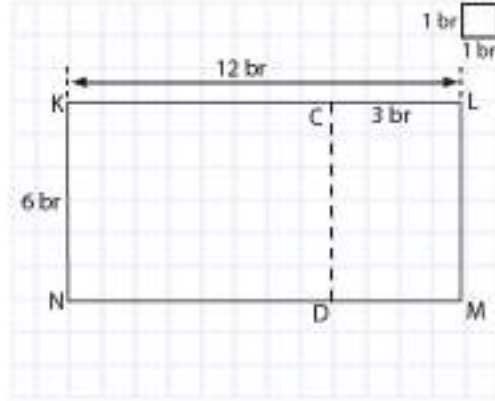


Aşağıdaki çokgenlerden benzer olanları belirleyip benzerlik oranını bulunuz.



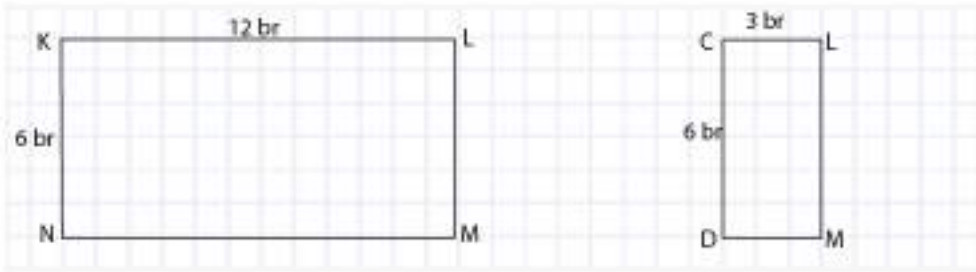
ÖRNEK 2

Yandaki kareli kâğıtta verilen KLMN dikdörtgeni C ve D noktalarından katlanıp açılarak CDML dikdörtgeni elde ediliyor. Bu dikdörtgenlerin benzer olup olmadığını inceleyelim.



ÇÖZÜM

Dikdörtgenlerin bütün açıların ölçüleri 90° olduğundan sadece kenar uzunluklarını inceleyelim.



$$\frac{\text{KLMN dikdörtgeninin kısa kenar uzunluğu}}{\text{CDML dikdörtgeninin kısa kenar uzunluğu}} = \frac{6}{3} = 2$$

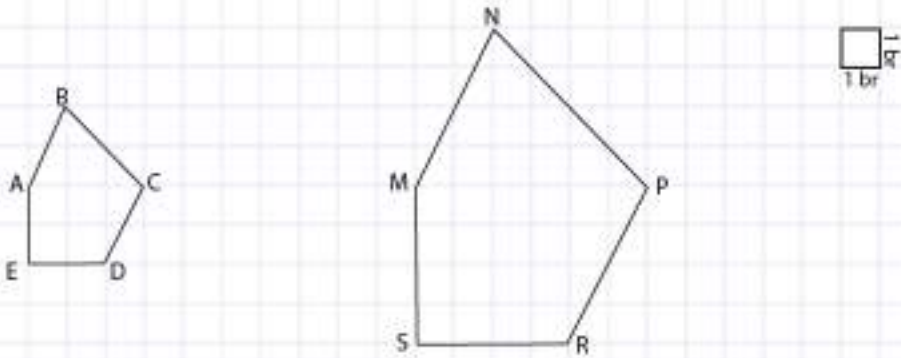
$$\frac{\text{KLMN dikdörtgeninin uzun kenar uzunluğu}}{\text{CDML dikdörtgeninin uzun kenar uzunluğu}} = \frac{12}{6} = 2$$

KLMN ve CDML dikdörtgenlerinin kısa kenar uzunlukları oranı ile uzun kenar uzunluklarının oranı eşit olduğundan KLMN ~ CDML olur. Bu dikdörtgenlerin benzerlik oranı 2'dir.

CDML dikdörtgeninin kenar uzunlukları KLMN dikdörtgeninin kenar uzunluklarına oranlırsa benzerlik oranı $\frac{1}{2}$ olur. Buna göre çokgenlerin benzerlik oranı 2 veya $\frac{1}{2}$ ile gösterilebilir.

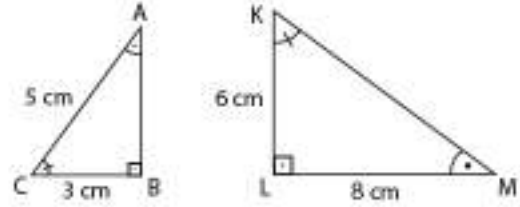


Aşağıdaki benzer çokgenlerin benzerlik oranını bulunuz.



ÖRNEK 3

Yanda verilen ABC ve MLK benzer üçgenlerin benzerlik oranı ile çevrelerinin oranını karşılaştıralım.



ÇÖZÜM

Pisagor teoreminden yararlanarak üçgenlerin bilinmeyen kenar uzunluklarını bulalım.

ABC üçgeni için:

$$|AC|^2 = |BC|^2 + |AB|^2$$

$$5^2 = 3^2 + |AB|^2$$

$$25 = 9 + |AB|^2$$

$$16 = |AB|^2$$

$$\sqrt{16} = \sqrt{|AB|^2}$$

$$|AB| = 4 \text{ cm}$$

MLK üçgeni için:

$$|KM|^2 = |KL|^2 + |LM|^2$$

$$|KM|^2 = 6^2 + 8^2$$

$$|KM|^2 = 36 + 64$$

$$|KM|^2 = 100$$

$$\sqrt{|KM|^2} = \sqrt{100}$$

$$|KM| = 10 \text{ cm}$$

ABC ile MLK üçgenlerinin iç açlarının ölçüleri eşit olduğundan eşit açların karşısındaki kenarların oranını inceleyelim.

$$\frac{|BC|}{|LK|} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{|AB|}{|ML|} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{|AC|}{|MK|} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{|BC|}{|LK|} = \frac{|AB|}{|ML|} = \frac{|AC|}{|MK|} = \frac{1}{2} \text{ olduğundan bu iki üçgenin benzerlik oranı } \frac{1}{2} \text{ 'dir.}$$

Bu üçgenlerin çevrelerinin oranını inceleyelim.

$$\text{ABC üçgeninin çevresi: } 3 + 4 + 5 = 12 \text{ cm}$$

$$\text{MLK üçgeninin çevresi: } 6 + 8 + 10 = 24 \text{ cm}$$

$$\frac{\text{ABC üçgeninin çevresi}}{\text{MLK üçgeninin çevresi}} = \frac{12}{24} = \frac{1}{2}$$

Benzer çokgenlerde:

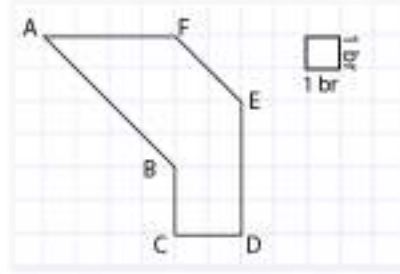
- Çevrelerin oranı benzerlik oranına eşittir.
- Eş çokgenlerin benzerlik oranı 1'dir.

\widehat{ABC} ile \widehat{MLK} nin benzerlik oranı ve çevrelerinin oranının eşit olduğunu görürüz.



ÖRNEK 4

Yanda verilen çokgeni $\frac{1}{2}$ oranında küçülterek benzer bir çokgen çizelim.

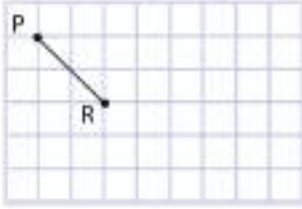


ÇÖZÜM

ABCDEF altıgeni ile benzerlik oranı $\frac{1}{2}$ olan altıgeni PRSTUV şeklinde isimlendirelim. ABCDEF altıgeninin kenar uzunluklarından faydalanarak PRSTUV altıgenini adım adım çizelim.

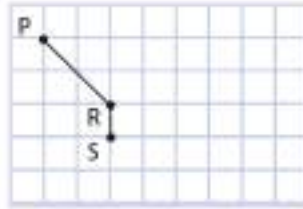
1. Adım:

[AB] ni $\frac{1}{2}$ oranında küçülterek bu kenara karşılık gelen [PR] ni çizelim.



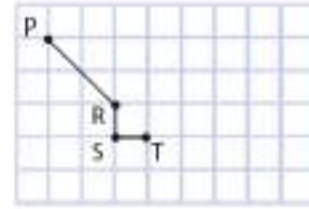
2. Adım:

[BC] ni $\frac{1}{2}$ oranında küçülterek bu kenara karşılık gelen [RS] ni çizelim.



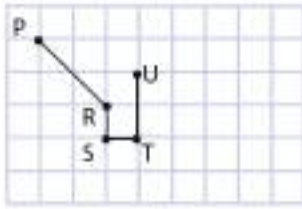
3. Adım:

[CD] ni $\frac{1}{2}$ oranında küçülterek bu kenara karşılık gelen [ST] ni çizelim.



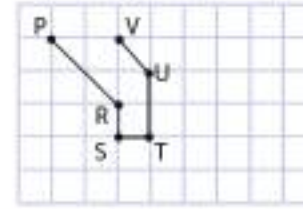
4. Adım:

[DE] ni $\frac{1}{2}$ oranında küçülterek bu kenara karşılık gelen [TU] ni çizelim.



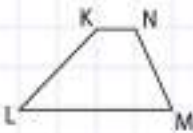
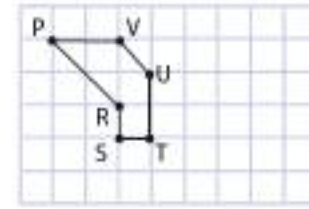
5. Adım:

[EF] ni $\frac{1}{2}$ oranında küçülterek bu kenara karşılık gelen [UV] ni çizelim.



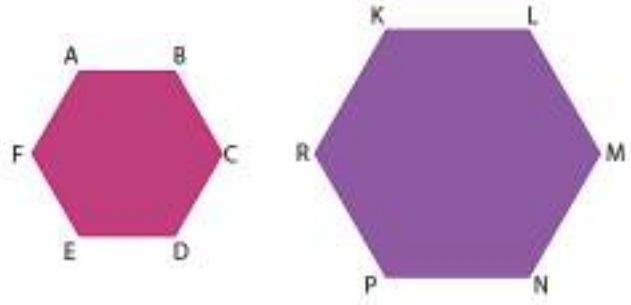
6. Adım:

V ile P noktasını birleştirip PRSTUV altıgenini tamamlayalım.



ÖRNEK 5

Yanda verilen iki düzgün altıgenin büyük olanın bir kenar uzunluğu 24 cm'dir. Düzgün altıgenlerin benzerlik oranı $\frac{3}{2}$ olduğuna göre küçük altıgenin çevresinin uzunluğunu bulalım.



ÇÖZÜM

Benzer çokgenlerde benzerlik oranı çokgenlerin çevrelerinin oranına eşittir.

Büyük altıgenin çevresi = $6 \cdot 24 = 144$ cm

Küçük altıgenin çevresi = x

Benzerlik oranı = $\frac{3}{2}$

Küçük altıgenin çevresini bulalım.

$\frac{\text{Büyük altıgenin çevresi}}{\text{Küçük altıgenin çevresi}} = \text{Benzerlik oranı}$

$$\frac{144}{x} = \frac{3}{2}$$

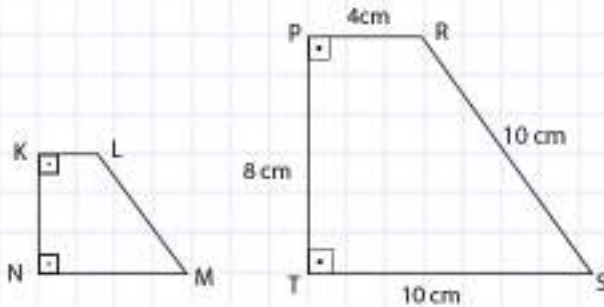
$$3 \cdot x = 2 \cdot 144$$

$$\frac{3 \cdot x}{3} = \frac{2 \cdot 144}{3} \quad \text{Her iki taraf 3'e bölünür.}$$

$$x = 2 \cdot 48$$

$$x = 96 \text{ cm}$$

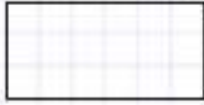
Küçük altıgenin çevresinin uzunluğu 96 cm olur.



UYGULAYALIM

1. Aşağıdaki çokgenlerin benzerlerini verilen benzerlik oranına uygun olarak çiziniz.

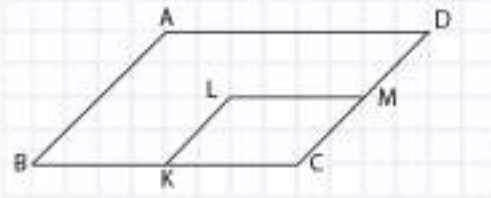
a) Benzerlik oranı = $\frac{1}{3}$



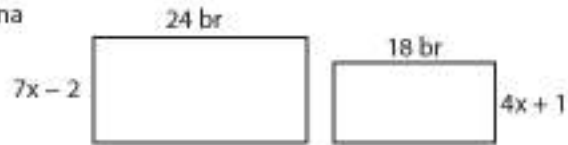
b) Benzerlik oranı = 2



2. Yandaki paralelkenarların benzerlik oranını bulunuz.

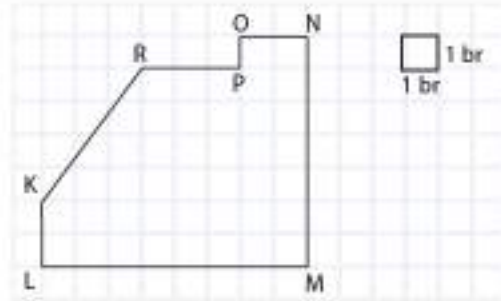


3. Yanda verilen dikdörtgenler benzer olduğuna göre x değerini bulunuz.



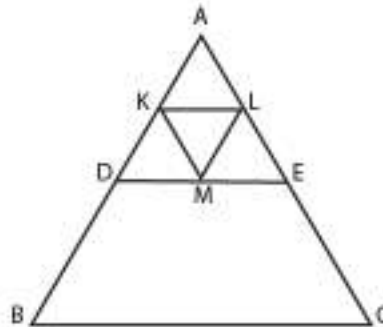
4. Çevrelerinin benzerlik oranı $\frac{5}{7}$ olan iki kareden küçük olanın bir kenar uzunluğu 15 br olduğuna göre büyük olan karenin bir kenar uzunluğunu bulunuz.

5. Yandaki çokgenin içine benzerlik oranı $\frac{2}{7}$ olan bir çokgen çizilecektir. Çizilecek çokgenin çevre uzunluğunu bulunuz.



6. Şekildeki ABC üçgeninin kenarlarının orta noktaları D, E ve ADE üçgeninin kenarlarının orta noktaları K, L, M'dir. Buna göre ABC üçgeni ile KLM üçgeni arasındaki benzerlik oranı nedir?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{12}$



5. ÜNİTE DEĞERLENDİRME SORULARI

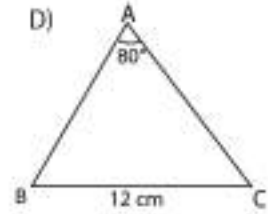
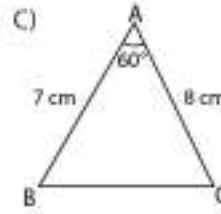
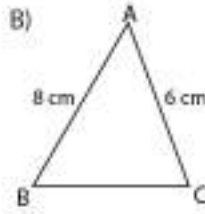
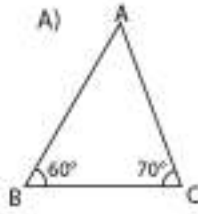
1. Tablodaki ifadelerden doğru olanların yanına (D), yanlış olanların yanına (Y) yazınız. Yanlış ifadelerin doğrusunu yazınız.

| İfadeler | D / Y | Yanlış ise Doğrusu |
|--|-------|--------------------|
| Üç doğru parçası her zaman bir üçgen oluşturur. | | |
| Bir kenar uzunluğu ve eş açılardan birinin ölçüsü bilinen ikizkenar üçgen çizilebilir. | | |
| Bütün kareler benzerdir. | | |
| Bütün benzer çokgenler aynı zamanda eşittir. | | |

2. Aşağıdaki boşluklara doğru ifadeleri ya da sayıları yazınız.

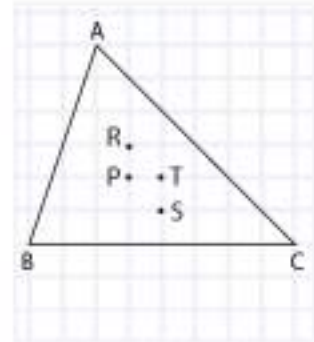
- a) Bir kenar uzunluğu 4 cm olan eşkenar üçgenin bir kenarına ait yüksekliği cm'dir.
 b) Dik üçgende kenarortaylar üçgenin bölgesinde kesişir.
 c) Benzerlik oranı olan çokgenler eşittir.
 ç) Benzerlik oranı $\frac{2}{3}$ olan iki çokgenin çevreleri oranı olur.

3. Aşağıdakilerden hangisi yeterli sayıda elemanın ölçüsü verilen sadece bir üçgen belirtir?



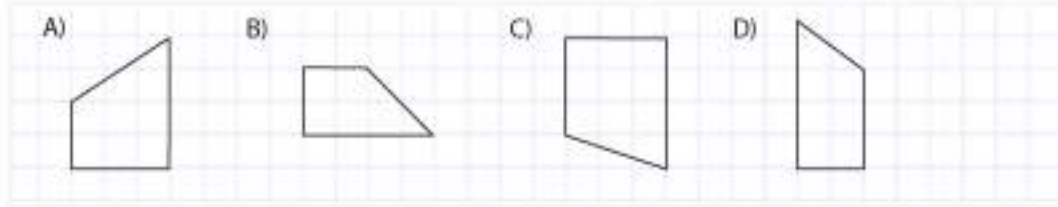
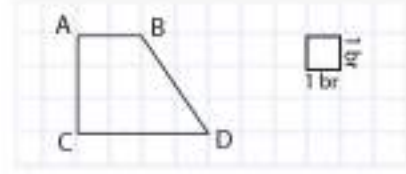
4. \widehat{ABC} nin BC kenarına ait kenarortayı çizdiğimizde hangi noktadan geçer?

- A) P B) R
 C) S D) T



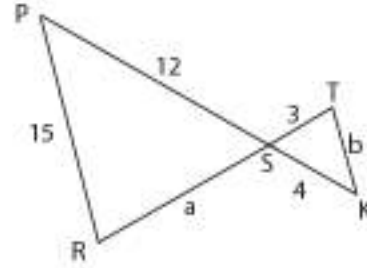
5. ÜNİTE

5. Yanda verilen ABCD dörtgenine eş olan dörtgen aşağıdakilerden hangisidir?



6. Yanda verilen şekilde $\widehat{PRS} \sim \widehat{KTS}$ ve benzerlik oranı 3 olduğuna göre $a + b$ kaçtır?

- A) 13 B) 14
C) 15 D) 16

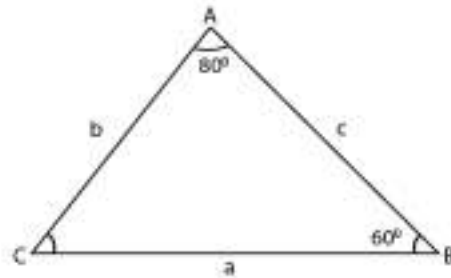


7. Filiz üçgen şeklinde bir abajur tasarlamak istiyor. Bu tasarım için kullanacağı iki tahta parçasının uzunluğunu 8 cm ve 10 cm olarak belirliyor. Filiz'in abajuru yapabilmesi için 3. tahta parçasının uzunluğu kaç santimetre olamaz?

- A) 5 B) 10 C) 15 D) 20

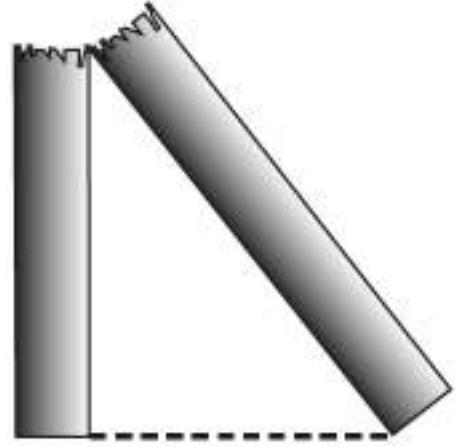
8. Yandaki ABC üçgeninin kenarlarının küçükten büyüğe doğru sıralanışı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $b < c < a$ B) $a < c < b$
C) $b < a < c$ D) $c < b < a$



9. 32 m uzunluğundaki bir elektrik direği şekildeki gibi yerden 12 m yükseklikten direğin ucu yere değecek şekilde kırılmıştır. Direğin ucunun yere değdiği yer ile direk arasındaki uzaklık kaç metredir?

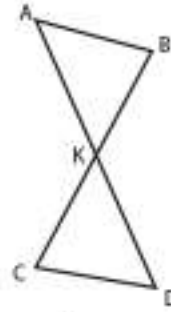
- A) 12 B) 14
C) 16 D) 18



10. Şekilde $[AD]$ ile $[BC]$, K noktasında kesişmektedir.

$\widehat{ABK} \cong \widehat{DCK}$ olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi her zaman doğrudur?

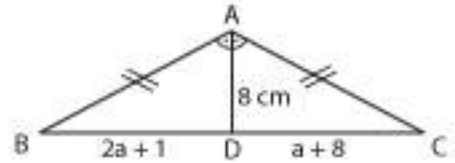
- A) $m(\widehat{A}) = m(\widehat{C})$ B) $[AD] \perp [BC]$
C) $[AB] \parallel [DC]$ D) $|AD| = |BC|$



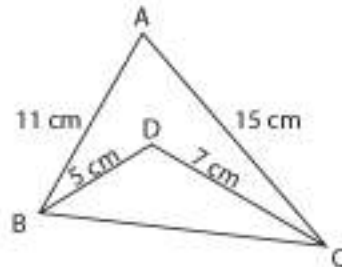
11. Kenar uzunlukları santimetre cinsinden birer tam sayı ve iki kenar uzunluğu 3 cm ve 5 cm olan üçgenin çevresinin uzunluğu en çok kaç santimetredir?

- A) 15 B) 14 C) 13 D) 12

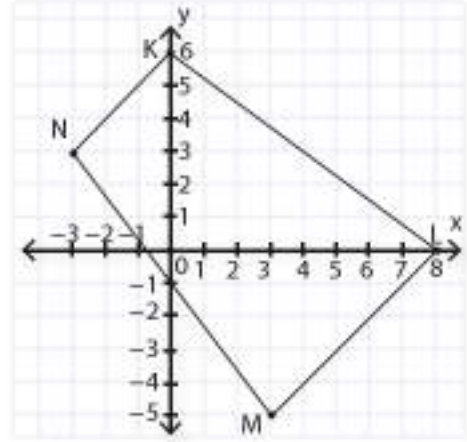
12. ABC ikizkenar üçgeninde AD doğru parçası A köşesine alt açıortaydır. Buna göre AB kenar uzunluğunu bulunuz.



13. Yanda kenar uzunlukları verilen ABC ve DBC üçgenlerinde BC kenar uzunluğunun alabileceği tam sayı değerlerini bulunuz.



14. Yandaki koordinat sisteminde verilen KLMN dörtgeninin çevresini hesaplayınız.



15. Aşağıda ölçüleri verilen üçgenleri pergel, cetvel, açıölçer araçlarından hangilerini kullanarak çizebileceğinizi bulunuz.

a)

$$\begin{aligned} a &= 5 \text{ cm} \\ b &= 12 \text{ cm} \\ c &= 13 \text{ cm} \end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned} a &= 8 \text{ cm} \\ b &= 11 \text{ cm} \\ m(\hat{C}) &= 75^\circ \end{aligned}$$

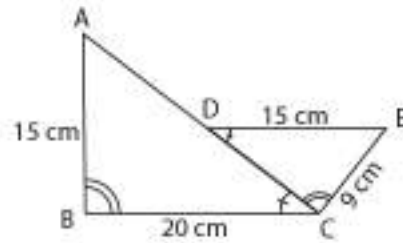
c)

$$\begin{aligned} a &= 10 \text{ cm} \\ m(\hat{B}) &= 50^\circ \\ m(\hat{C}) &= 85^\circ \end{aligned}$$

16. Babası ile yan yana duran Derya'nın gölgesi 2 m iken babasının gölgesi 3 m'dir. Derya'nın boyu 120 cm olduğuna göre babasının boyunun uzunluğunu bulunuz.

17. Bir kenarının uzunluğu 3 m olan kare şeklindeki masa örtüsünün kenarlarına iki köşegeni boyunca dantel dikilecektir. Masa örtüsüne dikilecek dantelin kaç metre olduğunu bulunuz.

18. $\widehat{ABC} \sim \widehat{ECD}$ olduğuna göre AD doğru parçasının uzunluğunu bulunuz.



19. DEF ve KLM üçgenlerinin benzerlik oranı 1'dir. KLM üçgeninin çevresi 19 br, $|DE| = 4$ br ve $|EF| = 9$ br olduğuna göre $|DF|$ uzunluğunun kaç birim olduğunu bulunuz.

20. Dikdörtgen şeklindeki masanın kısa kenar uzunluğu 8 dm, uzun kenar uzunluğu 15 dm'dir. Buna göre masa yüzeyinin köşegen uzunluğunu bulunuz.

EĞLENELİM-ÖĞRENELİM

Yanda verilen kare bulmacada satırlar ve sütunlar 1-5 şeklinde isimlendirilmiştir. İlgili satır ve sütunlarda verilen işlemleri yaparak bulmacayı çözünüz.

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | | | | | |
| 2 | | | | | |
| 3 | | | | | |
| 4 | | | | | |
| 5 | | | | | |

SOLDAN SAĞA

1. Satır

- Kenar uzunlukları 5 cm ve 8 cm olan bir üçgende üçüncü kenar uzunluğu bir tam sayı olarak en fazla kaç cm olabilir?
- Dik kenarlarının uzunlukları 9 cm ve 12 cm olan bir dik üçgende hipotenüs uzunluğu kaç cm'dir?

2. Satır

- $\widehat{ABC} \sim \widehat{DEF}$ ve $\frac{|ABI|}{|DEI|} = \frac{1}{3}$ 'tür. $|EFI| = 21$ cm ise $|BCI| = ?$
- Dik kenarlarının uzunlukları 3 cm ve 4 cm olan bir dik üçgende hipotenüs uzunluğu kaç cm'dir?

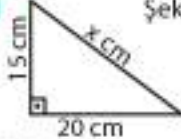
3. Satır

- Kenar uzunlukları 2 cm ve 3 cm olan bir üçgende kenar uzunlukları birer tam sayı olmak üzere üçüncü kenar uzunluğunun alabileceği değerler toplamı kaçtır?
- $\widehat{KLM} \sim \widehat{DEF}$, $|IKL| = 4$ cm, $|IDEI| = 8$ cm ve $|ILMI| = 1$ cm'dir. Buna göre $|IEFI| = ?$

4. Satır

- Hipotenüs uzunluğu $\sqrt{5}$ cm ve bir dik kenar uzunluğu 2 cm olan dik üçgende diğer dik kenar uzunluğu kaç cm'dir?

- Şekildeki dik üçgende $x = ?$



5. Satır

- $\widehat{ABC} \sim \widehat{DEF}$, $|ABI| = 20$ cm, $|IDEI| = 5$ cm ve $|BCI| = 32$ cm'dir. Buna göre $|IEFI| = ?$
- Kenar uzunlukları 4 cm ve 7 cm olan üçgende üçüncü kenar uzunluğu bir tam sayı olarak en fazla kaç cm olabilir?

YUKARIDAN AŞAĞIYA

1. Sütun

- Dik kenarlarının uzunlukları 8 cm ve 15 cm olan bir dik üçgende hipotenüs uzunluğu kaç cm'dir?
- Kenar uzunlukları birer tam sayı olan bir üçgende iki kenar uzunluğu 20 cm ve 37 cm olduğuna göre üçüncü kenar uzunluğu en az kaç cm olabilir?

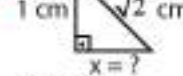
2. Sütun

- $\widehat{DEF} \sim \widehat{KLM}$ ve $\frac{|DFI|}{|IKMI|} = \frac{1}{5}$ 'tir. $|IKLI| = 10$ cm ise $|IDEI| = ?$
- Dik kenarlarının uzunlukları $\sqrt{46}$ cm ve $\sqrt{35}$ cm olan bir dik üçgende hipotenüs uzunluğu kaç cm'dir?

3. Sütun

- Kenar uzunlukları birer tam sayı olan bir üçgende iki kenar uzunluğu 3 cm ve 8 cm olduğuna göre üçüncü kenar uzunluğu kaç farklı değer alabilir?

- Şekildeki dik üçgende $x = ?$



4. Sütun

- $\widehat{KLM} \sim \widehat{DEF}$ ve $\frac{|IKL|}{|IDEI|} = \frac{1}{7}$ 'dir. $|IEFI| = 7$ cm ise $|ILMI| = ?$
- Dik kenarlarının uzunlukları 12 cm ve 16 cm olan bir dik üçgende hipotenüs uzunluğu kaç cm'dir?

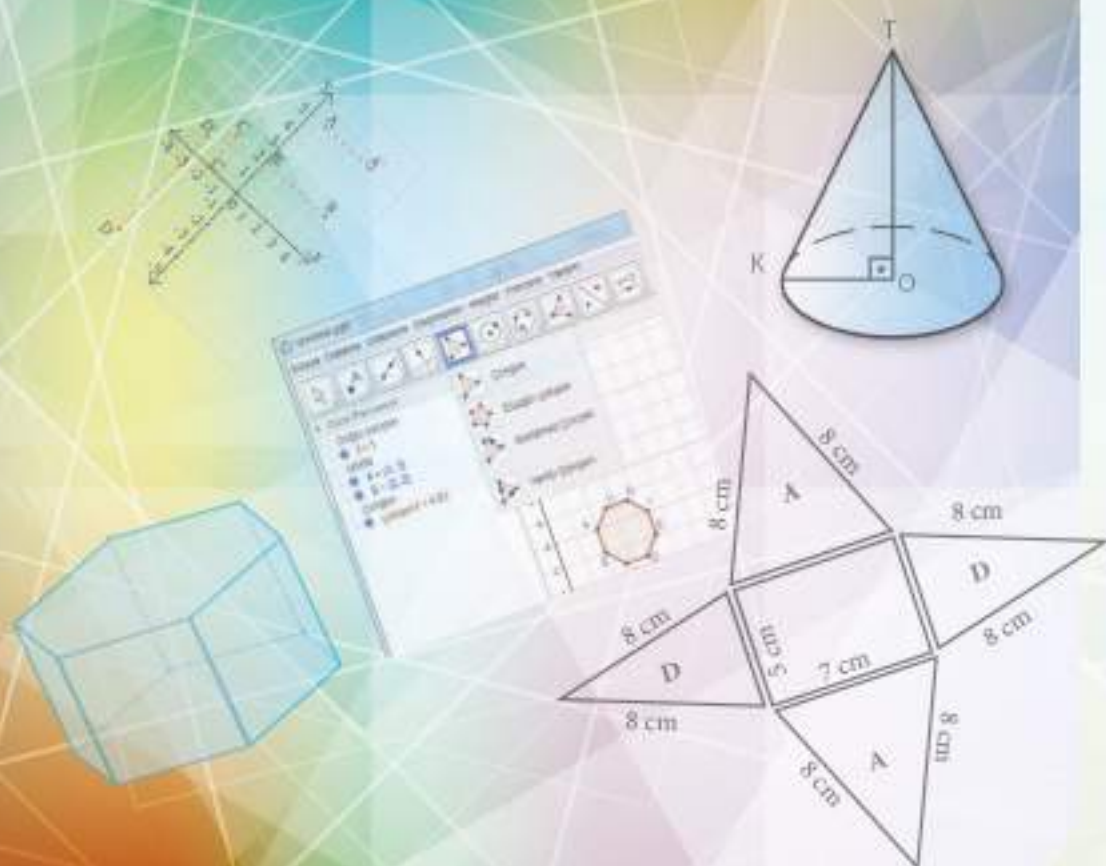
5. Sütun

- Kenar uzunlukları birer tam sayı olan bir üçgende iki kenar uzunluğu 6 cm ve 10 cm olduğuna göre üçüncü kenar uzunluğu en az kaç cm olabilir?
- Dik kenarlarının uzunlukları 7 cm ve 24 cm olan bir dik üçgende hipotenüs uzunluğu kaç cm'dir?

6. ÜNİTE

6. 1. DÖNÜŞÜM GEOMETRİSİ

6. 2. GEOMETRİK CİSİMLER



TERİMLER VE KAVRAMLAR

- Yansıma
- Öteleme
- Görüntü
- Simetri Doğrusu
- Taban
- Yükseklik
- Yüzey Alanı
- Piramit
- Silindir
- Prizma

NELER ÖĞRENECEĞİZ?

- Nokta, doğru parçası ve diğer şekillerin öteleme sonucundaki görüntülerini çizmeyi
 - Nokta, doğru parçası ve diğer şekillerin yansıma sonucu oluşan görüntüsünü oluşturmayı
 - Çokgenlerin öteleme ve yansımalar sonucunda ortaya çıkan görüntüsünü oluşturmayı öğreneceğiz.
-
- Dik prizmaları tanımayı, temel elemanlarını belirlemeyi, inşa etmeyi ve açılımını çizmeyi
 - Dik dairesel silindirin temel elemanlarını belirlemeyi, inşa etmeyi ve açılımını çizmeyi
 - Dik dairesel silindirin yüzey alanı bağıntısını oluşturmayı ve bununla ilgili problemleri çözmeyi
 - Dik dairesel silindirin hacim bağıntısını oluşturmayı ve bununla ilgili problemleri çözmeyi
 - Dik piramidi tanımayı, temel elemanlarını belirlemeyi, inşa etmeyi ve açılımını çizmeyi
 - Dik koniyi tanımayı, temel elemanlarını belirlemeyi, inşa etmeyi ve açılımını çizmeyi öğreneceğiz.

Öteleme

Dokuztaş oyunu 2 kişi ile oynanır. Her oyuncunun dokuz taş bulunur. Oyun, çoğunlukla toprak üzerine çubukla veya beton üzerine tebeşirle iç içe üç kare çizilerek oynanır. Oyuna başlarken iki oyuncu sırayla taşları noktalara yerleştirir. Bunun sonrasında taşlar ötelenerek rakibin taşı alınır. Oyunculardan birinin iki taşı kalana kadar oyun devam eder.



Siz de öteleme ile oynanan oyunlara örnekler veriniz.

ETKİNLİK

AMAÇ: Şekillerin öteleme sonucundaki görüntülerini çizmek

ARAÇ GEREÇ: Geometri tahtası, 2 adet paket lastiği

UYGULAMA BASAMAKLARI

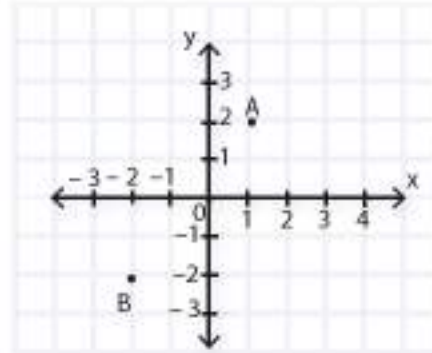
1. Geometri tahtasında bir çokgen oluşturunuz. Oluşturduğunuz çokgeni birinci çokgen şeklinde adlandırınız.
2. Oluşturduğunuz birinci çokgeni eş bir çokgen oluşturarak ikinci çokgen şeklinde adlandırınız.

SONUÇLANDIRILIM

- ✓ Birinci çokgenin konumunu ikinci çokgenin konumuna göre belirleyiniz.
- ✓ Birinci çokgeni, ikinci çokgenin konumuna getirmek için ne yapmanız gerekir? Açıklayınız.

ÖRNEK 1

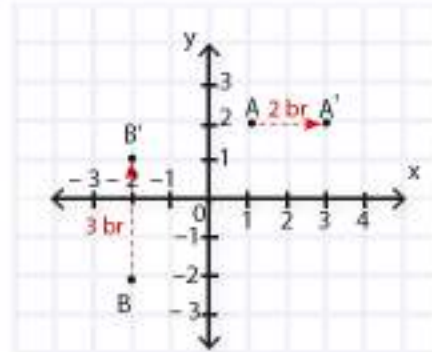
Yandaki koordinat sisteminde verilen A noktasını 2 br sağa, B noktasını 3 br yukarı ilerleterek oluşan noktaların koordinatlarını bulalım.



ÇÖZÜM

A(1, 2) noktasını 2 br sağa ilerlettığımızda yeni konumu A'(3, 2) noktası olur.

B(-2, -2) noktasını 3 br yukarı ilerlettığımızda yeni konumu B'(-2, 1) noktası olur.



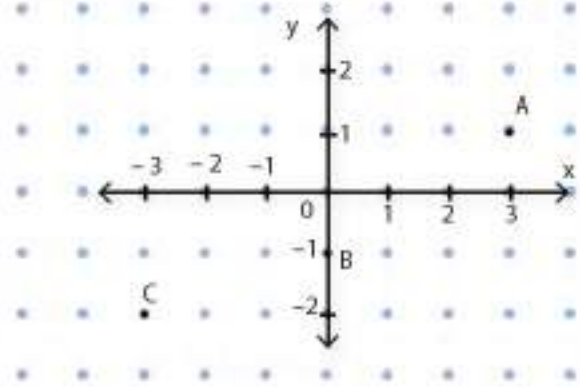
BİLGİLENERİM

Bir noktanın, doğrunun veya cismin doğrusal olarak ilettilmesine **öteleme** denir.



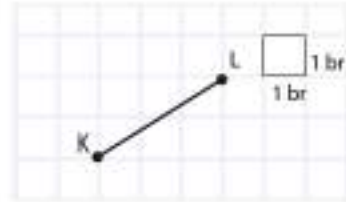
Aşağıda istenen ötelemeleri yaparak A, B ve C noktalarının görüntülerini koordinat sisteminde gösteriniz.

- A noktasını 5 birim sola
- B noktasını 2 birim yukarıya
- C noktasını 4 birim sağa



ÖRNEK 2

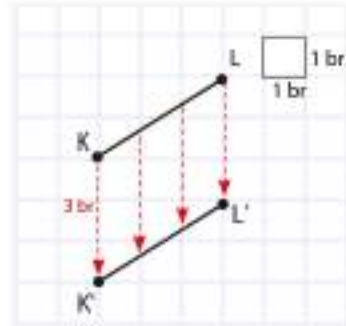
KL doğru parçasını 3 br aşağı öteleyerek görüntüsünü çizelim.



ÇÖZÜM

KL doğru parçası 3 br aşağı ötelenirse doğru parçası üzerindeki her bir nokta da 3 br aşağı ötenir.

K noktasını 3 br aşağı ötelediğimizde K' noktasına, L noktasını 3 br aşağı ötelediğimizde L' noktasına gelir. Bu iki noktayı birleştirdiğimizde KL doğru parçasına eş K'L' doğru parçası oluşur.

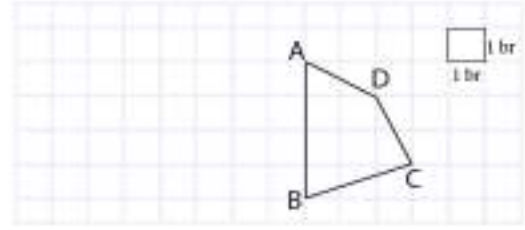


MN doğru parçasını 10 br sola ötelenmesi sonucunda oluşan görüntüsünü çiziniz.



ÖRNEK 3

Yandaki ABCD dörtgeninin 6 br sola ötelenmesi sonucunda oluşan görüntüsünü çizelim.



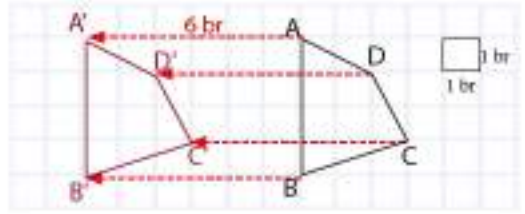
ÇÖZÜM

Şekil 6 birim sola ötelenirse dörtgen üzerindeki her bir nokta aynı yönde ötelenir.

Dörtgenin köşe noktalarını aynı yönde 6 birim sola ötelediğimizde:

$A \rightarrow A'$ $B \rightarrow B'$ $C \rightarrow C'$ $D \rightarrow D'$
noktalarına gelir ve ABCD dörtgenine eş

$A'B'C'D'$ dörtgeni oluşur.



BİLGİLENELİM

Ötelemede şeklin duruşu, büyüklüğü, biçimi değişmez sadece yeri değişir.



Aşağıda verilen şeklin 12 br sağa ötelenmesi sonucunda oluşan görüntüsünü çiziniz.



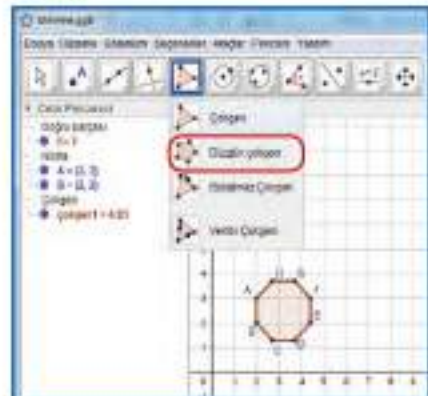
ÖRNEK 4

Bir Dinamik Geometri ve Matematik Yazılımı kullanarak koordinat sisteminde bir düzgün sekizgen oluşturalım ve oluşturduğumuz çokgeni 4 br sağa öteleyelim.

ÇÖZÜM

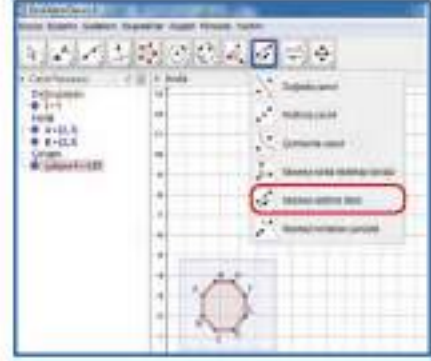
1. Adım:

Düzgün bir sekizgen çizmek için programdan "Düzgün çokgen" i seçelim. Sırasıyla (2, 3) ve (2, 2) noktalarını tıklayalım. Gelen ekrandan kenar sayısına "8" yazarak düzgün sekizgen oluşturalım.

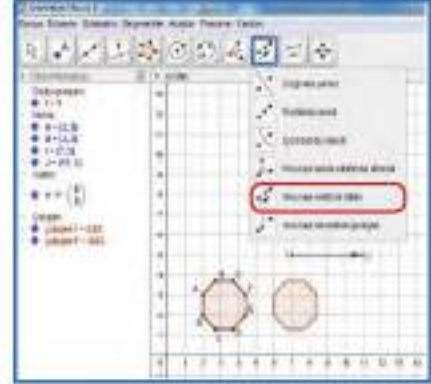


2. Adım:

Öteleyeceğimiz sekizgeni seçmek için programdan "Nesneyi vektörle ötele" yi tıklayalım. Ardından oluşturduğumuz sekizgeni seçelim.

**3. Adım:**

Düzgün sekizgeni 4 br sağa ötelemek için ekrandan sırasıyla (7, 5) ve (11, 5) noktalarını tıklayalım.



Bu durumda oluşturduğumuz sekizgen 4 br sağa ötelenmiş olacaktır.



Bir Dinamik Geometri ve Matematik Yazılımı kullanarak koordinat sisteminde bir yedigen oluşturunuz ve oluşturduğunuz çokgeni 5 br aşağıya öteleyiniz.

ÖRNEK 5

A(1, 5) noktasının 3 br sola, B(3, -2) noktasının 2 br yukarı, C(-3, -3) noktasının 3 br sağa, D(-1, 4) noktasının 6 br aşağı ötelenmesi sonucu oluşan görüntülerinin koordinatlarını bulalım. Bulduğumuz koordinatları koordinat sisteminde gösterelim.

ÇÖZÜM

A noktası 3 br sola ötelendiğinden 1. bileşen 3 br azalır.

$$A'(1 - 3, 5) = A'(-2, 5)$$

B noktası 2 br yukarı ötelendiğinden 2. bileşen 2 br artar.

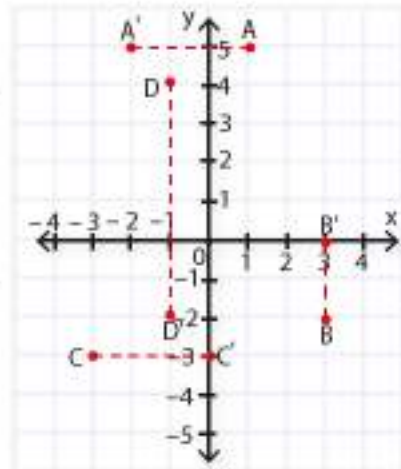
$$B'(3, -2 + 2) = B'(3, 0)$$

C noktası 3 br sağa ötelendiğinden 1. bileşen 3 br artar.

$$C'(-3 + 3, -3) = C'(0, -3)$$

D noktası 6 br aşağı ötelendiğinden 2. bileşen 6 br azalır.

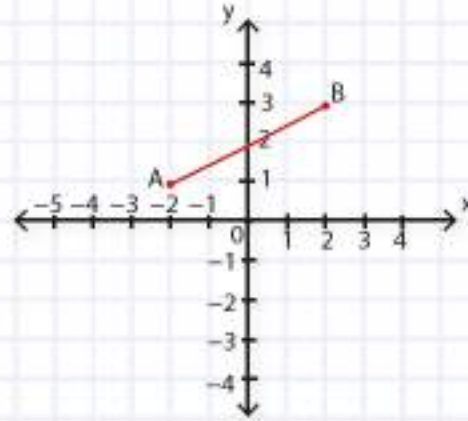
$$D'(-1, 4 - 6) = D'(-1, -2) \text{ olur.}$$



DÖNÜŞÜM GEOMETRİSİ



AB doğru parçasının 5 br aşağı ötelenmesi sonucu oluşan görüntünün koordinatlarını bulunuz. Bulduğunuz koordinatları koordinat sisteminde gösteriniz.

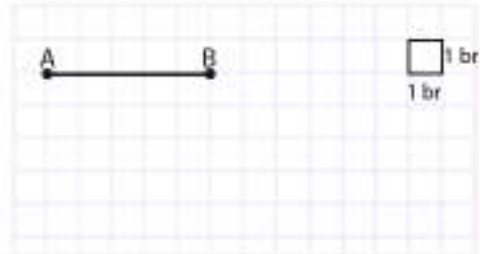


UYGULAYALIM

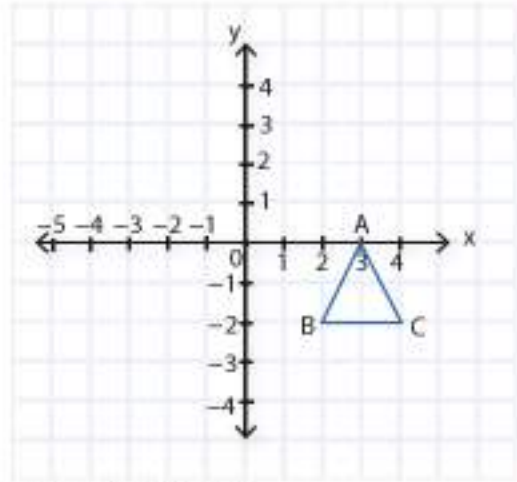
1. Aşağıda verilen tablodaki boşlukları uygun ifade veya sayılarla doldurunuz.

| Noktanın Koordinatları | İstenen Öteleme | Görüntünün Koordinatları |
|------------------------|-----------------|--------------------------|
| A(1, -3) | 2 birim sağa | A'(....., |
| B(0, 4) | 4 birim aşağıya | B'(....., |
| C(1, 3) | | C'(2, 3) |
| Ç(-4, -2) | | Ç'(-4, 5) |
| D(....., | 5 birim aşağıya | D'(7, -9) |
| E(....., | 2 birim sola | E'(-1, 4) |

2. Yanda verilen AB doğru parçasının 3 birim aşağıya ötelenmesi sonucunda oluşan görüntüsünü çiziniz. Çizdiğiniz görüntü ile AB doğru parçasının büyüklüklerini karşılaştırınız.



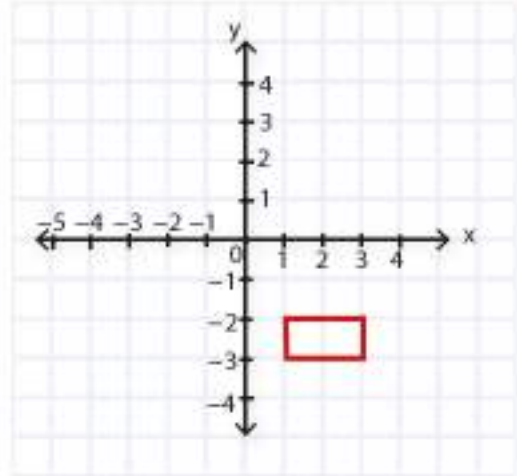
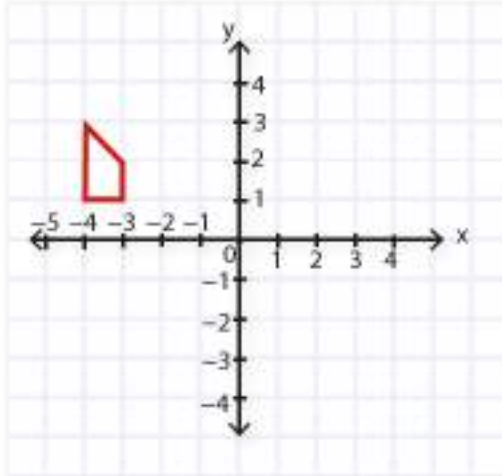
3. Yandaki koordinat sisteminde verilen ABC üçgenini 4 br sola öteleyerek görüntüsünü çiziniz.



4. Aşağıdaki şekillerin istenen ötelemeler altındaki görüntülerini çiziniz.

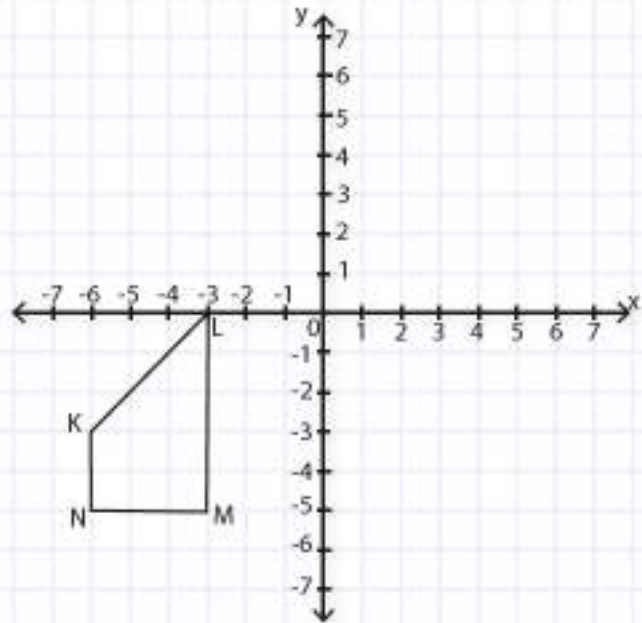
a) 5 br sağa, 3 br aşağı öteleyiniz.

b) 3 br sola, 4 br yukarı öteleyiniz.



5. Şekildeki KLMN yamuğu 8 birim sağa ve 4 birim yukarı ötelenerek K'L'M'N' yamuğu elde ediliyor. Aşağıdakilerden hangisi K'L'M'N' yamuğunun köşelerinden birinin koordinatlarıdır?

- A) (-4, 2) B) (4, -2)
C) (5, -1) D) (6, 6)



Yansıma



Verilen resimleri inceleyiniz. Resimlerin sudaki görüntülerinin neden ters olduğunu tartışınız.

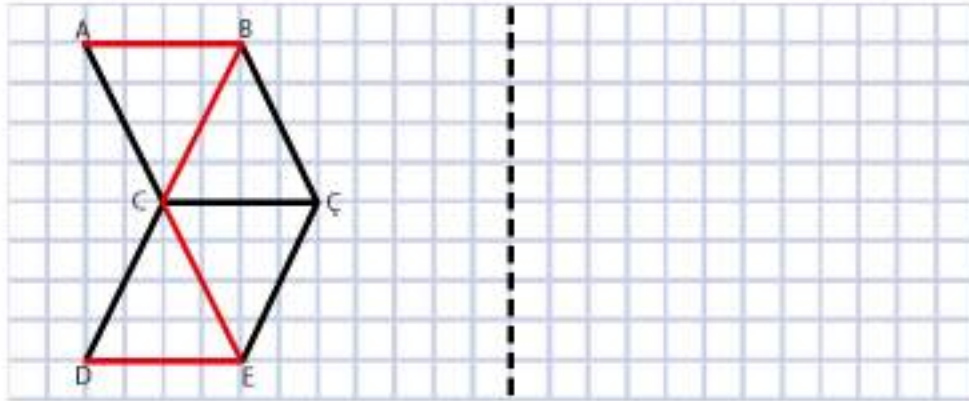
ETKİNLİK

AMAÇ: Şekillerin yansıma sonucundaki görüntülerini çizmek

ARAÇ GEREÇ: Simetri aynası, kırmızı renkli kalem ve siyah renkli kalem

UYGULAMA BASAMAKLARI

- 3 - 4 kişilik gruplar oluşturunuz.
- Aşağıda verilen kesikli çizgi üzerine simetri aynasını yerleştirerek verilen şeklin simetrisini çiziniz.



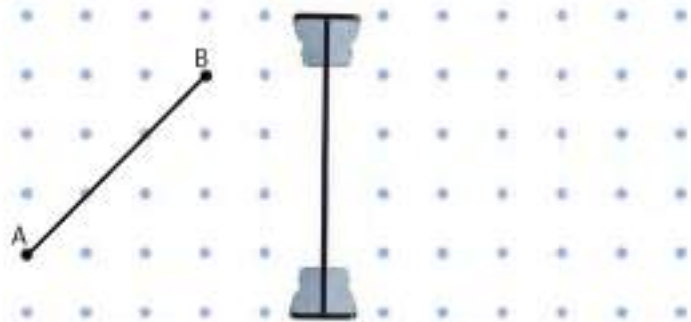
- A, B, C, Ç, D ve E noktalarının simetrisini sırasıyla A', B', C', Ç', D' ve E' şeklinde isimlendiriniz.

SONUÇLANDIRILIM

- ✓ Verilen şekil ile çizdiğiniz şekil arasındaki farkları ve benzerlikleri açıklayınız.
- ✓ A noktası ile A' noktasının simetri aynasına olan uzaklıklarını karşılaştırınız.

ÖRNEK 1

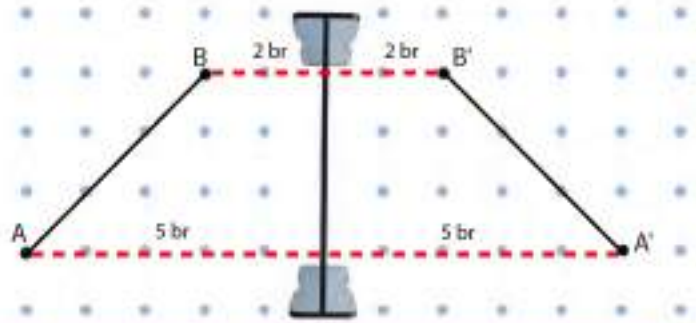
Yandaki noktalı zeminde verilen AB doğru parçasının simetri aynasındaki görüntüsünü bulalım.



ÇÖZÜM

A ve A' noktasının simetri aynasına uzaklığı 5 br'dir.
B ve B' noktasının simetri aynasına uzaklığı 2 br'dir.

Görüldüğü gibi şeklin ve yansıma görüntüsünün simetri aynasına olan uzaklıkları eşittir.



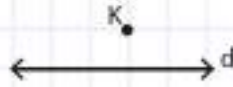
BİLGİLENERİM

Bir şeklin doğruya göre simetrisine **yansıma** denir. Yansımanın yapıldığı doğruya ise **simetri doğrusu** denir.

Yansıma aynı zamanda bir şeklin aynada oluşan görüntüsüdür.



Aşağıda verilen K noktasının d doğrusuna göre yansıma altındaki görüntüsünü çiziniz.



ÖRNEK 2

Yandaki koordinat sisteminde verilen noktaların y eksenine göre yansımalarını bulalım.

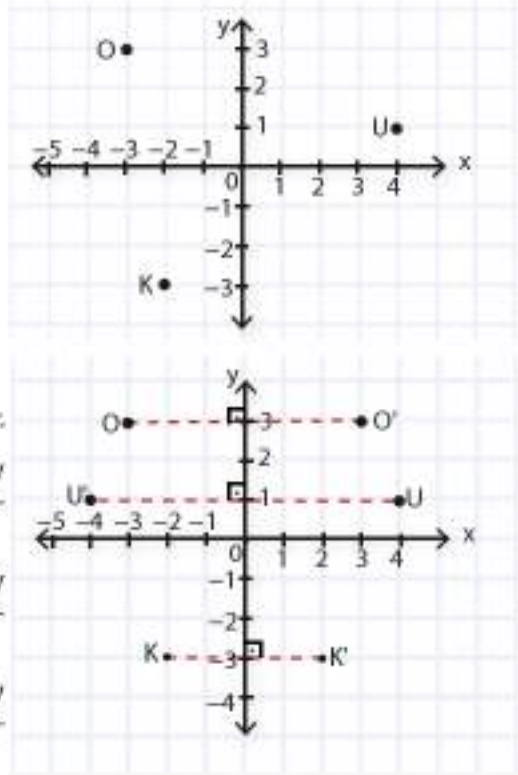
ÇÖZÜM

Noktanın ve yansıma altındaki görüntüsünün simetri doğrusuna (y eksenine) uzaklıkları eşit olmalıdır.

O noktasının yansıma sonucu oluşan görüntüsü y eksenine 3 br uzaklıktaki O' noktasıdır. O ve O' noktaları simetri doğrusuna diktir.

U noktasının yansıma sonucu oluşan görüntüsü y eksenine 4 br uzaklıktaki U' noktasıdır. U ve U' noktaları simetri doğrusuna diktir.

K noktasının yansıma sonucu oluşan görüntüsü y eksenine 2 br uzaklıktaki K' noktasıdır. K ve K' noktaları simetri doğrusuna diktir.



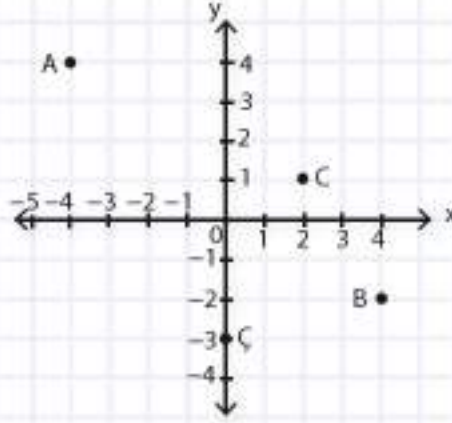
DÖNÜŞÜM GEOMETRİSİ

BİLGİLENERİM

Simetri doğrusu üzerinde bulunan noktaların yansıma altındaki görüntüleri değişmez.

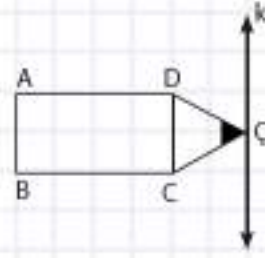


Aşağıdaki koordinat sisteminde verilen noktaların x eksenine göre yansımalarını bulunuz.



ÖRNEK 3

Yandaki şeklin k doğrusuna göre yansıma altındaki görüntüsünü çizelim.



ÇÖZÜM

A ve A' noktasının k doğrusuna uzaklığı 6 br

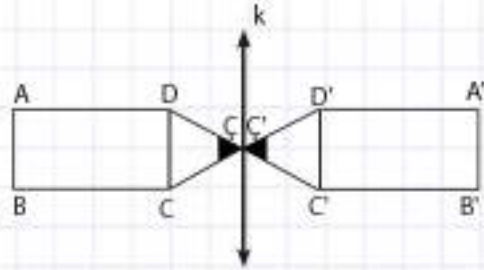
B ve B' noktasının k doğrusuna uzaklığı 6 br

C ve C' noktasının k doğrusuna uzaklığı 2 br

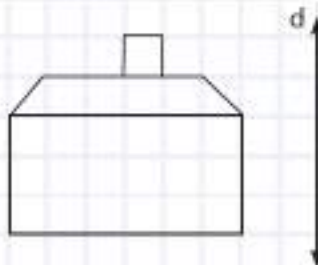
Ç ve Ç' noktaları simetri doğrusu üzerinde

D ve D' noktasının k doğrusuna uzaklığı 2 br' dir.

A', B', C, Ç' ve D' noktaları birleştirildiğinde ABCÇD şeklinin yansıma altındaki görüntüsü A'B'C'Ç'D' olur.



Aşağıdaki şeklin d doğrusuna göre yansıma altındaki görüntüsünü çiziniz.



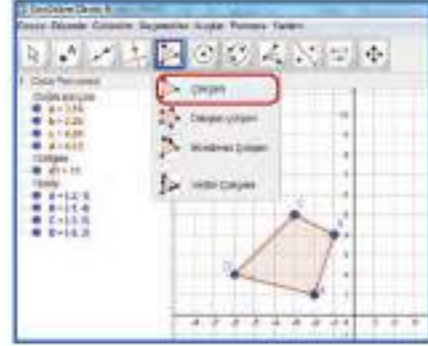
ÖRNEK 4

Bir Dinamik Geometri ve Matematik Yazılımı kullanarak koordinat sisteminde bir dörtgen oluşturulmuş ve oluşturduğumuz dörtgeni y eksenine göre yansıtılmış.

ÇÖZÜM

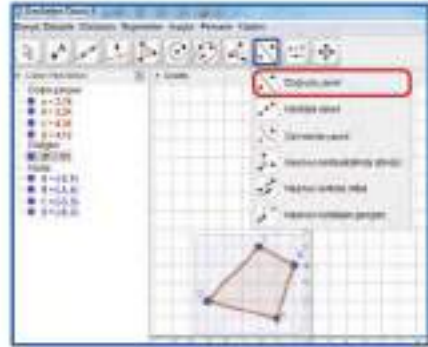
1. Adım:

Bir dörtgen oluşturmak için programdan "Çokgen" i seçelim. Sırasıyla $(-2, 1)$, $(-1, 4)$, $(-3, 5)$, $(-6, 2)$ ve $(-2, 1)$ noktalarını tıklayalım.



2. Adım:

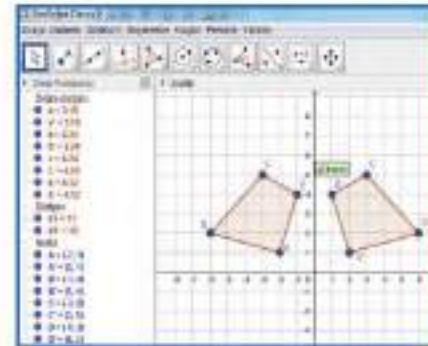
Yansıtacağımız dörtgeni seçmek için programdan "Doğruda yansıt" i tıklayalım. Ardından oluşturduğumuz dörtgeni seçelim.



3. Adım:

Dörtgeni y eksenine göre yansıtmak için y eksenini tıklayalım.

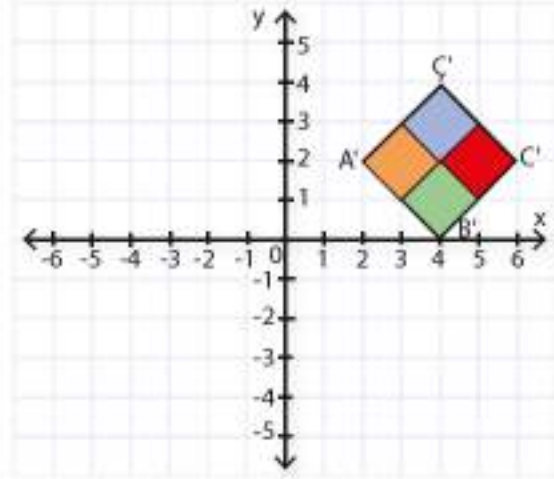
Bu durumda oluşturduğumuz dörtgen y eksenine göre yansımış olacaktır.



Bir Dinamik Geometri ve Matematik Yazılımı kullanarak koordinat sisteminde bir beşgen oluşturulmuş ve oluşturduğunuz beşgeni x eksenine göre yansıtılmış.

ÖRNEK 5

Yanda y eksenine göre yansıma altındaki görüntüsü verilen $ABCC'$ karesini bulalım.



ÇÖZÜM

Yansıma altındaki görüntüsü verilen şekli bulmak için köşe noktalarının koordinatlarını belirleyelim.

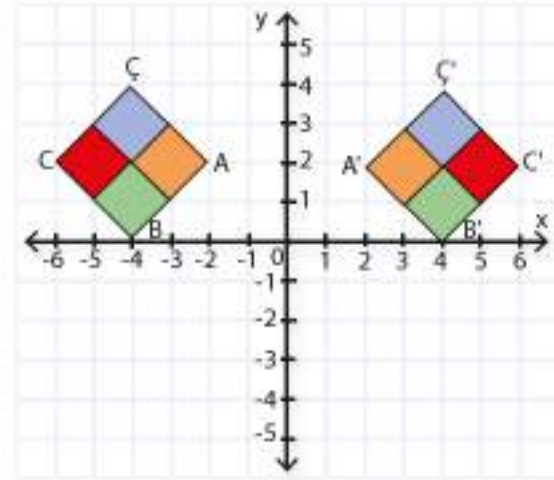
$$A'(2, 2) \rightarrow A(-2, 2)$$

$$B'(4, 0) \rightarrow B(-4, 0)$$

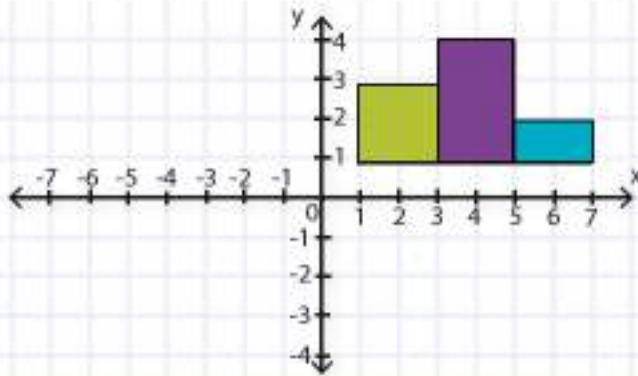
$$C'(6, 2) \rightarrow C(-6, 2)$$

$$C'(4, 4) \rightarrow C(-4, 4) \text{ olur.}$$

Bu noktalar birleştirildiğinde $ABCC'$ karesini elde ederiz.

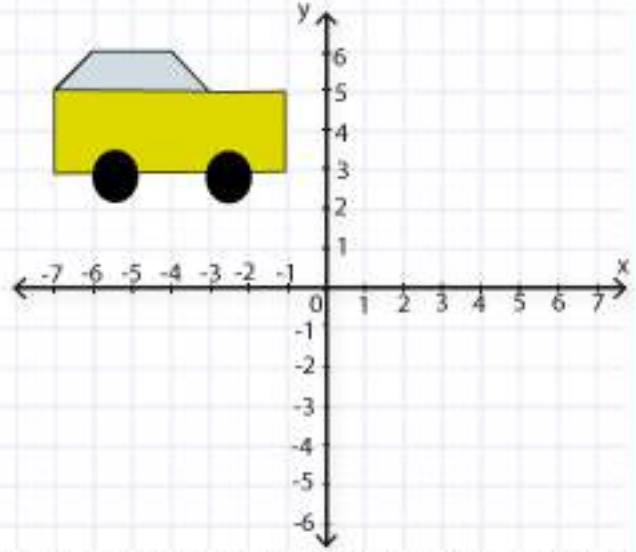


Aşağıda x eksenine göre yansıma altındaki görüntüsü verilen şekli çiziniz.

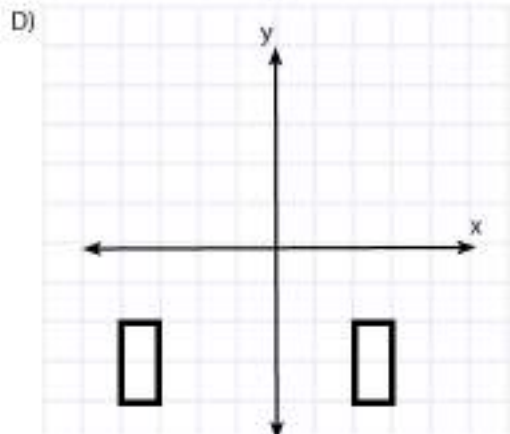
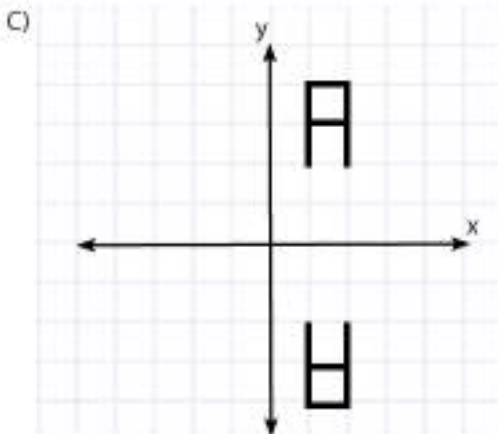
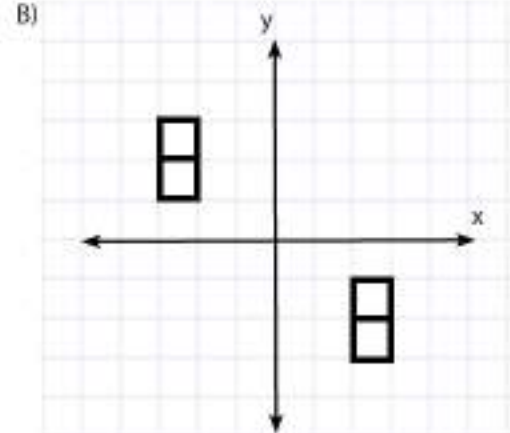
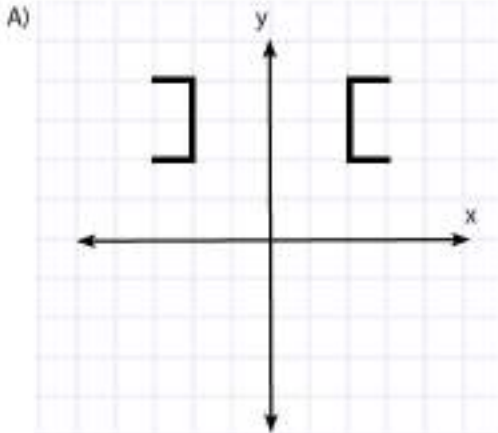


UYGULAYALIM

1. Yandaki koordinat sisteminde verilen şeklin x ve y eksenine göre yansıma altındaki görüntülerini çizin.



2. Aşağıdaki noktaların x eksenine göre yansıma altındaki görüntülerine ait koordinatlarını bulunuz.
 $A(0, 2) \rightarrow \dots\dots\dots$ $B(1, 2) \rightarrow \dots\dots\dots$ $C(-2, 4) \rightarrow \dots\dots\dots$
3. Aşağıdaki noktaların y eksenine göre yansıma altındaki görüntülerine ait koordinatlarını bulunuz.
 $A(-2, 0) \rightarrow \dots\dots\dots$ $B(3, -1) \rightarrow \dots\dots\dots$ $C(4, 1) \rightarrow \dots\dots\dots$
4. Aşağıdakilerin hangisinde x eksenine göre yansıma vardır?



Ardışık Öteleme ve Yansıma

Selçuklu tarihinden günümüze kalan en özel ve nadide miraslardan biri olan çini sanatı, pek çok mimari yapıda kullanılmıştır. Özellikle cami ve türbelerin duvarlarında karşılaştığımız bu sanat, köşk ve sarayların iç ve dış cephelerini de süslemektedir.

Çini sanatına ait yandaki motifi inceleyiniz. Motifte yer alan öteleme ve yansımaları bulunuz.



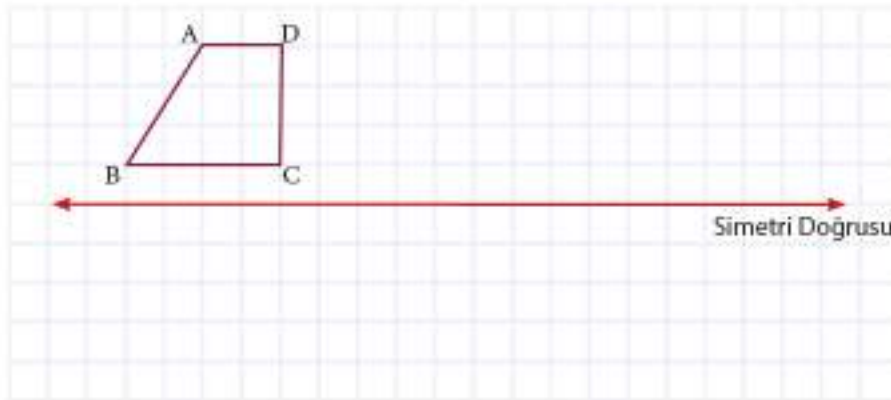
ETKİNLİK

AMAÇ: Çokgenlerin öteleme ve yansımalar sonucunda ortaya çıkan görüntüsünü oluşturmak

ARAÇ GEREÇ: Kalem

UYGULAMA BASAMAKLARI

1. Aşağıda verilen ABCD dörtgeninin 8 birim sağa öteleme altındaki görüntüsünü çizerek $A'B'C'D'$ şeklinde adlandırınız.
2. Oluşturduğunuz şeklin (verilen simetri doğrusuna göre) yansıma altındaki görüntüsünü çizerek $A''B''C''D''$ şeklinde adlandırınız.

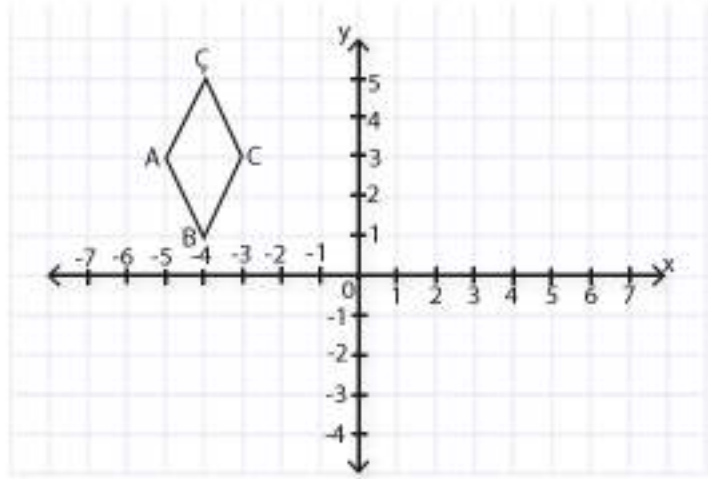


SONUÇLANDIRALIM

- ✓ ABCD dörtgeninden $A''B''C''D''$ dörtgenine farklı bir dönüşümle ulaşabilir misiniz? Tartışınız.

ÖRNEK 1

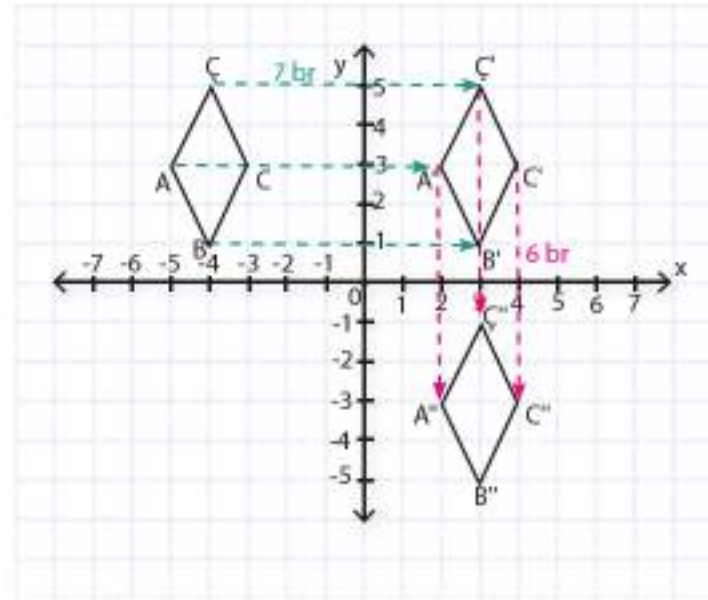
Yandaki koordinat sisteminde verilen $ABC\check{C}$ dörtgenini 7 br sağa ve 6 br aşağı öteleyerek oluşan şeklin görüntüsünü çizelim.



ÇÖZÜM

$ABC\check{C}$ dörtgenini 7 br sağa ötelediğimizde $A'B'C'\check{C}'$ dörtgeni oluşur.

Oluşan $A'B'C'\check{C}'$ dörtgenini 6 br aşağıya ötelediğimizde ise $A''B''C''\check{C}''$ dörtgeni oluşur.

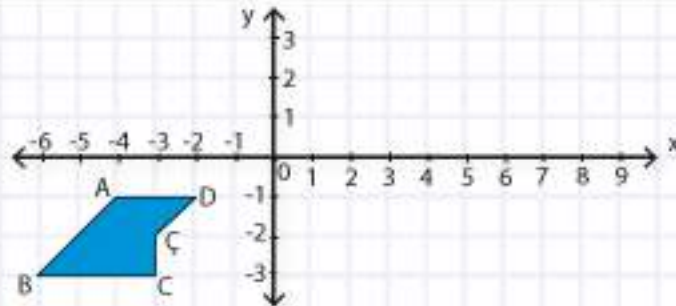


BİLGİLENELİM

Bir şekle birden fazla öteleme yapılması durumuna **ardışık öteleme** denir.



Aşağıda verilen $ABC\check{C}D$ beşgenini koordinat sisteminde 2 birim yukarı ardından 10 birim sağa öteleyerek oluşan şeklin görüntüsünü çiziniz.



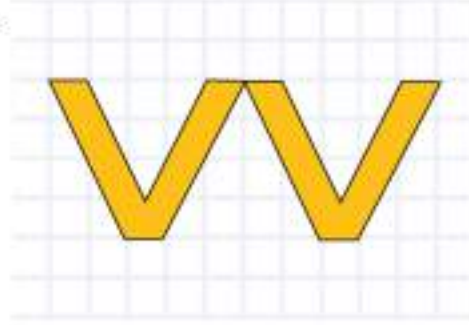
ÖRNEK 2

Yanda verilen şekli 5 birim sola öteleyelim. Oluşan şekli 10 birim sola öteleyerek yeni bir şekil oluşturalım.

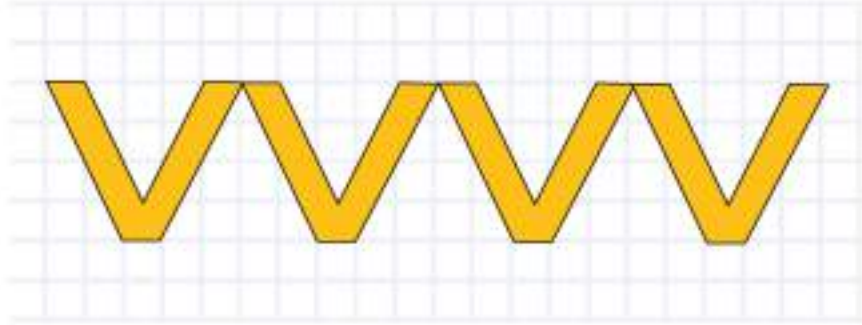


ÇÖZÜM

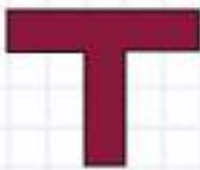
Verilen şekli 5 birim sola ötelediğimizde yandaki şekil oluşur.



Elde ettiğimiz şekli 10 birim sola ötelediğimizde oluşan şekil ise yandaki gibi olur.



Aşağıda verilen şekli, 5 birim sağa öteleyiniz. Oluşan şekli 10 birim sağa öteleyerek yeni bir şekil oluşturunuz.



ÖRNEK 3

Yandaki koordinat sisteminde verilen desenin y eksenine göre yansıma altındaki görüntüsünü bulduktan sonra elde ettiğimiz desenin x eksenine göre yansıma altındaki görüntüsünü çizelim.

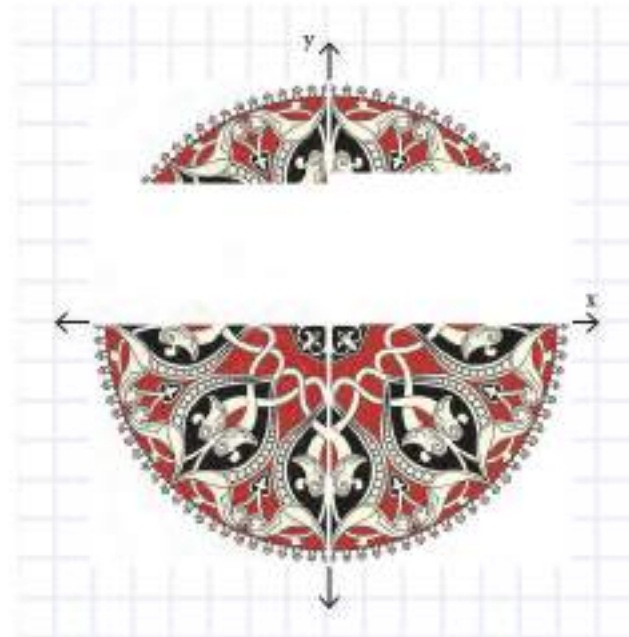


ÇÖZÜM

Verilen desenin y eksenine göre yansıma altındaki görüntüsü yandaki gibidir.



Elde ettiğimiz desenin x eksenine göre yansıma altındaki görüntüsü ise yandaki gibi olur.



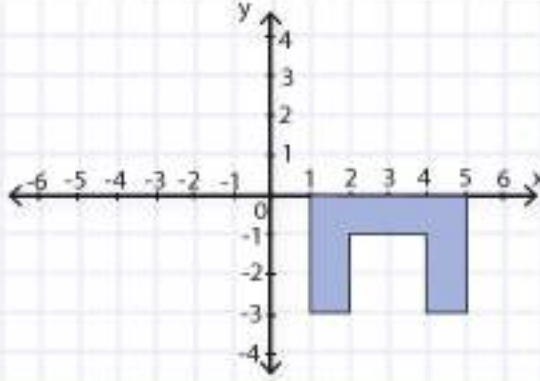
DÖNÜŞÜM GEOMETRİSİ

BİLGİLENERİM

Bir şekle birden fazla yansıma yapılması durumuna **ardışık yansıma** denir.

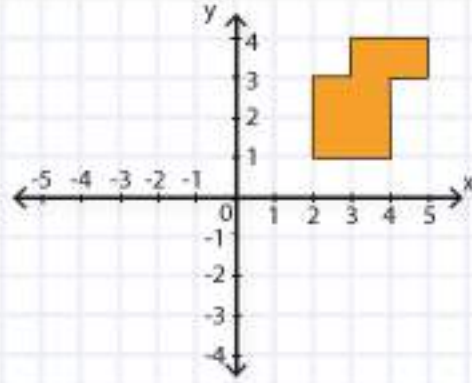


Aşağıdaki koordinat sisteminde verilen şeklin x eksenine göre yansıma altında görüntüsünü çizdikten sonra elde ettiğiniz görüntünün y eksenine göre yansıma altındaki görüntüsünü çizin.



ÖRNEK 4

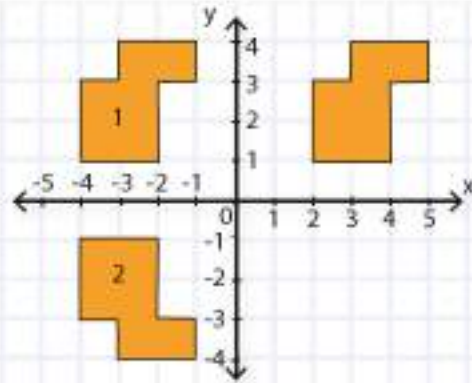
Yandaki koordinat sisteminde verilen şekli 6 birim sola öteledikten sonra oluşan görüntünün x eksenine göre yansıma altındaki görüntüsünü çizelim.



ÇÖZÜM

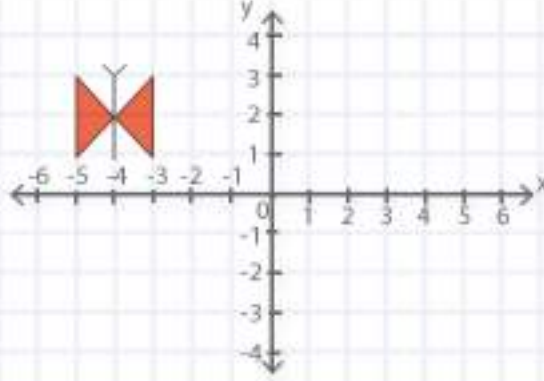
Verilen şekli 6 birim sola ötelediğimizde 1 numaralı görüntüyü elde ederiz.

1 numaralı görüntüyü x eksenine göre yansıttığımızda 2 numaralı görüntü oluşur.



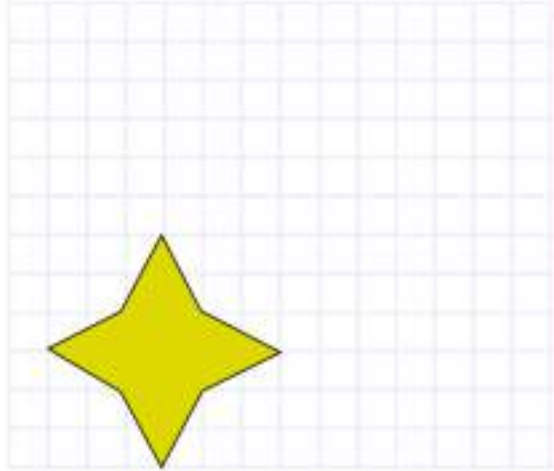


Aşağıdaki koordinat sisteminde verilen şekli 5 birim sağa öteleedikten sonra oluşan görüntünün x eksenine göre yansıma altındaki görüntüsünü çizin.

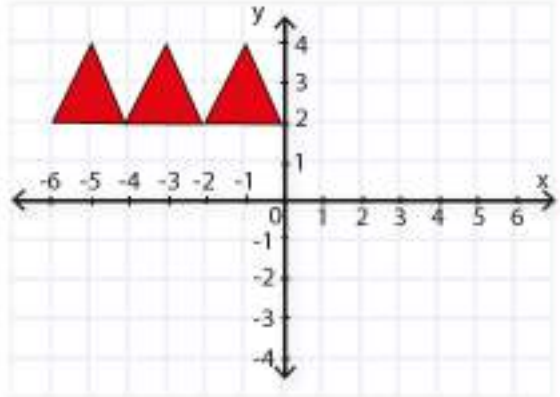


UYGULAYALIM

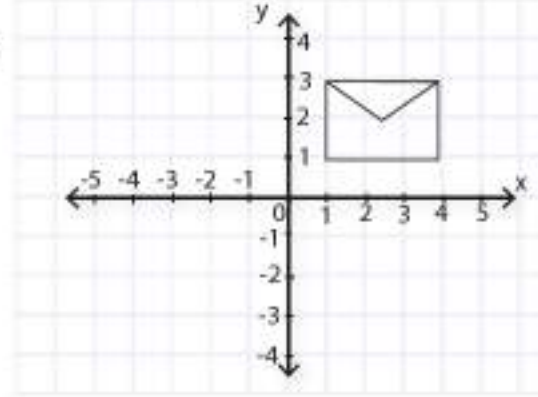
1. Yanda verilen çokgeni 6 birim yukarı ve 6 birim sağa öteleyerek oluşan şeklin görüntüsünü çizin.



2. Yandaki koordinat sisteminde verilen şeklin y eksenine göre yansıma altındaki görüntüsünü bulduktan sonra elde ettiğiniz desenin x eksenine göre yansımasını çizin.

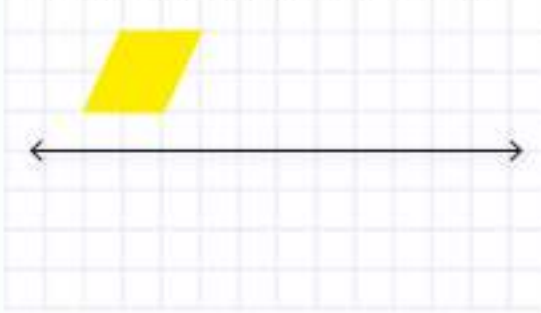


3. Yandaki koordinat sisteminde verilen şeklin 3 birim aşağıya öteleme altındaki görüntüsünü bulduktan sonra elde ettiğiniz görüntünün y eksenine göre yansımasını çiziniz.

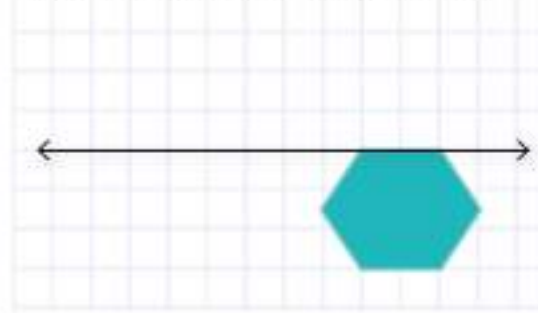


4. Aşağıdaki şekillerin istenilen ötelemeli yansıma altındaki görüntüsünü çiziniz.

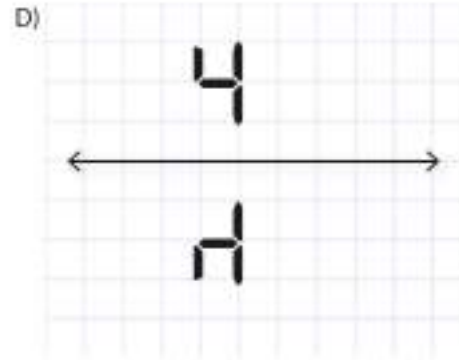
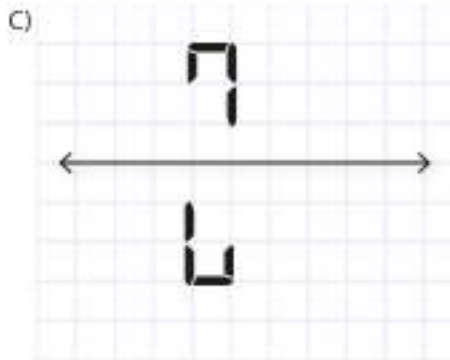
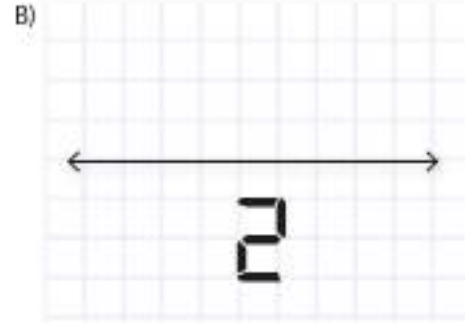
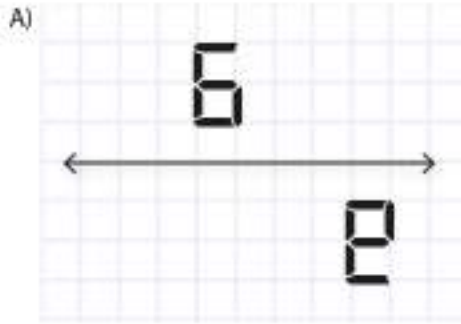
a) 5 birim sağa öteleme ve doğruya göre yansıma



b) Doğruya göre yansıma ve 4 birim sola öteleme



5. Aşağıdakilerin hangisinde verilen şekiller doğruya göre birbirinin ötelemeli yansımasıdır?



Dik Prizmalar

Günlük hayatta dik prizma modelleri birçok alanda karşımıza çıkmaktadır. Bu alanlardan bazıları mimari, tasarım, sağlık ve gıdadır.

Görsellerde verilen prizma modellerini isimlendiriniz. Bu prizma modellerini isimlendirirken nelere dikkat ettiğinizi tartışınız.



ETKİNLİK

DIKKATLİ KULLANALIM!



AMAÇ: Dik prizmaları inşa etmek

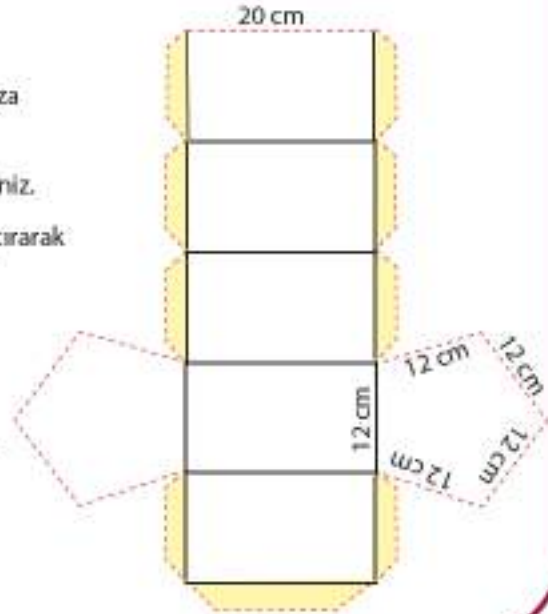
ARAÇ GEREÇ: Karton (50 x 70 cm), kalem, makas, yapıştırıcı, cetvel, açıölçer

UYGULAMA BASAMAKLARI

1. Yanda açılımı verilen prizmayı kartonunuza çiziniz (Beşgenlerin her iç açısı 108° dir.).
2. Kesikli çizgileri takip ederek çiziminizi kesiniz.
3. Sarı renkli kısımları uygun yüzeylere yapıştırarak dik prizmayı oluşturunuz.

SONUÇLANDIRALIM

- ✓ Elde ettiğiniz prizmayı isimlendiriniz.
- ✓ Prizmanın tabanlarını, yan yüzeylerini ve yüksekliğini gösteriniz.



ÖRNEK 1

Yanda verilen çadırın geometrik cisimler yardımı ile inceleyelim.

Bu modelin taban, yan yüzey, ayrt ve yüksekliğini belirleyerek açılımını çizelim.



ÇÖZÜM

Verilen çadır bir üçgen dik prizma modelidir.

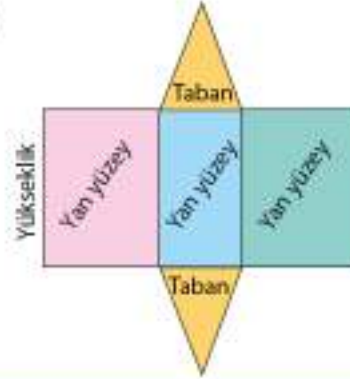
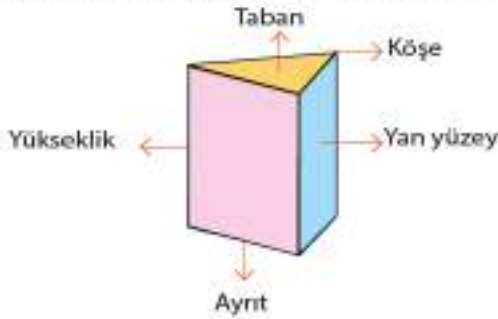
Üçgen dik prizmanın tabanları birbirine paralel eş üçgensel bölgelerden, yan yüzeyleri de tabanlara dik dikdörtgensel bölgelerden oluşur.

Yüzeylerin kesişimi dik prizmaların ayrtlarıdır.

Ayrtların kesişimi dik prizmaların köşe noktalarıdır.

Dik prizmaların yükseklikleri tabanlara dik olan yan ayrtlardır.

Üçgen dik prizmanın 5 yüzü, 9 ayrtı ve 6 köşesi vardır.



BİLGİLENELİM

İki yüzü birbirine paralel eş çokgendenden oluşan ve yan ayrtları tabana dik olan prizmalara **dik prizma** denir. Dik prizmalar tabanlarına göre adlandırılır.

Dik prizmaların:

- ✓ Alt ve üst tabanları birbirine eş ve paraleldir.
- ✓ Yan yüzeyleri dikdörtgensel bölgelerdir.
- ✓ Yan ayrtları aynı zamanda yükseklikleridir.



Dikdörtgen dik prizma



Altıgen dik prizma

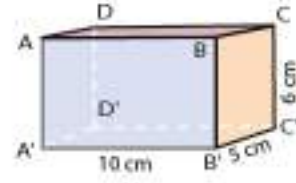


Aşağıda verilen buzdolabını kare dik prizma modeliyle gösteriniz. Bu modelin taban, yan yüzey, ayrt ve yüksekliğini belirleyerek açılımını çiziniz.



ÖRNEK 2

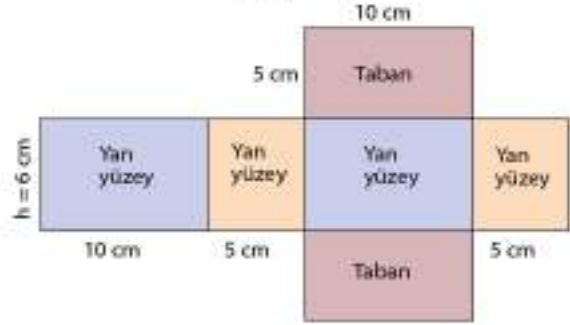
Yandaki dikdörtgen dik prizmanın özelliklerini inceleyerek açılımını çizelim.



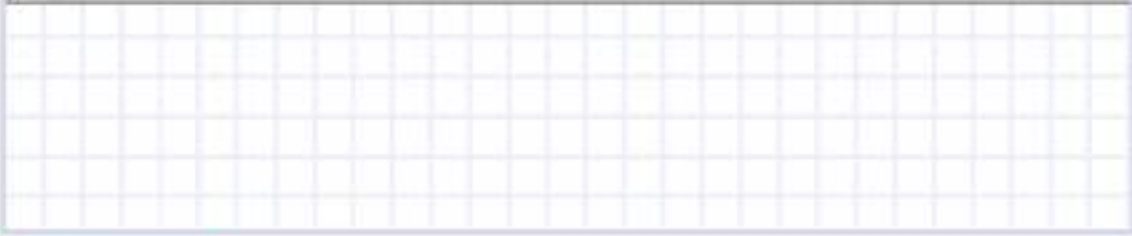
ÇÖZÜM

Dikdörtgen dik prizmanın:
6 yüzeyi (2 taban, 4 yan yüzey),
12 ayrıtı (4 yan ayrıt aynı zamanda prizmanın yüksekliğidir,) ve 8 köşesi vardır.

Dikdörtgen dik prizmanın açılımı yandaki gibidir.

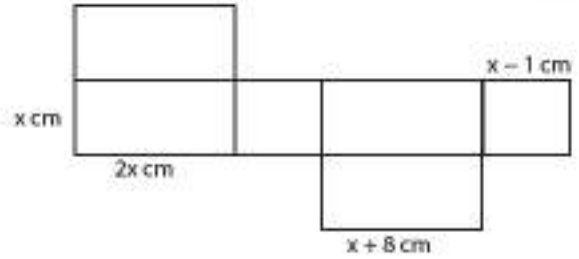


Yüksekliği 5 cm, taban ayrıt uzunluğu 3 cm olan düzgün beşgen dik prizmanın özelliklerini inceleyerek açılımını çiziniz.



ÖRNEK 3

Yanda verilen açılımın çevresini hesaplayarak bu açılımın hangi prizmaya ait olduğunu bulalım.



ÇÖZÜM

Verilen açılımı prizma hâline getirdiğimizde $2x$ cm ve $x + 8$ cm uzunluklarının eşit olduğunu görürüz. Bu eşitlikten yararlanarak x değerini bulalım.

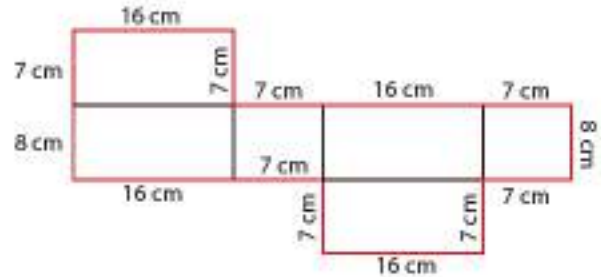
$$\begin{aligned} 2x &= x + 8 \\ 2x - x &= x + 8 - x \\ x &= 8 \text{ olur.} \end{aligned}$$

Eşitliğin her iki tarafından x çıkarılır.

x yerine 8 yazarak açılımın uzunluklarını yazalım.

Açılımın çevresini (kırmızı doğru parçaları) hesaplayalım.

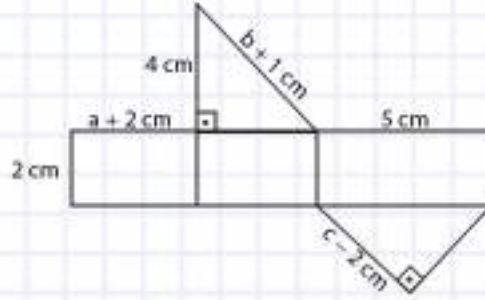
$$\begin{aligned} \text{Çevre} &= 4 \cdot 16 + 8 \cdot 7 + 2 \cdot 8 \\ &= 64 + 56 + 16 \\ &= 136 \text{ cm olur.} \end{aligned}$$



Prizmanın tabanı ve yan yüzleri dikdörtgen olduğundan açılım bir dikdörtgen dik prizmaya aittir.

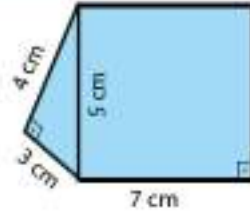


Aşağıda açılımı verilen üçgen dik prizmada a, b ve c değerlerini bulunuz.

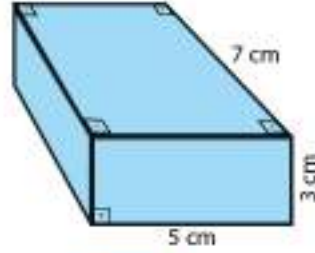


UYGULAYALIM

1. Yandaki dik üçgen dik prizmanın tabanlarını, yan yüzeylerini, ayrıtlarını ve yüksekliğini belirleyerek açılımını çiziniz.



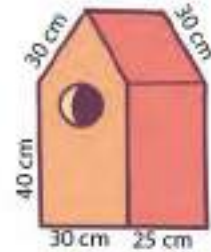
2. Ayrıtların uzunlukları yanda verilen dikdörtgen dik prizmanın ayrıtlarının uzunlukları toplamına eşit olan küpün bir ayrıtlar uzunluğunu bulunuz.



3. Yanda verilen bal peteğinin hangi geometrik cisme benzediğini bulunuz ve bulduğunuz geometrik cismin açılımını çiziniz.



4. Yanda verilen kuş yuvası yapılırken beşgen dik prizma modelinden yararlanılmıştır. Bu kuş yuvasının yapılabilmesi için gerekli olan tahta parçalarının birer modelini çiziniz.



5. Yedigen dik prizmanın ayrıtlar sayısı aşağıdakilerden hangisidir?

A) 14

B) 21

C) 28

D) 42

Dik Dairesel Silindir

Mersin ilinde bulunan ve mahalleye de adını veren Kız Kalesi, küçük bir adacığın üzerinde kurulmuştur. Kıyıya uzaklığı, bulunduğunuz yere göre değişmekle birlikte ortalama 600 m kadardır.

Kalede bulunan bir yazıttan 1199 yılında 1. Leon (Liyan) tarafından yaptırılmış olduğunu öğreniyoruz.

Sizce Kız Kalesi'nin mimarisinde hangi geometrik cisimler kullanılmıştır?



ETKİNLİK

AMAÇ: Dik dairesel silindiri inşa etmek

ARAÇ GEREÇ: 2 adet A4 kâğıdı, bant, makas

UYGULAMA BASAMAKLARI

1. A4 kâğıdını kısa kenarı yan yana gelecek şekilde bükerek bantlayınız (Şekil 1).
2. Oluşturduğunuz şeklin alt ve üst tabanlarına eş iki daire kesiniz.
3. Kestiğiniz daireleri oluşturduğunuz şeklin altına ve üstüne yapıştırınız (Şekil 2).

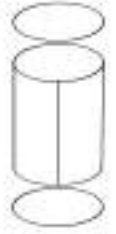
SONUÇLANDIRILIM

- ✓ Dik dairesel silindirin açınımda hangi şekiller bulunur?

DİKKATLİ KULLANALIM!



Şekil 1



Şekil 2

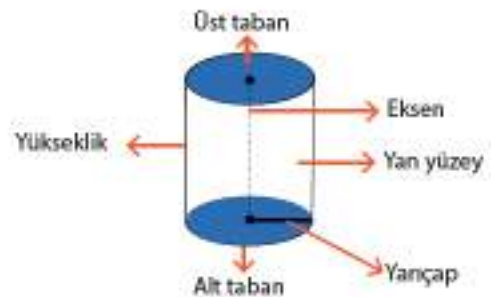
ÖRNEK 1

Yanda verilen termosu geometrik cisimler yardımıyla inceleyelim.

ÇÖZÜM

Verilen termos bir dik dairesel silindir modelidir. Dik dairesel silindirin tabanları birbirine paralel eş dairelerdir. Tabanlardaki dairelerin merkezlerini birleştiren doğru parçası silindirin eksenidir.

Dik dairesel silindire ait yan yüzey, yükseklik, yarıçap, eksen ve taban yanda gösterilmiştir.





Aşağıda verilen kareli kâğıda bir dik silindir çizerek bu silindirin tabanlarını, yan yüzeyini ve yüksekliğini belirleyiniz.



BİLGİLENERİM

Tabanları paralel ve eş dairelerden oluşan geometrik cisimlere **silindir** denir.

Alt ve üst tabanların merkezlerini birleştiren doğru parçasına **eksen** denir.

Ekseni tabanlara dik olan silindire **dik dairesel silindir** denir. Dik dairesel silindirde eksen aynı zamanda silindirin yüksekliğidir.

ÖRNEK 2

Yanda verilen konserve kutusunun açılımını çizelim.
Açılımındaki uzunlukları inceleyelim.



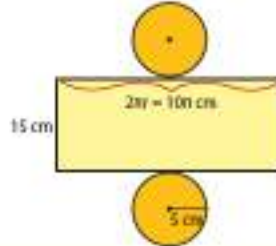
ÇÖZÜM

Verilen konserve kutusu bir dik dairesel silindir modelidir.

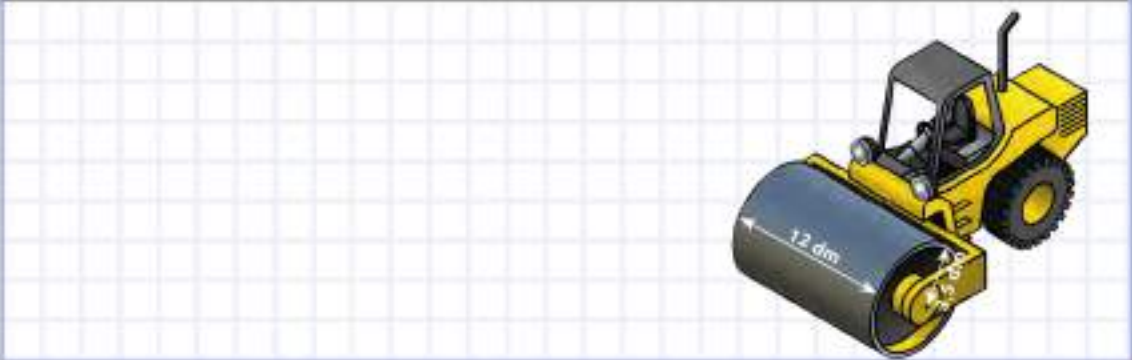
Dik dairesel silindirin açılımında yan yüzey dikdörtgenel bölgedir. Dikdörtgenin tabanlara dik olan kenar uzunluğu silindirin yüksekliğine eşittir. Bu durumda kavanozun yüksekliği 15 cm olur.

Dikdörtgenin diğer kenar uzunluğu tabandaki dairenin çevresine eşittir. Modelde tabandaki dairenin çap uzunluğu 10 cm verilmiştir. Bu yüzden dairenin yarıçap uzunluğu 5 cm olur.

$$\begin{aligned} \text{Tabandaki dairenin çevresi} &= 2\pi r \\ &= 2 \cdot \pi \cdot 5 \\ &= 10\pi \text{ cm olur.} \end{aligned}$$

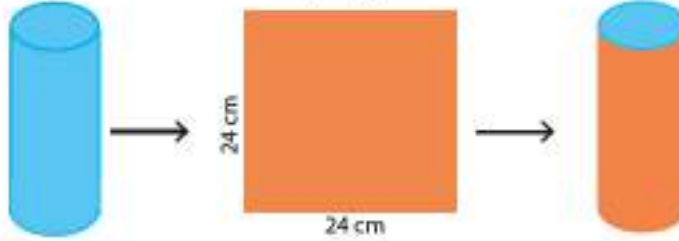


Aşağıda verilen asfalt silindirinin açılımını çizip uzunluklarını bulunuz ($\pi = 3$ alınız.).



ÖRNEK 3

Aşağıda verilen silindirin yan yüzeyi, kare şeklindeki kâğıt hiç artmayacak şekilde aşağıdaki gibi kaplanıyor. Kaplanan silindirin taban yarıçapını bulalım ($\pi = 3$ alalım.).



ÇÖZÜM

Verilen silindirin taban çevresi karenin bir kenar uzunluğudur.

Tabandaki dairenin çevresi = $2\pi r$

$$24 = 2 \cdot 3 \cdot r$$

$$\frac{24}{6} = \frac{6 \cdot r}{6} \quad \text{Her iki taraf 6'ya bölünür.}$$

$$4 = r$$

Silindirin taban yarıçapı 4 cm olur.



Aşağıda verilen dikdörtgen, yüksekliği 18 cm olan bir silindirin yan yüzüdür. Bu silindirin taban yarıçapını bulunuz ($\pi = 3$ alınız.).



ÖRNEK 4

Yanda verilen davulun çapı 50 cm ve yan yüzünü oluşturan dikdörtgenin çevresi 380 cm olduğuna göre davulun kasnak genişliğini bulalım ($\pi = 3$ alalım.).

ÇÖZÜM

Verilen davul bir dik dairesel silindir modelidir. Modelin açılımını çizelim. Açınımında yan yüzü oluşturan dikdörtgenin kenar uzunluklarından biri kasnak genişliği (h) diğeri taban çevresidir ($2\pi r$). O hâlde dikdörtgenin çevresinden yararlanarak kasnak genişliğini (h) bulalım.

$$\text{Davulun yarıçapı} = \frac{50}{2} = 25 \text{ cm'dir.}$$

$$\text{Dikdörtgenin çevresi} = 2 \cdot (2\pi r + h)$$

$$\frac{380}{2} = \frac{2 \cdot (2 \cdot 3 \cdot 25 + h)}{2}$$

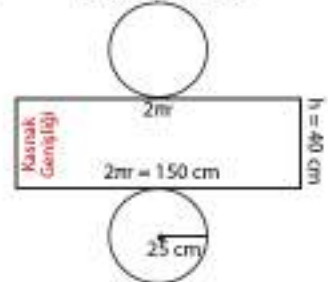
$$190 = 150 + h$$

$$40 = h$$

Davulun kasnak genişliği 40 cm olur.

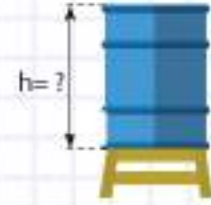


Dairenin alanı = πr^2





Yarıçap uzunluğu 5 dm ve yan yüzünü oluşturan dikdörtgenin çevresi 200 dm olan dik dairesel silindir şeklindeki su deposunun yüksekliğini bulunuz ($\pi = 3$ alınız.).



ÖRNEK 5

Yanda verilen boya kutusunun yüzey alanını, yüzeylerini oluşturan geometrik şekiller yardımıyla bulalım ($\pi = 3$ alalım.).



ÇÖZÜM

Verilen boya kutusu dik dairesel silindir modelidir.

Dik dairesel silindirin alanı alt ve üst taban alanı ile yan yüzey alanının toplamına eşittir.

Yan yüzey alanını ve taban alanını bulalım.

Yan yüzey alanı, taban çevresi ile yüksekliğin çarpımına eşittir.

Yan yüzey alanı = taban çevresi \cdot yükseklik

$$\begin{aligned} \text{Yan yüzey alanı} &= 2\pi r \cdot h \\ &= 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 12 \\ &= 360 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

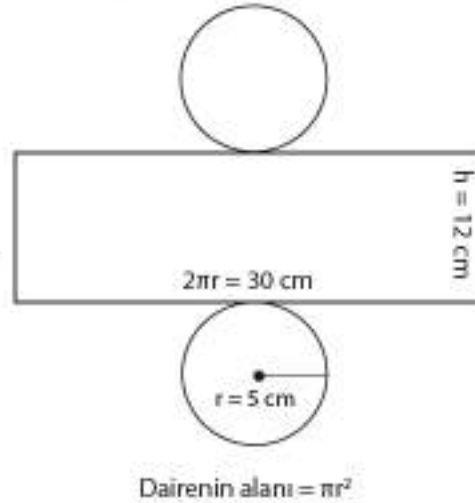
Tabanı daire olduğundan taban alanını πr^2 ile bulalım.

$$\begin{aligned} \text{Taban alanı} &= \pi r^2 \\ &= 3 \cdot 5^2 \\ &= 75 \text{ cm}^2 \text{ olur.} \end{aligned}$$

Birbirine eş iki taban olduğundan taban alanının 2 katı ile yan yüzey alanını toplayarak dik dairesel silindirin yüzey alanını bulalım.

$$\begin{aligned} \text{Yüzey alanı} &= \text{yan yüzey alanı} + 2 \cdot \text{taban alanı} \\ &= 360 \text{ cm}^2 + 2 \cdot 75 \text{ cm}^2 \\ &= 360 \text{ cm}^2 + 150 \text{ cm}^2 \\ &= 510 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

Boya kutusunun yüzey alanı 510 cm^2 olur.

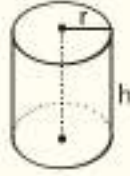


BİLGİLENERİM

Dik dairesel silindirin yüzey alanı, yan yüzey alanı ile taban alanlarının toplamına eşittir.

Yüzey alanı = yan yüzey alanı + 2 · taban alanı

$$= 2\pi r \cdot h + 2 \cdot \pi r^2$$

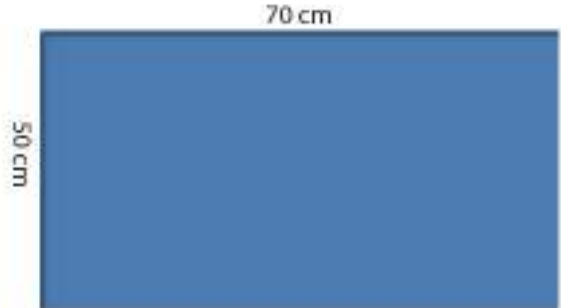


Aşağıda verilen mumun yüzey alanının kaç π olduğunu bulunuz.



Problem Çözelim

Burak, yanda ölçüleri verilen kartonu kullanarak yarıçapı 10 cm ve yüksekliği 30 cm olan dik dairesel silindir şeklinde hediye kutusu inşa edecektir. Hediye kutusunu hazırladıktan sonra elinde kalan kartonun alanını bulalım ($\pi = 3$ alalım.).



Bu problemi, problem çözme basamaklarından yararlanarak çözelim.

Problemi Anlayalım

Problemde verilenleri ve istenenleri sıralayalım.

Verilenler

- * 50 x 70 cm büyüklüğünde karton
- * Yarıçapı 10 cm ve yüksekliği 30 cm olan dik dairesel silindir

İstenen

- * Artan karton miktarı

Plan Yapalım

Kartonun alanını ve dik dairesel silindirin yüzey alanını bulalım. Kartonun alanından dik dairesel silindirin alanını çıkaralım.

Planı Uygulayalım

Kartonun alanı:

Karton dikdörtgen olduğundan kısa kenar ile uzun kenar çarpımına eşittir.

Kartonun alanı = $50 \cdot 70 = 3500 \text{ cm}^2$ olur.

Silindirin yüzey alanı:

Silindirin yüzey alanı yan yüz alanı ve taban alanları toplamına eşittir.

Yüzey alanı = yan yüz alanı + taban alanları

$$\begin{aligned} &= 2\pi rh + 2\pi r^2 \\ &= 2 \cdot 3 \cdot 10 \cdot 30 + 2 \cdot 3 \cdot 10^2 \\ &= 1800 + 600 \\ &= 2400 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

Kalan kartonu bulmak için kartonun alanından dik dairesel silindirin alanını çıkaralım.

$$\begin{aligned} \text{Kalan karton} &= 3500 - 2400 \\ &= 1100 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

Kontrol Edelim

Çözümü kontrol etmek için kalan karton ile silindirin alanını toplayıp verilen kartonun alanına eşitleyelim.

Kartonun alanı = $50 \cdot 70 = 3500 \text{ cm}^2$ dir.

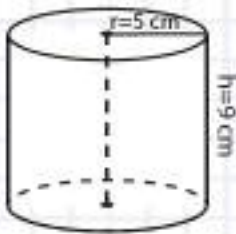
Kalan alan ile silindirin alanını toplayalım.

$$\begin{aligned} \text{Kalan alan} + \text{silindirin yüzey alanı} &= 1100 + 2\pi rh + 2\pi r^2 \\ &= 1100 + 2 \cdot 3 \cdot 10 \cdot 30 + 2 \cdot 3 \cdot 10^2 \\ &= 1100 + 1800 + 600 \\ &= 3500 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

Kalan karton ile silindirin yüzey alanı toplamı başta kullanılan kartonun alanına eşit olduğundan bulduğumuz sonuç doğrudur.



Aşağıda verilen silindirin yüzey alanını bulunuz ($\pi=3$ alınız.).



ÖRNEK 6

Yüksekliği 5 m ve yarıçapı 30 cm olan dik dairesel silindir şeklindeki sütunun yan yüzeyini kaplamak için kaç m^2 duvar kâğıdı kullanılacağını bulalım ($\pi = 3$ alalım.).

ÇÖZÜM

Kullanılacak duvar kâğıdını bulmak için sütunun yanal alanını hesaplayalım.

Silindirin yarıçapı $r = 30 \text{ cm} = 0,3 \text{ m}$ olduğundan

$$\begin{aligned} \text{Taban çevresi} &= 2\pi r \\ &= 2 \cdot 3 \cdot 0,3 \\ &= 1,8 \text{ m} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Kullanılacak kâğıdın alanı} &= \text{taban çevresi} \cdot \text{yükseklik} \\ &= 2\pi r \cdot h \\ &= 1,8 \cdot 5 \\ &= 9 \text{ m}^2 \text{ olur.} \end{aligned}$$



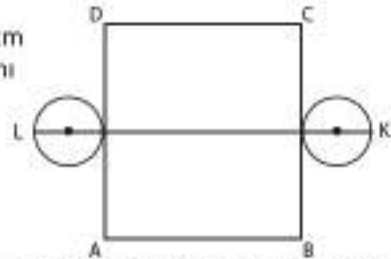
Bir kenarı 20 cm ve alanı 6000 cm^2 olan turuncu şerit, varile şeklindeki gibi sarılmıştır. Buna göre varilin taban yarıçapının uzunluğunu bulunuz ($\pi = 3$ alınız.).



UYGULAYALIM

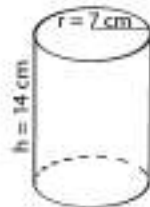
1. Yarıçap uzunluğu 7 br, yüksekliği 15 br olan dik dairesel silindirin açılımını çiziniz ($\pi = 3$ alınız.).

2. Yanda verilen dik dairesel silindir açılımında $|AB| = 48 \text{ cm}$ ve $|KL| = 84 \text{ cm}$ olduğuna göre silindirin taban yarıçapını bulunuz.

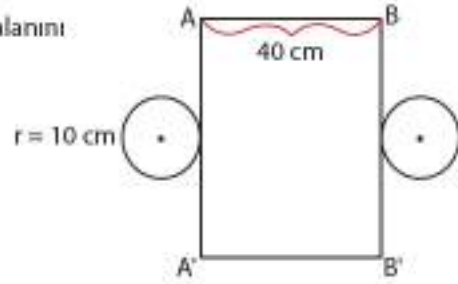


3. Yarıçap uzunluğu 5 cm ve yan yüzünün çevresi 84 cm olan dik dairesel silindirin yüksekliğini bulunuz. ($\pi = 3$ alınız.).

4. Yandaki dik dairesel silindirin yüzey alanını bulunuz ($\pi = \frac{22}{7}$ alınız.).

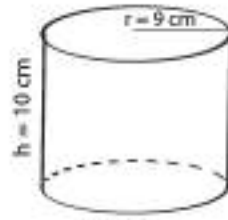


5. Yanda açılımını verilen dik dairesel silindirin yüzey alanını bulunuz ($\pi = 3,14$ alınız).

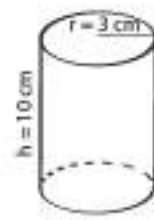


6. Yan yüzey alanı 168 br^2 ve yarıçapı 14 br olan dik dairesel silindirin yüzey alanını bulunuz ($\pi = 3$ alınız).

7. Yanda verilen I. silindirin yan yüzey alanının II. silindirin yan yüzey alanına oranını bulunuz.

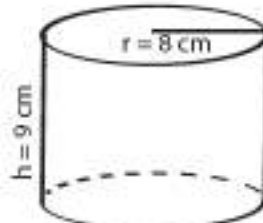


I. Silindir

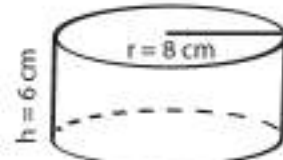


II. Silindir

8. Yanda verilen I. silindirin yan yüzey alanının, II. silindirin yan yüzey alanına oranını bulunuz.



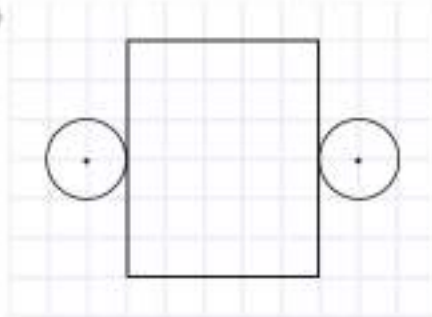
I. Silindir



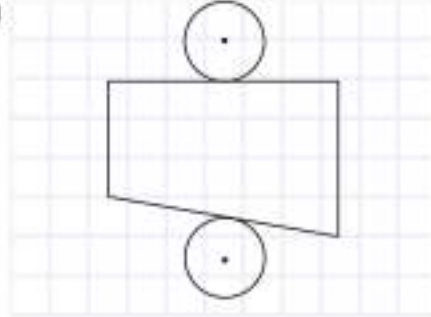
II. Silindir

9. Aşağıda verilen şekillerden hangisi dik dairesel silindirin açılımı değildir?

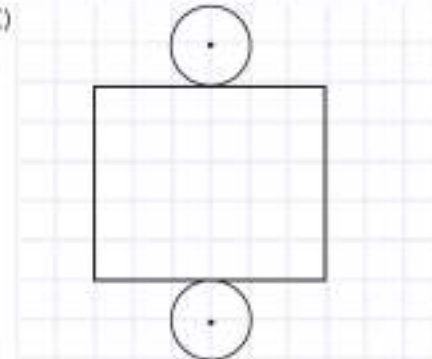
A)



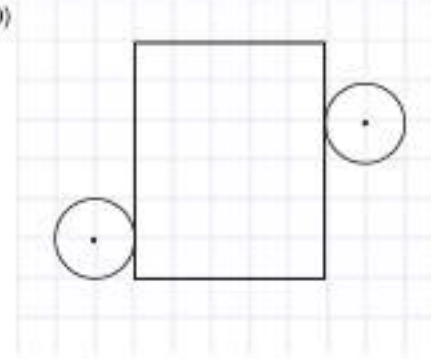
B)



C)



D)



Dik Dairesel Silindirin Hacmi

Araba motorunun hacmi motorda bulunan silindirlerin hacimleri toplamı kadardır. Bu toplam Cubic Centimeter (Kübik Santimetir) kelimelerinin baş harfleri olan "cc" santimetreküp ile ifade edilir. Bir motorun 1600 cc olması içindeki silindirlerin toplam hacminin 1600 santimetreküp veya 1,6 litre olması demektir.

Sizce her birinin hacmi 500 cc olan 8 silindirli bir arabanın motor hacmi nasıl hesaplanır?



ETKİNLİK

DİKKATLİ KULLANALIM!

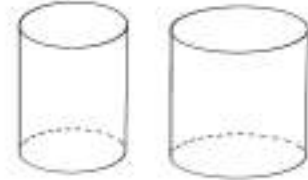


AMAÇ: Dik dairesel silindirin hacim bağıntısını oluşturmak.

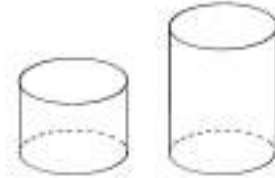
ARAÇ GEREÇ: Birimküpler, 4 adet asetat kâğıdı, zımba

UYGULAMA BASAMAKLARI

1. 5-6 kişilik gruplar oluşturunuz.
2. İki asetat kâğıdı ile yükseklikleri aynı taban alanları farklı yandaki gibi iki silindir oluşturunuz.



3. İki asetat kâğıdı ile taban alanları aynı yükseklikleri farklı yandaki gibi iki silindir oluşturunuz.



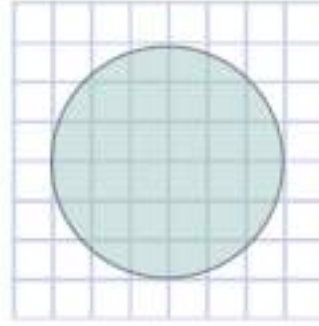
4. Oluşturduğunuz silindirlerin içlerini her katta eşit sayıda birimküp olacak biçimde doldurunuz.

SONUÇLANDIRALIM

- ✓ Silindirin içinin ne kadar birimküp alabileceği silindirin hangi özelliklerine bağlıdır? Açıklayınız.
- ✓ Silindirin hacmini hesaplamaya yönelik bir kural bulmaya çalışınız.

ÖRNEK 1

Yandaki kareli kâğıtta yüksekliği 5 br olan dik silindirin taban dairesi verilmiştir. Dik silindirin hacmini tahmin edelim.



ÇÖZÜM

Prizmalarda hacim, taban alanı ile yüksekliğin çarpımına eşittir. Soruda verilen taban alanını tahmin ederek yükseklikle çarpalım.

Silindirin taban alanında 16 tam kare vardır. Tabandaki mavi alanların her biri tahmini olarak 2 br^2 ve sarı alanların her biri tahmini olarak 1 br^2 alınabilir.

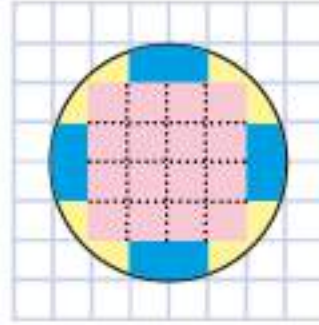
Pembe alanlar toplamı: $4 \cdot 4 = 16 \text{ br}^2$

Mavi alanlar toplamı: $4 \cdot 2 = 8 \text{ br}^2$

Sarı alanlar toplamı: $4 \cdot 1 = 4 \text{ br}^2$

Dik silindirin yaklaşık taban alanı: $16 + 8 + 4 = 28 \text{ br}^2$ olur.

Dik silindirin yüksekliği 5 birim verilmiştir. Bu durumda silindirin hacmi tahmini olarak $5 \cdot 28 = 140 \text{ br}^3$ olur.



BİLGİLENERİM

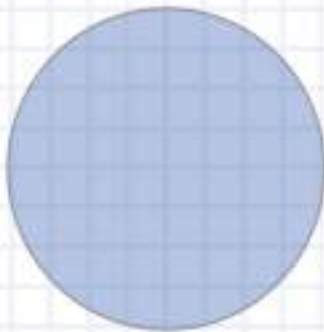
Dik dairesel silindirin hacmi, taban alanı ile yüksekliğin çarpımına eşittir.

Hacim = taban alanı \cdot yükseklik

Hacim = $\pi r^2 \cdot h$ olur.

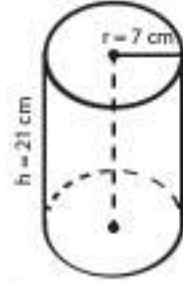


Aşağıdaki kareli kâğıtta yüksekliği 4 br olan dik silindirin taban dairesi verilmiştir. Buna göre dik silindirin hacmini tahmin ediniz.



ÖRNEK 2

Taban yarıçapı 7 cm ve yüksekliği 21 cm olan dik dairesel silindirin hacmini bulalım ($\pi = \frac{22}{7}$ alalım.).

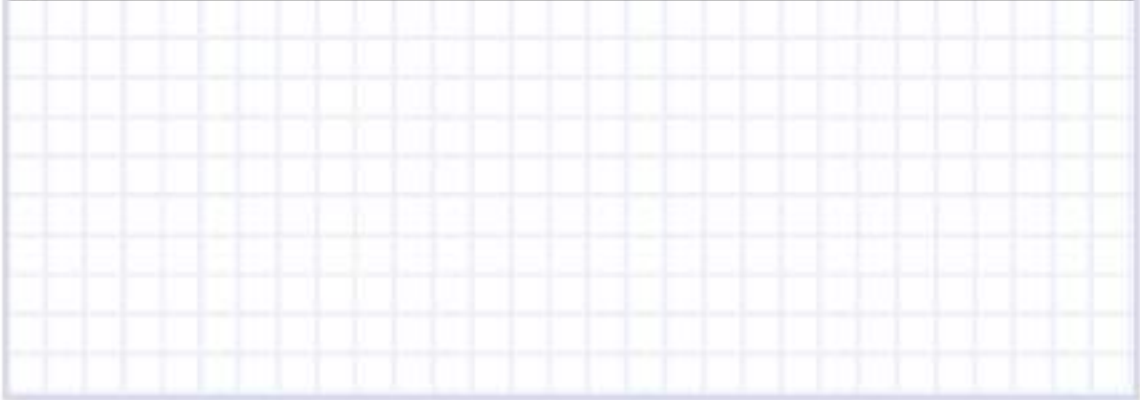


ÇÖZÜM

Dik dairesel silindirin hacmini bulmak için taban alanı ile yüksekliğini çarpalım.

Hacim = taban alanı · yükseklik

$$\begin{aligned} &= \pi r^2 \cdot h \\ &= \frac{22}{7} \cdot 7^2 \cdot 21 \\ &= 3234 \text{ cm}^3 \text{ olur.} \end{aligned}$$



Problem Çözelim

Yanda verilen dikdörtgen dik prizma şeklindeki kutunun tamamı kefir ile doludur. Bu kaptaki kefirin tamamı dik dairesel silindir şeklindeki bardağa dolduruluyor. Bardağın taban yarıçapı 3 cm olduğuna göre kefirin yüksekliğini bulalım ($\pi = 3$ alalım.).



Bu problemi, problem çözme basamaklarından yararlanarak çözelim.

Problemi Anlayalım

Problemde verilenleri ve istenenleri sıralayalım.

Verilen

* Ayırtları 5 cm, 6 cm ve 9 cm olan dikdörtgen dik prizma şeklindeki içi dolu kefir kutusu

İstenen

* Taban yarıçapı 3 cm olan dik silindir şeklindeki bardakta bulunan kefirin yüksekliği

Plan Yapalım

Kutudaki kefir miktarı ile bardaktaki kefir miktarı eşittir. Kefirin hacmini bulmak için kutunun hacmini hesaplayalım. Daha sonra dik dairesel silindirin taban alanı ile yüksekliğinin çarpımını dikdörtgen dik prizmanın hacmine eşitleyelim. Bu eşitliği kullanarak kefirin yüksekliğini bulalım.

Planı Uygulayalım

Kutunun içindeki kefirin hacmi, taban alanı ile yüksekliğin çarpımıdır.

$$\text{Kutunun hacmi} = 5 \cdot 6 \cdot 9$$

$$= 270 \text{ cm}^3 \text{ olur. Bu değer aynı zamanda bardaktaki kefirin hacmidir.}$$

Bardaktaki kefirin hacmi, taban alanı ile yüksekliğin çarpımıdır.

$$\text{Bardağın hacmi} = \pi r^2 \cdot h$$

$$270 = 3 \cdot 3^2 \cdot h$$

$$\frac{270}{27} = \frac{27 \cdot h}{27}$$

$$10 = h$$

Bardaktaki kefirin yüksekliği 10 cm olur.

Kontrol Edelim

Taban yarıçapı 3 cm, yüksekliği 10 cm olan dik dairesel silindirin hacmi ile ayırtlarının uzunlukları 5, 6 ve 9 cm olan dikdörtgen dik prizmanın hacminin eşit olduğunu gösterelim.

$$\text{Silindirin hacmi} = \text{taban alanı} \cdot \text{yükseklik}$$

$$= 3 \cdot 3^2 \cdot 10$$

$$= 270 \text{ cm}^3$$

$$\text{Prizmanın hacmi} = \text{taban alanı} \cdot \text{yükseklik}$$

$$= 5 \cdot 6 \cdot 9$$

$$= 270 \text{ cm}^3$$

Bulduğumuz sonuçlar eşit olduğu için çözümümüz doğrudur.



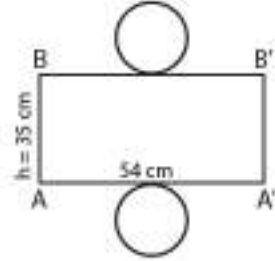
Bir ayrıttının uzunluğu 8 cm olan küpün içine yerleştirilen en büyük hacimli dik dairesel silindirin hacmini bulunuz ($\pi = 3$ alınız).



UYGULAYALIM

1. Taban yarıçapı 10 cm ve yüksekliği 13 cm olan dik dairesel silindirin hacmini bulunuz ($\pi = 3,14$ alınız.).

2. Yanda açılımı verilen dik dairesel silindirin hacmini bulunuz ($\pi = 3$ alınız.).



3. Çevre uzunluğu 20 cm olan karesel bölge bir kenan etrafında 360° döndürülerek silindir oluşturuyor. Buna göre oluşturulan silindirin hacmini bulunuz ($\pi = 3$ alınız.).

4. Taban yarıçapı 8 cm ve yüksekliği 25 cm olan dik silindir şeklindeki sürahi limonata ile doludur. Limonata taban yarıçapı 4 cm ve yüksekliği 10 cm olan dik silindir şeklindeki bardaklara tam doldurulacaktır. Bu iş için kaç bardak kullanılacağını bulunuz.

5. Yarıçapı 2 br olan bir dik dairesel silindirin yan yüz açılımı karesel bölgedir. Buna göre verilen silindirin hacmi kaç birimküptür? ($\pi = 3$ alınız.)

A) 81

B) 100

C) 144

D) 169

Dik Piramit

Antalya ilinde bulunan Cam Piramit 3000 m² si taban alanı olmak üzere toplam 6000 m² kapalı alana sahiptir.

Sizce Cam Piramit hangi geometrik şekillerden oluşmuştur?



ETKİNLİK

DIKKATLİ KULLANALIM!

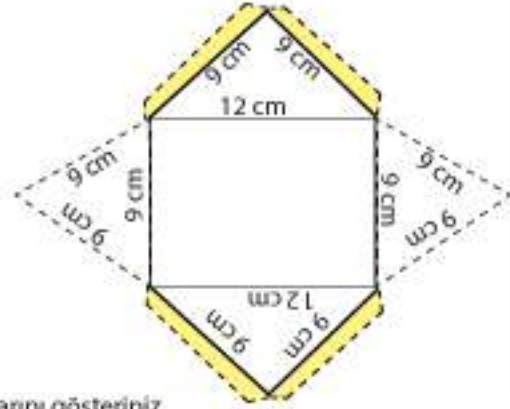


AMAÇ: Dik piramidi inşa etmek

ARAÇ GEREÇ: Karton (50 x 70), pergel, cetvel, makas, kalem, yapıştırıcı

UYGULAMA BASAMAKLARI

1. Yanda açılımı verilen piramidi pergel ve cetvel yardımıyla kartonunuza çiziniz.
2. Kesikli çizgileri takip ederek çiziminizi kesiniz.
3. Sarı renkli kısımları uygun yüzeylere yapıştırarak piramidi oluşturunuz.



SONUÇLANDIRILIM

- ✓ Elde ettiğiniz piramidi isimlendiriniz.
- ✓ Piramidin tabanını, yan yüzeylerini ve ayrıtlarını gösteriniz.

ÖRNEK 1

Yanda verilen Mısır piramidini geometrik cisimler yardımıyla inceleyelim.



ÇÖZÜM

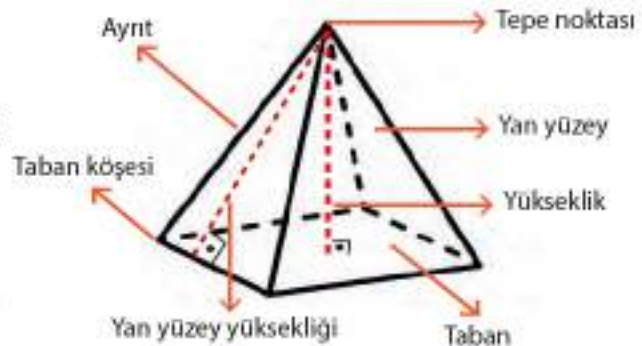
Verilen piramit bir kare dik piramit modelidir.

Kare dik piramidin taban köşesi, yan yüzeyi, yan yüzey yüksekliği, ayrıtı, tabanı, tepe noktası ve yüksekliği yanda gösterilmiştir.

Kare dik piramidin tabanı karedir.

4 yan yüzeyi, 5 köşesi ve 8 ayrıtı vardır.

Kare dik piramidin yan yüzeyleri üçgen bölgedir.



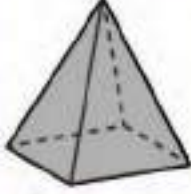
BİLGİLENERİM

Bir çokgensel bölgenin tüm noktalarının bulunduğu yüzey dışındaki bir nokta ile birleşimine **piramit** denir.

Piramidin tepe noktasının tabana olan uzaklığına **piramidin yüksekliği** denir.

Yüksekliği tabanın merkezinden geçen piramide **dik piramit** denir.

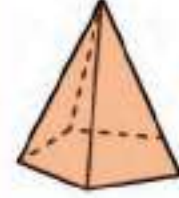
Piramitler tabanlarındaki çokgene göre adlandırılır.



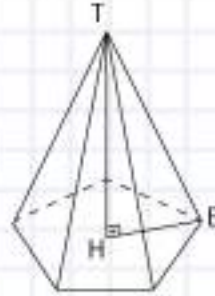
Kare dik piramit



Dikdörtgen dik piramit



Beşgen dik piramit



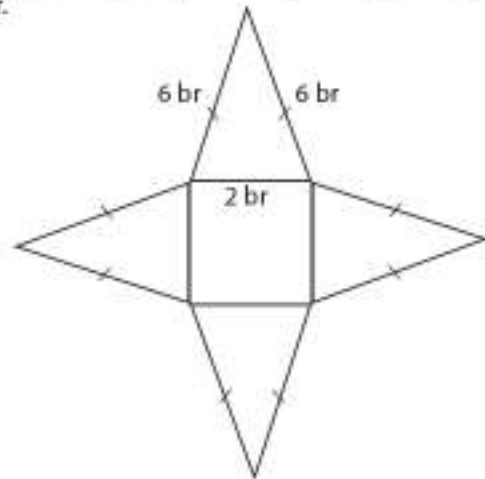
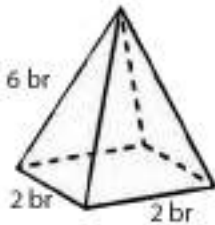
ÖRNEK 2

Taban ayrıntının uzunluğu 2 br, yan yüzey ayrıntının uzunluğu 6 br olan kare dik piramidi ve açılımını çizelim.

ÇÖZÜM

Kare dik piramidi aşağıdaki gibi çizelim.

Kare dik piramidin yan yüzleri kenar uzunlukları 6 br, 6 br ve 2 br olan eş ikizkenar üçgenlerdir. Bu ikizkenar üçgenlerin tabanlarını karenin kenarları olacak şekilde çizdiğimizde açılımı aşağıdaki gibi olur.



GEOMETRİK CİSİMLER



Aşağıda verilen düzgün sekizgen piramidin karşılıklı yan yüzleri aynı renge boyanmıştır. Bu cismin açılımını çizin.

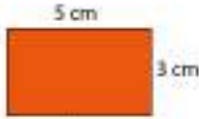


UYGULAYALIM

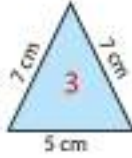
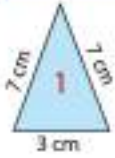
1. Yandaki şekilde yan yüzey açılımı verilen piramidi isimlendiriniz.



2.

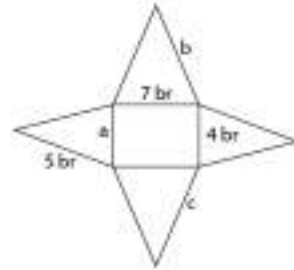


Yanda verilen dikdörtgeni taban olarak kabul eden bir piramit inşa edilecektir. Bu piramidi oluşturabilmek için aşağıdaki kaç numaralı üçgenlerin kullanılacağını bulunuz.



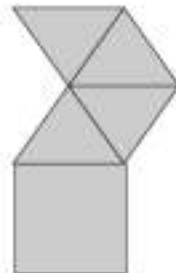
3. 9 yüzü olan dik piramidin ayrıt ve köşe sayılarını bulunuz.

4. Yandaki dikdörtgen dik piramit açılımında a, b, c ile belirtilen kenarların uzunluklarını bulunuz.



5. Yanda verilen açılım hangi geometrik cisme aittir?

- A) Dikdörtgen dik prizma B) Beşgen dik piramit
C) Kare dik piramit D) Altıgen dik prizma



Dik Koni

Ulu Kümbet, Bitlis ilinin Ahlat ilçesi sınırları içerisinde bulunan kümbetlerin en büyüğüdür. 13. yüzyılda yapıldığı tahmin edilen kümbet bütünüyle Ahlat'a özgü düzgün kesme taşlarla inşa edilmiştir.

Sizce bu kümbet hangi geometrik cisimlerden oluşmuştur?



ETKİNLİK

DİKKATLİ KULLANALIM!

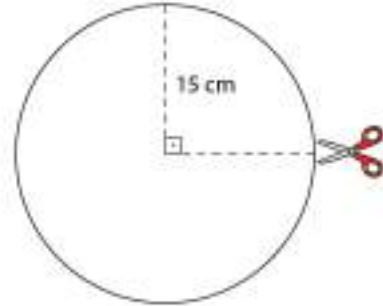


AMAÇ: Dik koniyi tanımak, inşa etmek, temel elemanlarını belirlemek, açınımları çizmek

ARAÇ GEREÇ: Pergel, cetvel, açıölçer, makas, karton, kalem, yapıştırıcı

UYGULAMA BASAMAKLARI

1. Yarıçapı 15 cm olan daireyi bir karton üzerine pergel yardımıyla çiziniz.
2. Çizdiğiniz daireden 90°'lik bir daire dilimini yandaki gibi keserek çıkartınız.
3. Büyük daire dilimini kullanarak külâh elde ediniz.
4. Elde ettiğiniz külâhın tabanı için bir daire kesiniz.
5. Kestiğiniz daireyi külâhın taban kısmına yapıştırınız.



SONUÇLANDIRALIM

- ✓ Elde ettiğiniz cismin tepe noktasını gösteriniz.
- ✓ Cisimlerin oluşması için tepe noktasının tabandaki kaç noktayla birleştirilmiş olması gerekir? Tahmin ediniz.

ÖRNEK 1

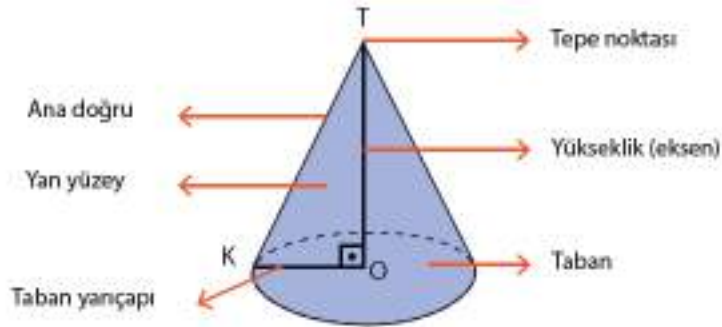
Yanda verilen avizeyi geometrik cisimler yardımıyla inceleyelim.



ÇÖZÜM

Verilen avize bir dik koni modelidir.

Dik koninin tabanı, tepe noktası, yüksekliği (eksen), ana doğrusu ve yan yüzeyi yandaki model üzerinde gösterilmiştir.



BİLGİLENELİM

Bir dairenin bütün noktalarının daire düzlemi dışındaki bir nokta ile birleşimine **koni** denir. Daire düzlemi dışında alınan noktaya **tepe noktası** denir.

Koninin tepe noktasından tabanına indirilen dikmeye **koninin yüksekliği (eksen)** denir.

Yüksekliği tabanın merkezine inen koniye **dik koni** denir.

Tepe noktası ile taban dairesinin çevresi üzerinde bir noktayı birleştiren doğru parçasına **ana doğru** denir.



Aşağıda verilen trafik konisinin tabanını, tepe noktasını, yüksekliğini (eksen), ana doğrusunu ve yan yüzeyini geometrik cisimler yardımıyla belirleyiniz.



ÖRNEK 2

Yandaki dondurma külahının açılımını çizelim ve taban dairesinin çevresini bulalım ($\pi = 3$ alalım.).



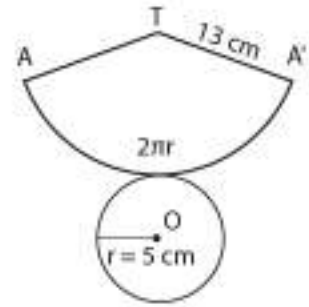
ÇÖZÜM

Verilen dondurma külahı bir dik koni modelidir. Dik koninin açılımında yan yüzey daire dilimi ve taban ise dairedir. Daire diliminin yarıçapı (13 cm) koninin ana doğrusunun uzunluğuna eşittir. Daire dilimindeki yay uzunluğu tabandaki dairenin çevresine eşittir.

$$|\widehat{AA'}| = 2\pi r$$

$$= 2 \cdot 3 \cdot 5$$

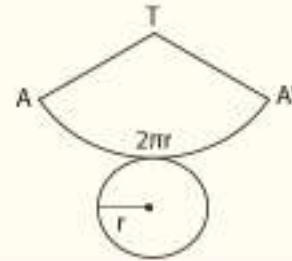
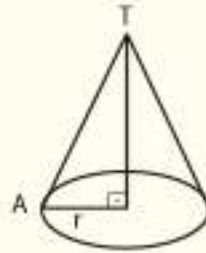
$$= 30 \text{ cm olur.}$$



BİLGİLENELİM

Bir koninin taban dairesinin çevresi, açılımındaki yay uzunluğuna eşittir.

$$|\widehat{AA'}| = 2\pi r$$

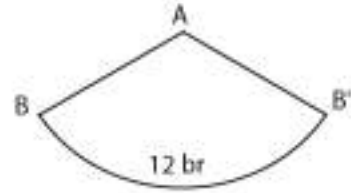


Aşağıda verilen dik koni şeklindeki şapkanın ($r = 8 \text{ cm}$ ve ana doğru = 20 cm) açılımını çiziniz ($\pi = 3$ alınız.).



ÖRNEK 3

Yandaki daire dilimi kullanılarak oluşturulan koninin taban yarıçapının uzunluğunu bulalım ($\pi = 3$ alalım.).



ÇÖZÜM

Koninin tabanı bir daire olduğundan bu dairenin çevresi, kullandığımız daire diliminin yay uzunluğuna eşittir.

Taban çevresi = $2\pi r$

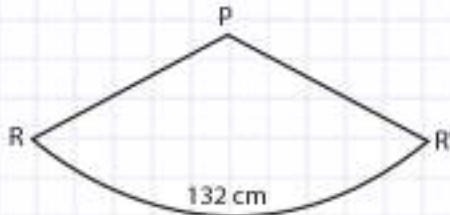
$$12 = 2 \cdot 3 \cdot r$$

$$12 = 6 \cdot r$$

$$\frac{12}{6} = \frac{6 \cdot r}{6}$$

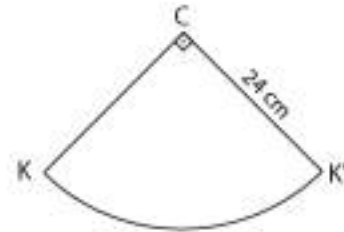
$$2 = r$$

Koninin taban yarıçapı 2 br olur.



ÖRNEK 4

Yanda verilen daire dilimi ile koni oluşturmak için eklenecek dairenin yarıçapını bulalım ($\pi = 3$ alalım.).



ÇÖZÜM

$\widehat{KK'}$ 'nin uzunluğunu hesaplayıp taban dairesinin çevre uzunluğuna eşitleyelim.

$$\begin{aligned} \text{Daire diliminin yay uzunluğu} &= \frac{2 \cdot 3 \cdot 24 \cdot 90}{360} \\ &= \frac{6 \cdot 24}{6} \\ &= 36 \text{ cm} \end{aligned}$$

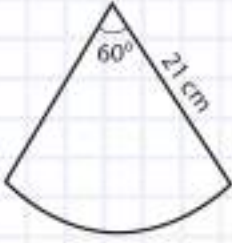
Taban dairesinin çevresi = 36 cm

$$\begin{aligned} 2\pi r &= 36 \\ 2 \cdot 3 \cdot r &= 36 \\ \frac{6 \cdot r}{6} &= \frac{36}{6} \\ r &= 6 \text{ cm} \end{aligned}$$

Tabanda kullanılacak dairenin yarıçapı 6 cm olur.

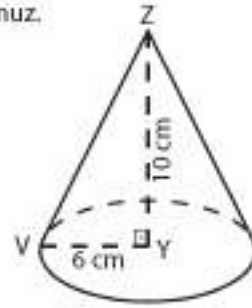


Aşağıda verilen daire diliminin koni oluşturması için eklenecek dairenin yarıçapını bulunuz ($\pi = 3$ alın.).

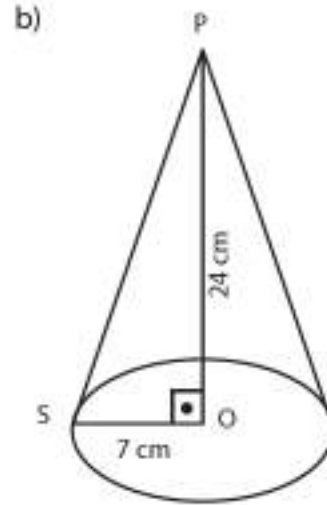
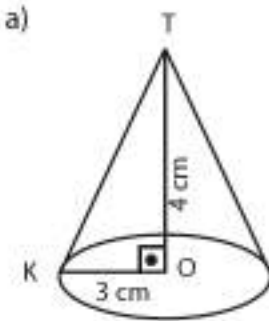


UYGULAYALIM

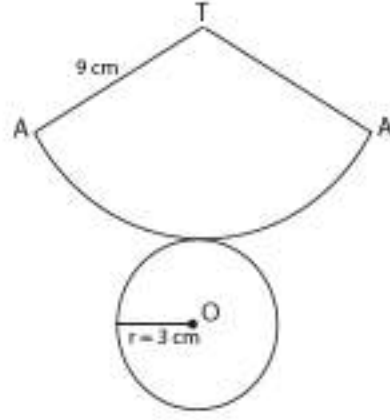
1. Yanda verilen dik koninin ana doğrusunun uzunluğunu bulunuz.



2. Aşağıda verilen konilerin TK ve PS uzunluklarını bulunuz.

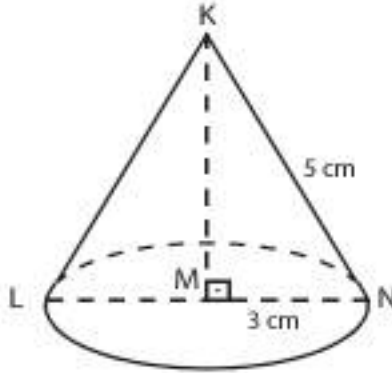


3. Yanda bir dik koninin açılımı verilmiştir. Bu açınımdan yararlanarak $\widehat{ATA'}$ açısının ölçüsünü bulunuz ($\pi = 3$ alınız.).



4. Yüksekliği $4\sqrt{3}$ cm ve ana doğrusunun uzunluğu 8 cm olan dik koninin taban çevresinin kaç santimetre olduğunu bulunuz ($\pi = 3$ alınız.).

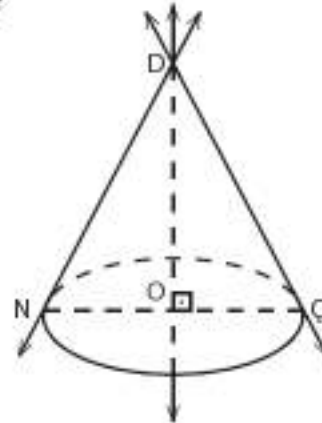
5.



Yukarıda verilen dik koni ile ilgili ifadelerin yanına doğru ise D, yanlış ise Y yazınız ($\pi = 3$ alınız.).

- I. Dik koninin yüksekliği 3 cm'dir.
 - II. Dik koninin yan yüzünün merkez açısının ölçüsü 216° dir.
 - III. Taban çevresi 6 cm'dir.
 - IV. Yay uzunluğu 18 cm'dir.
6. Şekilde verilen koni ile ilgili aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A) Tepe noktası D noktasıdır.
- B) Yüksekliği [DO] dir.
- C) Açınımında yan yüzey üçgensel bölge olur.
- D) [ÇN] çaptır.



6. ÜNİTE DEĞERLENDİRME SORULARI

1. Tablodaki ifadelerden doğru olanların yanına (D), yanlış olanların yanına (Y) yazınız. Yanlış ifadelerin doğrusunu yazınız.

| İfadeler | D/Y | Yanlış ise Doğrusu |
|---|-----|--------------------|
| Ötelemede şeklin sadece konumu değişir. | | |
| Kare dik prizmanın 10 ayrıtı vardır. | | |
| Dijital saatteki "2" rakamı aynada "5" rakamı şeklinde görünür. | | |
| Piramidin yan yüz sayısı tabandaki çokgenin kenar sayısına eşit değildir. | | |

2. Aşağıdaki boşluklara doğru ifadeleri ya da sayıları yazınız.

- a) Bir çokgenin $U(1, -5)$ köşesinin y eksenine göre yansıma altındaki görüntüsü 3 br sola ötelendiğinde $U'(\dots, \dots)$ noktası olur.
- b) Bir dik koninin yan yüz yayının uzunluğu taban dairesinin eşit olur.
- c) Hacmi 150 cm^3 ve yüksekliği 10 cm olan silindirin taban alanı cm^2 dir.
- ç) Yüzey alanı 270 cm^2 olan dik dairesel silindirin yanal alanı 216 cm^2 olduğuna göre her bir taban alanı cm^2 dir.

3. $A(-3, -5)$ noktası 4 br sağa, 6 br yukarı ötelendiğinde $A'(x, y)$ oluşuyor. Buna göre $x \cdot y$ değeri kaçtır?

- A) 24 B) 15 C) 1 D) -15

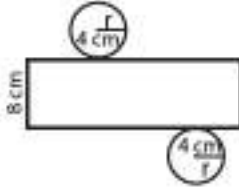
4. $A'(-2, 3)$ noktası, A noktasının y eksenine göre yansımasıdır. Buna göre A noktası aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(-2, -3)$ B) $(2, 3)$ C) $(-3, 2)$ D) $(3, -2)$

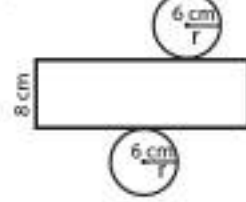
6. ÜNİTE

5. Taban çevresi 48 cm ve yüksekliği 8 cm olan silindirin açılımı aşağıdakilerden hangisidir ($\pi = 3$ alınız.)?

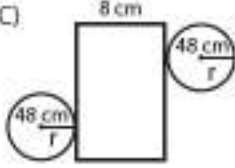
A)



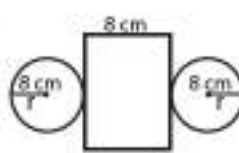
B)



C)



D)



6. Ayrıtlarının toplamı 81 cm olan eşkenar üçgen dik prizmanın yüksekliği, taban ayrıtlarının uzunluğuna eşittir. Buna göre prizmanın bir ayrınt uzunluğu kaç santimetre olur?

A) 3

B) 6

C) 9

D) 12

7. Toplam 10 ayrıtı olan geometrik cisim aşağıdakilerden hangisidir?

- A) Kare dik prizma
- B) Kare dik piramit
- C) Beşgen dik piramit
- D) Dik dairesel koni

8. Aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) Üçgen dik piramidin 5 yüzeyi vardır.
- B) Silindirin yüzey alanı, taban alanı ile yüksekliğinin çarpımıdır.
- C) Kare dik piramidin beş köşesi vardır.
- D) Koninin açılımında daire yoktur.

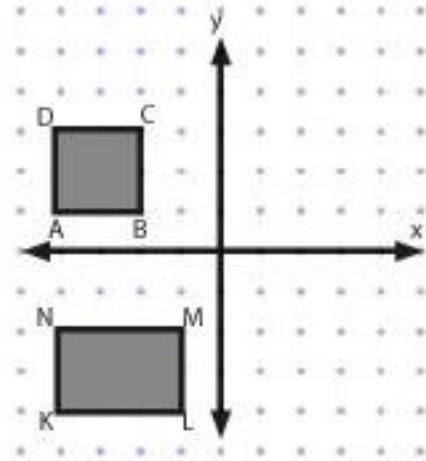
9. Yandaki koordinat sisteminde verilen ABCD karesinin y eksenine göre yansıması alınıyor. KLMN dikdörtgeni de 5 birim sağa 6 birim yukarı öteleniyor. Buna göre iki şeklin kesiştiği bölgenin alanı kaç birimkaredir?

A) 1

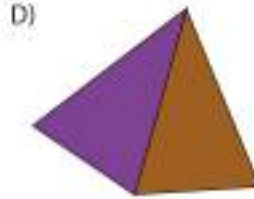
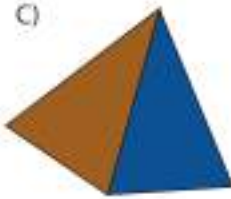
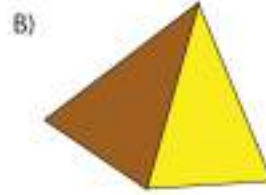
B) 2

C) 3

D) 4

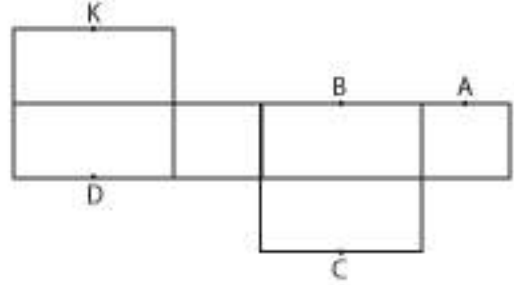


10. Aşağıdakilerden hangisi yanda açınımi verilen piramidin görünümlerinden biri değildir?



11. Şekilde açınımi verilen dikdörtgenler prizması kapatıldığında, K noktası hangi nokta ile eşleşir?

- A) A B) B C) C D) D



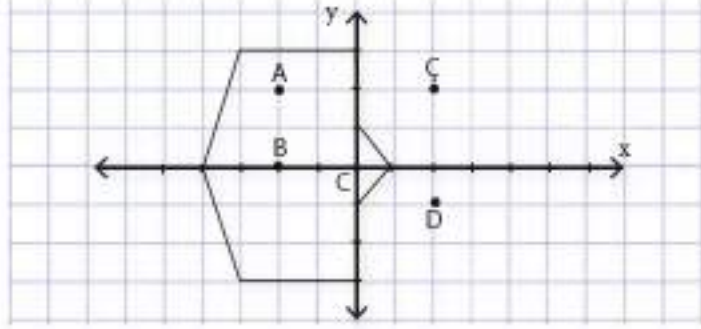
12. A noktası 1 birim yukarı ötelendiğinde $A'(2, 4)$, $B(3, 2)$ noktası 3 birim sola ötelendiğinde B' noktasına gelmektedir. A ve B' noktalarının birinci bileşenlerinin koordinatları çarpımını bulunuz.

13. Aşağıda verilen şeklin 10 br sola ötelenmesiyle oluşan görüntüsünü çizin.



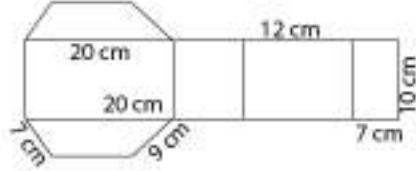
6. ÜNİTE

14. Yandaki şekil y eksenine göre yansıtılıyor. Bu yansımanın ardından şeklin içinde kalan noktaları bulunuz.



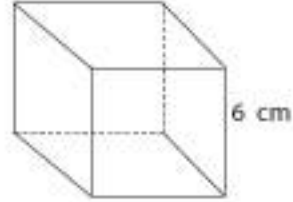
15. Taban çevresi, yüksekliğinin 2 katı olan dik dairesel silindirin yan yüzünün çevresi 198 cm'dir. Buna göre taban yarıçapını bulunuz ($\pi = 3$ alınız.).

16. Yanda açılımı verilen dik prizmanın bir tabanına ait çevre uzunluğunu bulunuz.

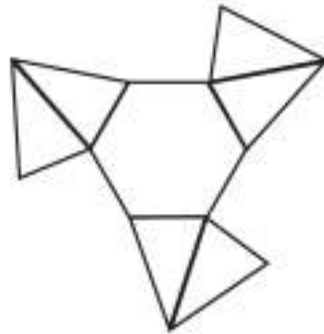


17. Taban yarıçapının uzunluğu 6 br olan dik dairesel silindirin yüzey alanı 612 br^2 olduğuna göre dik dairesel silindirin yüksekliğini bulunuz ($\pi = 3$ alınız.).

18. Yanda verilen küp su ile iki kez tamamen doldurularak boş bir silindirin içine aktarılıyor. Silindirdeki suyun yüksekliği 9 br olduğuna göre silindirin yarıçap uzunluğunu bulunuz ($\pi = 3$ alınız.).



19. Yanda verilen açılımın hangi geometrik cisme ait olduğunu bulunuz.



20. Tabanının çevresi 24 cm, ana doğrusunun uzunluğu 7 cm olan dik koninin yüksekliğini bulunuz ($\pi = 3$ alınız.).

EĞLENELİM-ÖĞRENELİM

Yanda verilen kare bulmacada satırlar ve sütunlar 1-5 şeklinde isimlendirilmiştir. İlgili satır ve sütunlarda verilen işlemleri yaparak bulmacayı çözünüz.

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | | | | | |
| 2 | | | | | |
| 3 | | | | | |
| 4 | | | | | |
| 5 | | | | | |

SOLDAN SAĞA

1. Satır

■ A(9, -4) noktası koordinat sisteminde 4 birim sağa ötelendiğinde oluşan nokta A'(a, -4) ise a = ?

■ B(1, -12) noktasının koordinat sisteminde x eksenine göre yansıması B'(1, b) ise b = ?

2. Satır

■ Yarıçap uzunluğu 1 cm ve yüksekliği 11 cm olan dik dairesel silindirin yan yüzey alanını bulunuz ($\pi = 3$ alınız.).

■ C(-8, 5) noktasının koordinat sisteminde y eksenine göre yansıması C'(a, 5) ise a = ?

3. Satır

■ Taban yarıçapı 5 cm ve yüksekliği 4 cm olan dik dairesel silindirin hacmini bulunuz ($\pi = 3$ alınız.).

4. Satır

■ Taban yarıçapı 2 cm ve yan yüz alanı 60 cm^2 olan dik dairesel silindirin yüksekliğini bulunuz ($\pi = 3$ alınız.).

■ A(5, -2) noktasının koordinat sisteminde 5 birim sağa 4 birim yukarı ötelenmesi sonucunda oluşan nokta A'(a, b) ise a + b = ?

5. Satır

■ Taban yarıçapı 8 cm olan bir dik koni oluşturmak için kullanılacak daire diliminin yay uzunluğunu bulunuz ($\pi = 3$ alınız.).

■ A(3, -4) noktası koordinat sisteminde 8 birim yukarı ötelendiğinde oluşan nokta A'(3, a) ise a = ?

YUKARIDAN AŞAĞIYA

1. Sütun

■ B(-2, -1) noktasının y eksenine göre yansıması B'(a, b) ise a + b = ?

■ A(9, -2) noktasının 2 br sola ve 7 br yukarı ötelenmesi sonucunda oluşan nokta A'(a, b) ise a · b = ?

2. Sütun

■ Taban çevresi 24 cm ve yüksekliği 11 cm olan dik dairesel silindirin yüzey alanını bulunuz ($\pi = 3$ alınız.).

■ Yan yüzey alanı 216 cm^2 ve yüksekliği 9 cm olan dik dairesel silindirin yarıçapını bulunuz ($\pi = 3$ alınız.).

3. Sütun

■ K(-30, 30) noktasının koordinat sisteminde y eksenine göre yansımasının koordinatları toplamını bulunuz.

■ Hacmi 768 cm^3 ve yüksekliği 4 cm olan silindirin taban yarıçapının uzunluğunu bulunuz ($\pi = 3$ alınız.).

4. Sütun

■ L(2, -6) noktası koordinat sisteminde 5 birim sağa ötelendiğinde oluşan noktanın koordinatları toplamını bulunuz.

■ M(2, 1) noktasının koordinat sisteminde x eksenine göre yansıması M'(a, b) ise a + b = ?

5. Sütun

■ S(2, -3) noktası koordinat sisteminde 2 br sağa, 10 birim yukarı ötelendiğinde oluşan nokta S'(a, b) ise a - b = ?

■ Taban yarıçapının uzunluğu 2 cm ve yüksekliği 2 cm olan dik dairesel silindirin yan yüzey alanını bulunuz ($\pi = 3$ alınız.).

1. ÜNİTE - UYGULAYALIM

1. BÖLÜM

Pozitif Tam Sayıların Pozitif Tam Sayı Çarpanları S. 18

- 1) a) 1, 2, 4, 7, 14 ve 28
 b) 1, 2, 4, 13, 26 ve 52
 c) 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64 ve 128
 ç) 1, 2, 4, 7, 13, 14, 26, 28, 52, 91, 182 ve 364
 2) a) $70 = 2 \cdot 5 \cdot 7$ b) $132 = 2^2 \cdot 3 \cdot 11$
 c) $300 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5^2$ ç) $648 = 2^3 \cdot 3^4$

- 3) a = 7, b = 2, c = 3, A = 5292
 4) B = 7
 5) A = 4, B = 2, C = 2, D = 3
 6) a) 45 b) 35
 7) 42 m
 8) $140 = a^2 \cdot b \cdot c$
 9) D

En Küçük Ortak Kat (EKOK) S.24

- 1) a) 40 kg b) 9 sandık
 2) 495
 3) 120 dk
 4) a) 103 bilye b) 183 bilye
 5) $2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2 \cdot 7^2$
 6) 96 cm
 7) A = 28, B = 84
 8) B

En Büyük Ortak Bölen (EBOB) S.31

| | | | | | | | | | | | |
|----|----|----|---|---|----|---|-----|----|----|----|----|
| E | R | A | T | O | S | T | H | E | N | E | S |
| 60 | 40 | 49 | 1 | 3 | 72 | 1 | 120 | 60 | 12 | 60 | 72 |

- 2) 23 paket
 3) 12 cm
 4) 80 cm
 5)



- 6) a) Aralarında asal değil b) Aralarında asal
 7) $a + b = 12$
 8) 17
 9) 2 ve 7
 10) C

2. BÖLÜM

Üstü İfadelerde İşlemler S. 41 - 42

| | | | | | | | | | |
|-----------------|---|----|-----|-----|---------------|------|----------------|-------|------------------|
| J | O | H | N | N | A | P | I | E | R |
| $\frac{1}{125}$ | 1 | 36 | -16 | -16 | $\frac{1}{8}$ | -125 | $\frac{1}{16}$ | 2^4 | $-\frac{1}{125}$ |

- 2) 2
 3) 6^{13}
 4) 0
 5) -6
 6) 6 basamak
 7) $x \cdot y = -12$

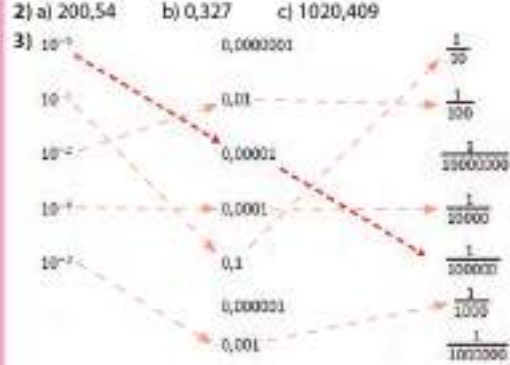
8)



- 9) 10^8
 10) $A = -\frac{3}{5}$
 11) 6^4
 12) 3^7 dm
 13) a) $\frac{15^7}{5^7}$ b) $-\frac{4^{11}}{18^{11}}$ c) $\frac{3^4}{10^4}$
 14) 2^{19}
 15) D

Sayıları 10'un Farklı Tam Sayı Kuvvetleri ile İfade Etme ve Çözümleme S. 47 - 48

1) $12,365 = 1 \cdot 10^1 + 2 \cdot 10^0 + 3 \cdot 10^{-1} + 6 \cdot 10^{-2} + 5 \cdot 10^{-3}$
 $7,897 = 7 \cdot 10^0 + 8 \cdot 10^{-1} + 9 \cdot 10^{-2} + 7 \cdot 10^{-3}$



- 4) $a + b = -2$
 5) $1,306 \cdot 10^6$ mm²
 6) $x = 3,56$
 7) a ve ç
 8) a) $x = 7,9618 \cdot 10^{21}$ b) $y = 32480 \cdot 10^{12}$
 c) $a = 6510 \cdot 10^{-18}$ ç) $b = 0,149 \cdot 10^4$

9)

| | |
|--------------------|------------------------|
| 1. | 2. |
| $4,93 \cdot 10^2$ | $4930 \cdot 10^{-1}$ |
| $623 \cdot 10^0$ | $0,623 \cdot 10^3$ |
| $1,255 \cdot 10^4$ | $125500 \cdot 10^{-2}$ |
| $15 \cdot 10^3$ | $0,15 \cdot 10^4$ |

10) B

Bilimsel Gösterim S. 52

| | | |
|--|----------------|---------------------|
| 1) Sayı = Bilimsel Gösterim | Doğru / Yanlış | Bilimsel Gösterim |
| 650 000 000 = $65 \cdot 10^7$ | Y | $6,5 \cdot 10^8$ |
| 0,000000013 = $1,3 \cdot 10^8$ | Y | $1,3 \cdot 10^{-8}$ |
| 0,0000986 = $9,86 \cdot 10^4$ | D | |
| 80 000 000 = $8 \cdot 10^7$ | D | |
| 5 020 000 = $5,2 \cdot 10^6$ | Y | $5,02 \cdot 10^6$ |
| 0,000000000105 = $1,05 \cdot 10^{-10}$ | D | |

- 2) $3,007 \cdot 10^{12} > 1,2 \cdot 10^{18}$
 3) $1,64 \cdot 10^{-5}$
 4) $8,1 \cdot 10^{17}$
 5) $2 \cdot 10^7$
 6) D

2. ÜNİTE - UYGULAYALIM

1. BÖLÜM

Tam Kare Pozitif Tam Sayıların Karekökünü Bulma S. 61

- 1) 25
- 2) a) 6 km b) 25 mm c) 17 m d) 70 hm
- 3) 100 m
- 4) 6
- 5) Aziz Sancar
- 6) A

Tam Kare Olmayan Kareköklü Bir Sayının Hangi İki Doğal Sayı Arasında Olduğunu Belirleme S. 64

- 1) 145-195
- 2) a) 4 b) 7 c) 10
- 3) 3 ile 4
- 4) 5 tane
- 5) Ç A L İ Ş
- 6) D

Kareköklü Bir İfadeyi $a\sqrt{b}$ Şeklinde Yazma ve Karekök Dışına Çıkarılmış Katsayıyı Karekök İçine Alma S. 67

- 1) a) $1\sqrt{17}$ b) $5\sqrt{3}$ c) $4\sqrt{6}$ d) $9\sqrt{7}$
- 2) a) $\sqrt{44}$ b) $\sqrt{640}$ c) $\sqrt{12}$ d) $\sqrt{1215}$
- 3) $8\sqrt{3}$ m
- 4) Yonca

| | |
|--------------------------------------|---------------------------------------|
| 2 $\sqrt{3}$>..... $\sqrt{8}$ | 6 $\sqrt{3}$=.....3 $\sqrt{12}$ |
| 5 $\sqrt{5}$>.....3 $\sqrt{7}$ | 3 $\sqrt{3}$>.....2 $\sqrt{11}$ |
| 7 $\sqrt{2}$>.....5 $\sqrt{3}$ | 2 $\sqrt{9}$<.....4 $\sqrt{10}$ |

- 6) $2\sqrt{18}, 3\sqrt{8}, 6\sqrt{2}$
- 7) B

Kareköklü İfadelerde Çarpma ve Bölme İşlemi S. 72

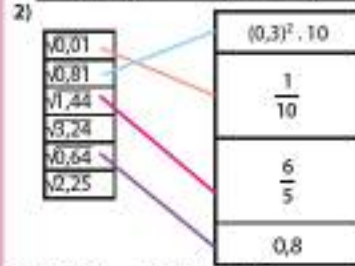
- 1) a) $5\sqrt{105}$ b) 200
- 2) 36 cm^2
- 3) Öğrencinin yorum yapması beklenir.
- 4) 60
- 5) 1248 TL
- 6) Sevdalı Bulut
- 7) A

Kareköklü İfadelerde Toplama ve Çıkarma İşlemi S. 76

- 1) $20\sqrt{3} - \sqrt{5} \text{ cm}$
- 2) $8\sqrt{3} \square 10\sqrt{2} \text{ br}$
- 3) a) $3\sqrt{6}$ b) $5\sqrt{7}$ c) $6\sqrt{3}$ d) $6\sqrt{5} - 3\sqrt{3}$
- 4) $p=4, t=3$
- 5) $2\sqrt{10}$
- 6) $68\sqrt{5}$
- 7) $62\sqrt{2}$
- 8) D

Ondalık İfadelerin Kareköklerini Belirleme S. 80

| Sayı | İşlem | Sayı | İşlem | Sayı | SONUÇ |
|---------------|-------|---------------|-------|---------------|-------|
| $\sqrt{2,25}$ | + | $\sqrt{1,25}$ | - | $\sqrt{0,36}$ | = 1,6 |
| $\sqrt{1,96}$ | - | $\sqrt{0,91}$ | + | $\sqrt{0,09}$ | = 1,6 |
| $\sqrt{3,24}$ | + | $\sqrt{1,81}$ | - | $\sqrt{2,89}$ | = 3,4 |
| $\sqrt{1,25}$ | - | $\sqrt{0,84}$ | + | $\sqrt{0,81}$ | = 0,1 |



- 3) a) 0,02 b) 2,5 c) 0,7
- 4) 3
- 5) 8,8 cm
- 6) B

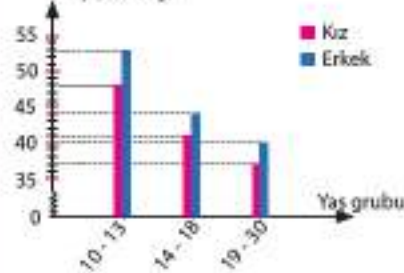
Gerçek Sayılar S. 84

- 1) a) İrrasyonel b) Rasyonel c) İrrasyonel
c) Rasyonel d) Gerçek
- 2) Rasyonel sayıdır.
- 3) 2, 9, 18
- 4) Rasyonel sayı değildir.
- 5) 1
- 6) A

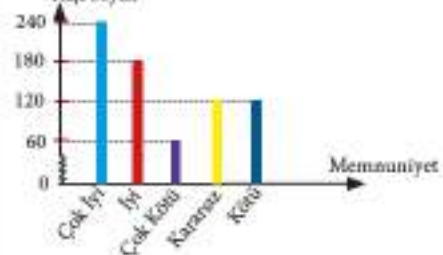
2. BÖLÜM

Verileri Uygun Grafiklerle Gösterme ve Yorumlama S. 94 - 95

- 1) a) Yaş arttıkça kg başına ihtiyaç duyulan enerji azalıyor.
- b) Kız: 1640 cal Erkek: 1760 cal
- c) Grafik: *Günlük Güvenilir Enerji Alımı*
Enerji (kcal/kg)

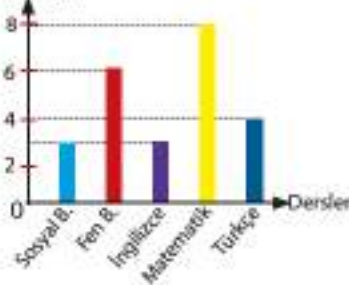


- 2) Grafik: *Memnuniyet Anketi*
Kişi Sayısı



- 3) a) Sosyal Bilgiler: 3, Fen Bilimleri: 6, İngilizce: 3, Matematik: 8, Türkçe: 4

- b) Grafik: DTK'ye Katılan Öğrenci Dağılımı
Kişi Sayısı



- 4) a) Tren ile yolculuk yapılmamıştır.
b) En az: 2011 En çok: 2015
c) 2014

5) B

3. ÜNİTE - UYGULAYALIM

1. BÖLÜM

Bir Olaya Ait Olası Durumları Belirleme ve Karşılaştırma S. 105

- 1) a) 3 b) 4
2) 2
3) a) 17 b) 18 c) 11 d) 22 e) 5
4) a) Gri b) Sarı c) Kahverengi ve mavi
5) 12'den büyük olma olasılığı en fazladır.
Tam kare olma olasılığı en azdır.
Tek sayı olma ve çift sayı olma olasılıkları eşittir.
6) Seyirci olma olasılığı oyuncu olma olasılığından daha fazladır.
7) 11
8) B

Bir Olayın Olma Olasılığı S. 114 - 115

- 1) Kare
2) $\frac{1}{8}$

| Cümleler | Kesin | İmkânsız | Olası |
|--|-------|----------|-------|
| Yarın yağmur yağacak. | | | ✓ |
| Suya taş bıraktığında taş suya batacaktır. | ✓ | | |
| Öğleden sonra ağaçlar bütünüle konuşacak. | | ✓ | |
| Sabah güneş doğacak. | ✓ | | |
| 3 öğrenci yarın dersle gelmeyecek. | | | ✓ |
| Mehmet, bu akşam saat 20.30 dan önce uyuyacak. | | | ✓ |
| Bir yılda 2 kez doğum günüm olacak. | | ✓ | |

- 4) $\frac{7}{10}$
5) a) $\frac{2}{5}$ b) $\frac{17}{25}$
6) a) $\frac{7}{30}$ b) $\frac{97}{150}$
7) $\frac{1}{2}$
8) 27
9) $\frac{1}{7}$
10) B

2. BÖLÜM

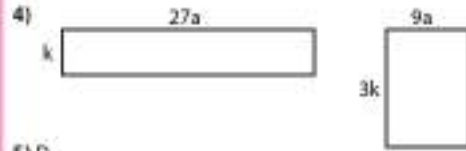
Basit Cebirsel İfadeleri Farklı Biçimlerde Yazma S. 120

| Cebirsel İfadeler | Terim(ler) | Değişken(ler) | Katsayı(lar) | Sabit Terim |
|-----------------------|---------------------|---------------|--------------|-------------|
| $3a$ | $3a$ | a | 3 | 0 |
| $x^2 - y + x \cdot y$ | $x^2, y, x \cdot y$ | x, y | $1, 1$ | 0 |
| $5m - m^2 + 15$ | $5m, -m^2, 15$ | m | $5, -1, 15$ | 15 |

- 2) $x, x + 23, 4x + 46$

3) $8 \cdot x \cdot y \cdot y$ $5 \cdot a \cdot b \cdot b$ $-9x \cdot x \cdot y^2 \cdot y$ $14 \cdot a^2 \cdot b \cdot b$

$5ab^2$ $6a^2b^2 + 8a^2b^2$ $8xy^2$



5) D

Cebirsel İfadelerde Çarpma S. 124 - 125

- 1) a) $b^2 + 2b + 1$ b) $3m^2 - m$ c) $-2y^2 + y$ d) $5n^2$



3) 2

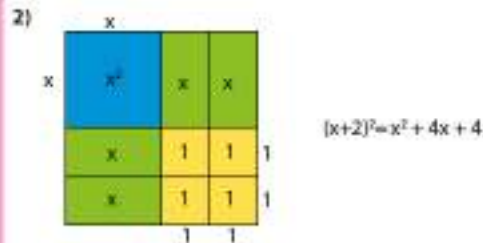
| | |
|---|---|
| D | $x \cdot (x+5) = x^2 + 5x$ |
| E | $3x \cdot 2x = 6x^2$ |
| N | $2x \cdot (x-4) = 2x^2 - 8x$ |
| K | $(3x-1) \cdot (-6x) = -18x^2 + 6x$ |
| L | $(x+2) \cdot (x+9) = x^2 + 11x + 18$ |
| E | $6x \cdot x = 6x^2$ |
| M | $(-2x+1) \cdot (x-13) = -2x^2 + 27x - 13$ |

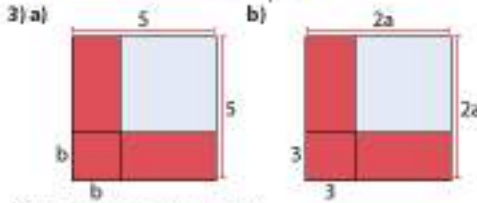
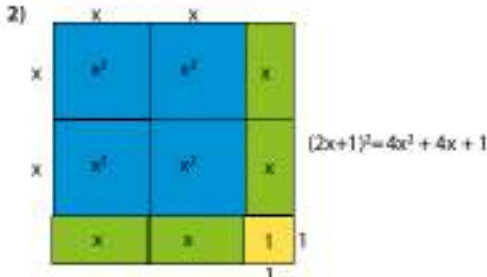
| | | | | | |
|--------------------------------|---------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|----------------------------------|
| $6 \cdot (2a+1)$ $12a+6$ | $5 \cdot (2b+1)$ $10b+5$ | $5 \cdot (3c+2)$ $15c+10$ | $8 \cdot (4d-3)$ $32d-24$ | $9 \cdot (5e+1)$ $45e+9$ | $4 \cdot (6f-2)$ $24f-8$ |
| $3a \cdot (4b)$ $12ab$ | $(-2x+1) \cdot 11$ $-22x+11$ | $-2k \cdot 5$ $-10k$ | $3y \cdot (2-4)$ $-6y$ | $3z \cdot 5$ $15z$ | $6 \cdot (3w+2)$ $18w+12$ |
| $3k \cdot (12)$ $36k$ | $11 \cdot (3m+7)$ $33m+77$ | $2n \cdot (1-3)$ $-4n$ | $8 \cdot (3+8)$ $24+64$ | $4 \cdot (1-6)$ $-4+24$ | $2l \cdot (4-1)$ $8l-2l$ |
| $3x \cdot (3x+2)$ $9x^2+6x$ | $20 \cdot (2y-1)$ $40y-20$ | $3m \cdot (2n+3)$ $6mn+9m$ | $8 \cdot (1+2)$ $8+16$ | $3 \cdot (1-3+5)$ $3-9+15$ | $30 \cdot (1+3+2)$ $30+90+60$ |
| $3a \cdot 3a$ $9a^2$ | $5(2b-3)$ $10b-15$ | $8 \cdot (2+3)$ $16+24$ | $3 \cdot (3+5-2)$ $9+15-6$ | $2 \cdot (1-3)$ $2-6$ | $3l \cdot (4+3)$ $12l+9l$ |

6) C

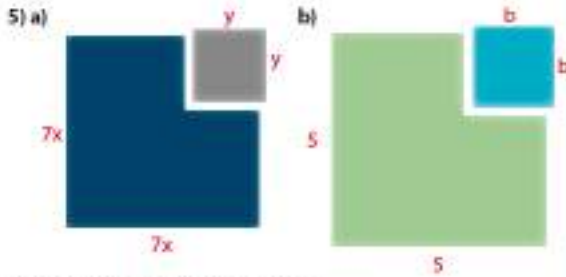
Özdeşlikleri Modelleme S. 132 - 133

- 1) $(3x+1) \cdot (3x+1) = (3x+1)^2 = 9x^2 + 6x + 1$





4) $x^2 - 4y^2 = (x + 2y) \cdot (x - 2y)$



6) $(4x)^2 - (3y)^2 = (4x + 3y) \cdot (4x - 3y)$

| | | | |
|-----------------------|---|-------------------------------|---|
| $5x+4 = 2x-5$ | D | $2(x-3) + 5(x+1) = 7x-1$ | B |
| $4(x+2) = 5x - x + 8$ | C | $(x-1) \cdot (x+1) = x^2 - 1$ | I |
| $(3x-1)^2 = 9x^2 - 1$ | K | $(x+5)^2 = x^2 + 25$ | L |
| $8x+5 = 3x + 5(x+1)$ | E | $(x-1)^2 = x^2 - 2x + 1$ | R |

C E B İ R

8) A = 8, B = 2 ve C = -5

9) 81

10) A

Cebirsel İfadeleri Çarpanlarına Ayırma S. 138

| | |
|--------------------|---------------------------------|
| 1) $3x + 9$ | $3 \cdot (x + 3)$ |
| $a^2 - 7a$ | $a \cdot (a - 7)$ |
| $y^2 - 81$ | $(y - 9) \cdot (y + 9)$ |
| $9b^2 - 7b$ | $b(9b - 7)$ |
| $5x^2 - 80$ | $5(x - 4) \cdot (x + 4)$ |
| $y^2 + 18y + 81$ | $(y + 9) \cdot (y + 9)$ |
| $6x^2 - 12x + 6$ | $6 \cdot (x - 1) \cdot (x - 1)$ |
| $2k^2 - 12k + 18k$ | $2 \cdot (k - 3) \cdot (k - 3)$ |
| $3b^2 - 27b$ | $3b \cdot (b - 9)$ |

2) A = 7b, B = a - 3

3) 7

4) $x^2 + 2x + 1$

5) 4

6) $10b + 30$

7) C

4. ÜNİTE - UYGULAYALIM

1. BÖLÜM

Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklemler S. 149

| Denklemler | Bilinmeyen Değeri |
|--|-------------------|
| $\frac{a}{2} - \frac{3a}{8} = 14$ | $\frac{24}{5}$ |
| $2x - 6 = \frac{3x}{4}$ | $-\frac{6}{7}$ |
| $\frac{k+1}{5} = k - 3$ | 112 |
| $\frac{-3(b+1) - 4b + 3}{7}$ | 0 |
| $\frac{y+5}{10} + \frac{1}{2} = \frac{y}{5} + 1$ | 4 |
| | $-\frac{1}{8}$ |

2) 12

3) 27

4) 60

5) 14

6) 80 TL

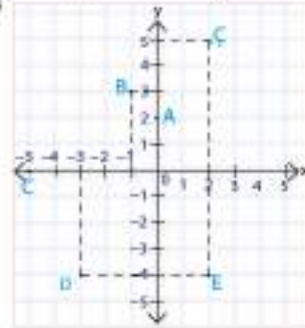
7) A

Koordinat Sistemi S. 154

1)

| Meyveler | Sıcak İçecek | İçecek |
|----------|--------------|--------|
| C | (-3, -3) | II |
| A | (2, 1) | I |
| C | (-2, 4) | II |
| D | (1, -2) | IV |
| B | (4, 3) | I |
| E | (5, -6) | IV |

2)



A noktası I. bölgede
B noktası II. bölgede
C noktası III. bölgede
D noktası IV. bölgede
E noktası IV. bölgede

3) (-4, -1)

4) a = 4

5) x = -4

6) (x, y) = (+, -)

7) A

Doğrusal İlişkiler S. 158

1) Bağımsız değişken tüketilen enerji, bağımlı değişken üretimdir.

2)

| Ay | 0 | 1 | 2 | - | x |
|-----|-----|-------------|-------------|---|-------------|
| Boy | 100 | 100 + 1 · 2 | 100 + 2 · 2 | - | 100 + x · 2 |

B: Fidanın boyu x: Geçen süre B = 100 + x · 2

3) h: Hafta P: Para miktarı $P = 40 + 35 \cdot h$

4) 88 TL

5) B: Kalan yakıt miktarı A: Gidilen yol $B = 40 - \frac{5A}{100}$

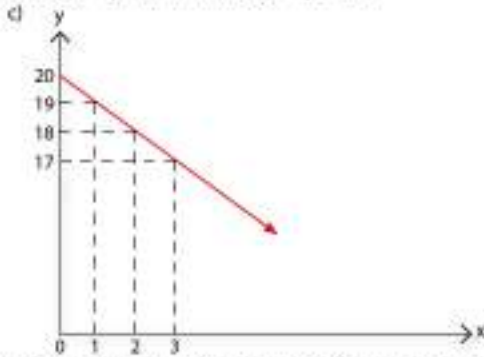
6) C

Doğrusal Denklemlerin Grafiği S. 166 -167

1) a)

| Süre (dakika) | 0 | 1 | 2 | ... | n |
|---------------------|----|----|----|-----|--------------|
| Kalan Mum Boyu (cm) | 20 | 19 | 18 | ... | $20 - n - 1$ |

b) x: Süre y: Kalan mum boyu $y = 20 - x$

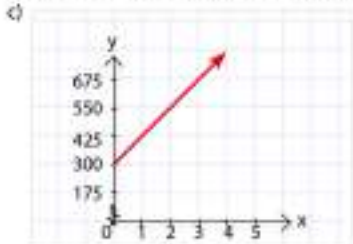


c) Orijinden geçmez, doğrusaldır, eksenlere paralel değildir.

2) a)

| Gün | 0 | 1 | 2 | ... | n |
|----------------------|-----|-----|-----|-----|---------------------|
| Asfaltlanan Yol (km) | 300 | 425 | 550 | ... | $300 + 125 \cdot n$ |

b) x: Gün y: Asfaltlanan yol $y = 300 + 125 \cdot x$

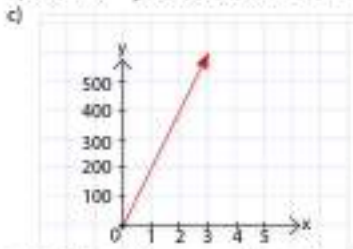


c) Orijinden geçmez, doğrusaldır, eksenlere paralel değildir.

3) a)

| Süre (gün) | 0 | 1 | 2 | ... | n |
|------------------------|---|-----|-----|-----|---------------|
| Yakılan Kalori Miktarı | 0 | 200 | 400 | ... | $n \cdot 200$ |

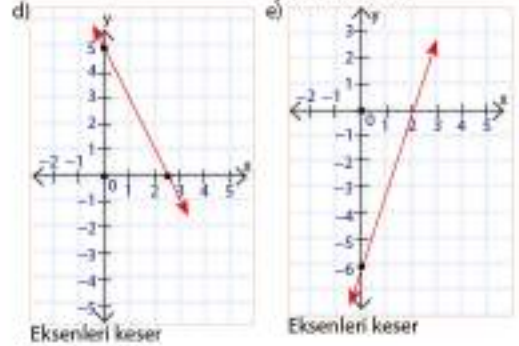
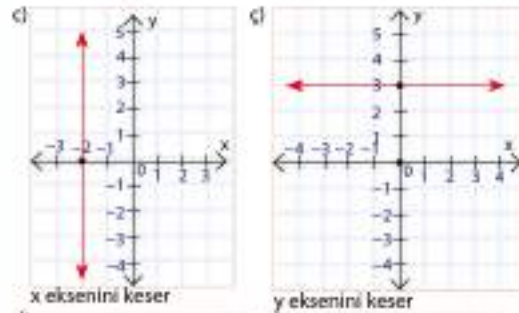
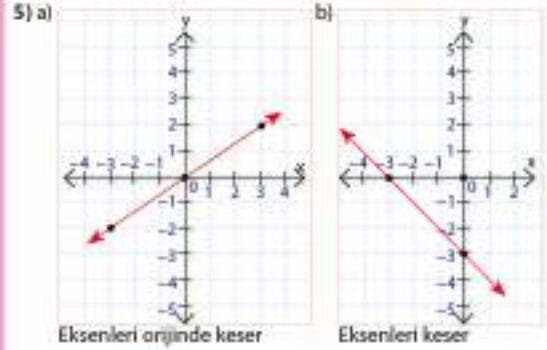
b) x: Zaman y: Yakılan kalori miktarı $y = 200 \cdot x$



c) Grafik orijinden geçer, doğrusaldır, eksenlere paralel değildir.

4)

| Denklemler | Orijin | | Paralel | |
|---------------------|--------|--------|------------|------------|
| | Geçer | Geçmez | x eksenine | y eksenine |
| $y = -2$ | | ✓ | ✓ | |
| $3x + 4 = 10$ | | ✓ | | ✓ |
| $3x + 2y = 14$ | | ✓ | | |
| $2y + 6 = 2(n + 3)$ | ✓ | | | |

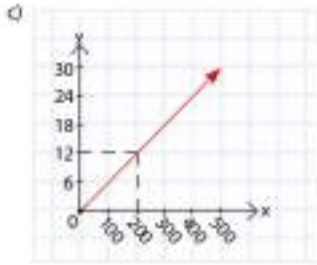


6) $\frac{75}{2}$

7) a)

| Gidilen Yol Miktarı (km) | 0 | 100 | 200 | ... | n |
|-----------------------------|---|-----|-----|-----|-------------------------|
| Tüketilen Yakıt Miktarı (L) | 0 | 6 | 12 | ... | $\frac{n}{100} \cdot 6$ |

b) Gidilen yol: x Tüketilen yakıt: y $y = \frac{x}{100} \cdot 6$



ç) Eksenlere paralel değildir, orijinden geçer, doğrusaldır.

8) A

Eğim 5. 174 -175

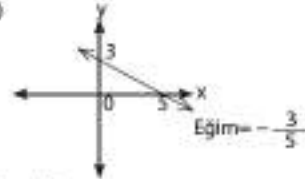
1) 60 m

| Çarpınlar | Doğrunun Eğimi |
|---------------------|----------------|
| $x = -5$ | Tanımsız |
| $y = -3x$ | -3 |
| $y - 2 = 9$ | 0 |
| $y = -x + 4$ | -1 |
| $2x - 7 = 3$ | Tanımsız |
| $-8x + 2y + 4 = 10$ | 4 |

3) a) $-\frac{3}{2}$ b) $\frac{1}{2}$

4) 15 m

5)



6) $-\frac{5}{2}$

7) -8

8) A

BÖLÜM 2

Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Eşitsizlikleri Yazma ve Sayı Doğrusunda Gösterme S. 180 -181

1) $4x < 9$

2) a) $p > 30$ b) $h < 32$ c) $3x - 2 < 13$ ç) $-\frac{a}{2} + 5 < 3$

3) a) $x > -5$

b) $x \leq 2$

ç) $-9 < x < -2$

ç) $1 < x \leq 5$

4) a) $x \geq -5$ b) $x < 4$ c) $1 \leq x \leq 5$

5) $2x - 30 < x$

6) $x \geq 20$

7) A

Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Eşitsizlikleri Çözme S. 185

1) $a + 2 > 7$

$3a - 6 < 19$

$x - 4 \leq 3x + 6$

$-2x - 3 > 11$

$x + 5 \leq 0$

2) a) $x \geq -\frac{1}{5}$

b) $x < -7$

ç) $x \geq -5$

3) 6, 7, 8 ve 9

4) 4 cm

5) En çok 6 ceviz

6) C

5. ÜNİTE - UYGULAYALIM

1. BÖLÜM

Üçgende Yükseklik, Kenarortay ve Açıortay S. 202

1) 38 br

2) 28°

3) 11°

4) BC kenarına ait kenarortay [AR]

AC kenarına ait açıortay [BS]

BC kenarına ait yükseklik [AT]

5) C

Üçgenin Kenar Uzunlukları Arasındaki İlişki S. 207

1) a ve c

2) 18

3) En büyük değer = 22 br

En küçük değer = 2 br

4) 42

5) D

Üçgenin Kenar Uzunlukları ile Açıları Arasındaki İlişki S. 211

1) a) $m(\widehat{B}) < m(\widehat{C}) < m(\widehat{A})$

b) $m(\widehat{K}) < m(\widehat{L}) < m(\widehat{M})$

c) $m(\widehat{R}) < m(\widehat{N}) < m(\widehat{T})$

2) a) $|DF| > |DE| = |EF|$

b) $|KM| > |KL| > |LM|$

c) $|BC| = |AC| = |AB|$

3) EC kenarı

4) 3, 4, 5, 6, 7 ve 8

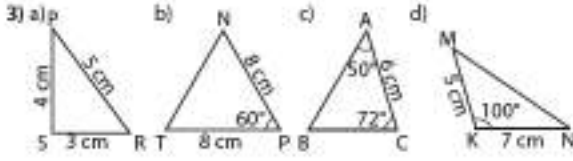
5) 135

6) A

Belirli Bir Üçgen Çizme S. 216

1) Y, Y, D, D, Y, D.

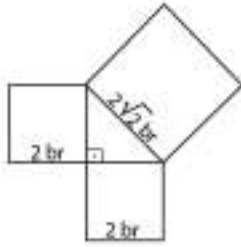
2) b ve d



4) D

Pisagor Bağntısı S. 223 - 224

1)



- 2) a) dik üçgen.
b) dik üçgen değil.
c) dik üçgen.

3) a) $\sqrt{89}$ b) $\sqrt{106}$ c) 13

4) 50

5) 10

6) $2\sqrt{7}$ br

7) $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{4}, \dots$

8) B

2. BÖLÜM

Çokgenlerde Eşlik ve Benzerlik İlişkisi S. 231

1) Öğrencinin yorum yapması beklenir.

2) 28

3) Öğrencinin yorum yapması beklenir.

4) C

Çokgenlerde Eşlik ve Benzerlik Oranı S. 238

1) Öğrencinin yorum yapması beklenir.

2) $\frac{1}{2}$ veya 2

3) 2

4) 21

5) B

6) C

6. ÜNİTE - UYGULAYALIM

1. BÖLÜM

Öteleme S. 250 - 251

1) A(3, -3)

B(0, 0)

1 birim sağa

7 birim yukarı

D(7, -4)

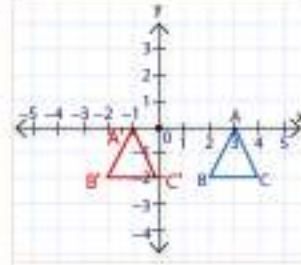
E(1, 4)

2)

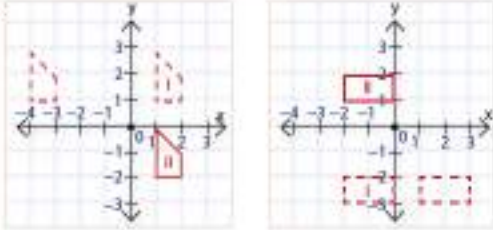


Uzunlukları değişmemiştir.

3)



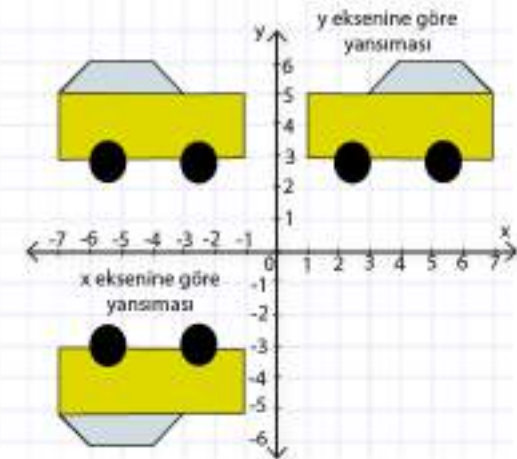
4)



5) C

Yansıma S. 257

1)



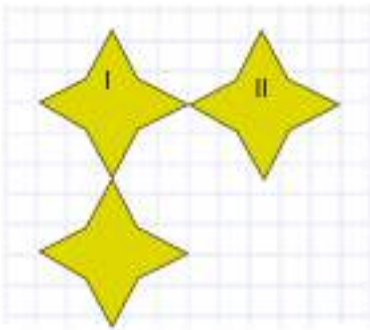
2) A(0, -2) B(1, -2) C(-2, -4)

3) A(2, 0) B(-3, -1) C(-4, 1)

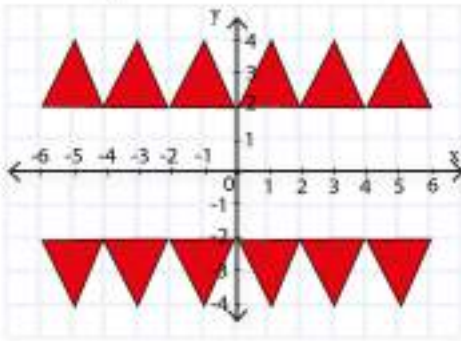
4) C

Ardışık Öteleme ve Yansıma S. 263 - 264

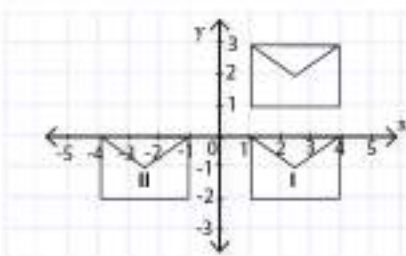
1)



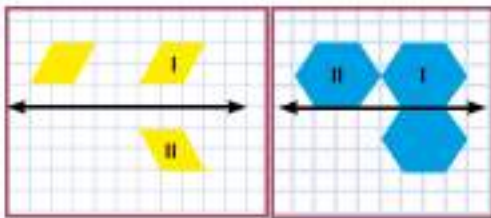
2)



3)



4)

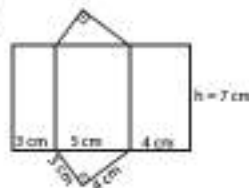


5) A

2. BÖLÜM

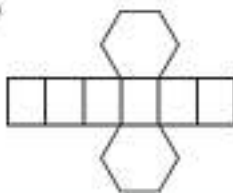
Dik Prizmalar S. 268

1) 5 yüzey (2 taban, 3 yan yüz)

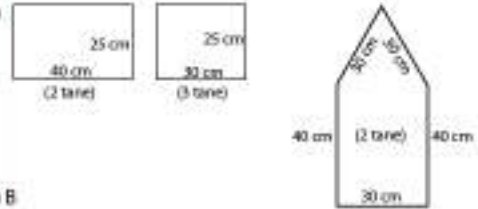


2) 5 cm

3)



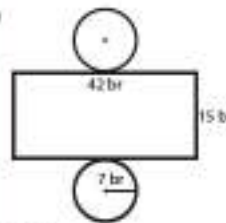
4)



5) B

Dik Dairesel Silindir S. 275 - 276

1)



2) 9 cm

3) 12 cm

4) 924 cm²

5) 3140 cm²

6) 1344 br²

7) $\frac{\text{I. silindir}}{\text{II. silindir}} = 3$

8) $\frac{\text{I. silindir}}{\text{II. silindir}} = \frac{3}{2}$

9) B

Dik Dairesel Silindirin Hacmi S. 281

1) 4082 cm³

2) 8505 cm³

3) 375 cm³

4) 10

5) C

Dik Piramit S. 284

1) Yedigen dik piramit

2) 1, 3, 4 ve 5

3) 9 köşesi, 16 ayrıtı vardır.

4) a = 4 br, b = 5 br ve c = 5 br

5) C

Dik Koni S. 289 - 290

1) $2\sqrt{54}$ cm

2) a) 5 cm b) 25 cm

3) 120°

4) 24 cm

5) Y, D, Y, D

6) C

ÜNİTE DEĞERLENDİRME

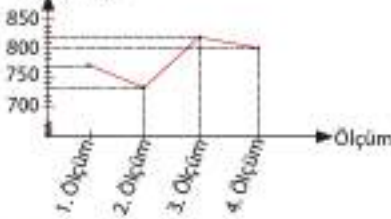
1. ÜNİTE

- 1) Y ($\frac{6}{5}$), D, D, Y (Asal çarpanı 2'dir.)
 2) a) Öğrencinin yorum yapması beklenir.
 b) $4,5 \cdot 10^{18}$ ve $3,61 \cdot 10^{21}$ c) 31 ç) 5^{40}
 3) D 4) D 5) C 6) A 7) D 8) D 9) B
 10) 2^{17} 11) 2160 12) 25 13) 24 14) 24 15) 135
 16) 2^{14} 17) 20 18) 14 litre 19) 32 cm 20) 49

2. ÜNİTE

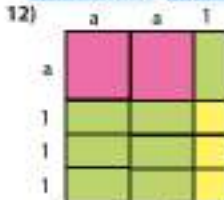
- 1) D, Y (İrrasyonel sayıdır), Y (Sütun grafiği), D
 2) a) 7 b) 5 ve 6 c) çizgi grafiği ç) 2
 3) B 4) C 5) C 6) A 7) D 8) A 9) C
 10) D 11) D 12) a) Türkçe b) 45 c) 3
 13) a \cdot b² \cdot c 14) $14 \square 2\sqrt{3}$ 15) 1,38 16) $5\sqrt{7} - 4\sqrt{3}$
 17) $10\sqrt{5}$ 18) $16\sqrt{2}$ 19) 104

- 20) Grafik: Hava Basıncı Ölçümü
 Basınç(mib)



3. ÜNİTE

- 1) D, Y (Katsayılar toplamı 4' tür.), D, Y (Daha azdır.)
 2) a) $\frac{3}{8}$ b) 1'den, 0'dan c) 3 ç) $(10 + 2k)$
 3) C 4) C 5) A 6) B 7) B 8) A 9) C 10) C
 11)



- 13) 0 14) $2a^2 - 41$ 15) 256
 16) a) $\frac{2}{9}$ b) 1 (Kesin) c) 0 (İmkansız) 17) 5
 18) a) $\frac{8}{23}$ b) $\frac{39}{46}$ c) $\frac{11}{23}$ 19) 21
 20) $x^2 - 4$, $6x^2 - 3xy$, $-4 + 4x + 10y - 10xy$, $-2x^2 + 13x - 20$

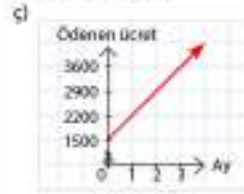
4. ÜNİTE

- 1) Y (x eksenine paralel), D, D, Y (Yön değiştirmez.)
 2) a) -2 b) y c) $x > 7$ ç) 5
 3) D 4) A 5) C 6) C 7) D 8) B 9) B
 10) D 11) A 12) C 13) 16,80 TL
 14) a) x eksenini (20, 0) noktasında keser. y eksenine paraleldir. Orijinden geçmez.
 b) x eksenini ($-\frac{10}{3}$, 0) y eksenini (0, -5) noktasında keser. Orijinden geçmez.
 c) y eksenini (0, 2) noktasında keser, x eksenine paraleldir Orijinden geçmez.
 ç) x eksenini (0, 0) noktasında keser, y eksenini ile çakışır. Orijinden geçer.
 15) a) Bağımlı değişken ücret, bağımsız değişken zamandır.

b)

| x (Geçen süre / ay) | y (Ödediği toplam ücret / TL) |
|---------------------|-------------------------------|
| 0 | 1500 |
| 1 | $1500 + 700 \cdot 1$ |
| - | - |
| n | $1500 + 700 \cdot n$ |

c) $y = 1500 + 700x$



- d) Eksenlere paralel değil, orijinden geçmez ve doğrusaldır.

- 16) a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{1}{2}$ c) $\frac{2}{3}$
 17) -42 18) a) 2 b) 25 c) 7
 19) a)

20) $B < C < A$

5. ÜNİTE

- 1) Y (Üçgen oluşturmaz), D, D, Y (Eş çokgenler benzerdir ancak benzer çokgenler eş olmayabilir.)
 2) a) $2\sqrt{3}$ b) $\frac{1}{3}$ c) 1 ç) $\frac{2}{3}$ 3) C 4) B
 5) A 6) B 7) D 8) D 9) C 10) C 11) A
 12) 17 cm 13) 5, 6, 7, 8, 9, 10 ve 11 14) $20 + 8\sqrt{2}$
 15) a) Pergel ve cetvel b) Cetvel ve açölçer c) Cetvel ve açölçer
 16) 180 17) $12 + 6\sqrt{2}$ 18) 13 19) 6 20) 17 dm

6. ÜNİTE

- 1) D, Y(12), D, Y (Eşittir)
 2) a) (-4, -5) b) çevresine c) 15 ç) 27 3) C
 4) B 5) D 6) C 7) C 8) C 9) B
 10) B 11) B 12) 0
 13)
- 14) C, C, D 15) 11 cm 16) 48 cm 17) 11 br
 18) 4 cm 19) Altıgen piramit 20) $\sqrt{33}$ cm

EĞLENELİM-ÖĞRENELİM

1. ÜNİTE

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 5 | | 3 | |
| 2 | 2 | | 1 | 0 | |
| 3 | | 2 | 2 | | 6 |
| 4 | 1 | 5 | | 3 | |
| 5 | 1 | | 2 | | 2 |

2. ÜNİTE

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 3 | 5 | | 1 | 7 |
| 2 | 9 | | 2 | 0 | |
| 3 | | 7 | 5 | | 3 |
| 4 | 1 | 2 | | 1 | 5 |
| 5 | 8 | | 5 | | |

3. ÜNİTE

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | | 3 | 6 | |
| 2 | 1 | 5 | | | 8 |
| 3 | | 2 | | 3 | |
| 4 | 1 | | 5 | | |
| 5 | 4 | 2 | | 6 | 2 |

4. ÜNİTE

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 2 | | 3 | 8 |
| 2 | | 3 | 2 | | 0 |
| 3 | 5 | | 1 | 7 | |
| 4 | 2 | 4 | | | 9 |
| 5 | | 7 | | 4 | |

5. ÜNİTE

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 2 | | 1 | 5 |
| 2 | 7 | | 5 | | |
| 3 | | 9 | | | 2 |
| 4 | 1 | | | 2 | 5 |
| 5 | 8 | | 1 | 0 | |

6. ÜNİTE

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 3 | | 1 | 2 |
| 2 | | 6 | 6 | | 8 |
| 3 | 3 | 0 | 0 | | |
| 4 | 5 | | | 1 | 2 |
| 5 | | 4 | 8 | | 4 |

SEMBOLLER VE KISALTMALAR

SEMBOLLER

| | |
|--------------------|------------------------------|
| $<$ | Küçüktür |
| \leq | Küçük veya eşittir |
| $>$ | Büyüktür |
| \geq | Büyük veya eşittir |
| (x, y) | x, y sıralı ikilisi |
| r | Yarıçap |
| π | Pi sayısı |
| AB | AB doğrusu |
| [AB | AB ışını |
| [AB) | AB doğru parçası |
| AB | AB doğru parçasının uzunluğu |
| = | Eşittir |
| \neq | Eşit değildir |
| \sim | Benzerdir |
| \equiv | Eştir |
| | Mutlak değer |
| \widehat{ABC} | ABC üçgeni |
| $\sqrt{\quad}$ | Karekök |
| \widehat{ABC} | ABC açısı |
| $m(\widehat{ABC})$ | ABC açısının ölçüsü |
| R | Gerçek sayılar |
| Q | Rasyonel sayılar |

KISALTMALAR

| | |
|-----------------|------------------|
| br | Birim |
| br ² | Birimkare |
| °C | Santigrat derece |
| cm | Santimetre |
| cm ² | Santimetrekare |
| dam | Dekametre |
| dk. | Dakika |
| dm | Desimetre |
| dm ² | Desimetrekare |
| g | Gram |
| hm | Hektometre |
| kg | Kilogram |
| km | Kilometre |
| L | Litre |
| m | Metre |
| m ² | Metrekare |
| mm | Milimetre |
| nm | Nanometre |
| sn. | Saniye |
| TL | Türk lirası |

A**açınım**

: Bir cismin yüzeylerinin açılıp bir düzlem üzerine yayılması.

açıortay

: Bir açıyı birbirine eş olan iki açıya ayıran ışın.

aynt

: İki düzlemin birbirine rastladığı ve kesiştiği yer.

B**basamak**

: Ondalık sayı sisteminde bir sayının sağdan sola doğru rakamlarının derecelerine göre her birinin bulunduğu yer.

birim

: Bir niceliği ölçmek için kendi cinsinden örnek seçilen değişmez parça.

C - Ç**cebir**

: Sayılar yerine imler konularak sayısal işlemlerin genelleştirilmesi.

cebirsal ifade

: Cebirsel simgeleri ve işlemleri içeren ifadeler.

çap

: Üç noktaları dairenin çevresi üzerinde bulunan ve çemberin merkezinden geçen doğru parçası.

çarpan

: Bir niceliği kalansız bölen nicelik.

D**dar açı**: Ölçüsü 90° den küçük olan açı.**dar açılı üçgen**

: Tüm açıları dar açı olan üçgen.

değişken

: Değişik değerler alabilen (nicelik).

denklem

: Bilinmeyen içeren eşitlik.

dik üçgen

: İç açılarından biri dik olan üçgen.

dikme

: Bir doğru için, belirli bir noktadan geçerek doğruya inilen ya da çıkılan dik doğru.

doğru parçası

: Verilen bir doğru üzerinde bulunan ve söz konusu doğru üzerindeki iki nokta arasında kalan parça.

E**eşitsizlik**

: Bir çokluğun bir değerinden küçük, küçük veya eşit, büyük, büyük veya eşit olduğunu bildiren önerme.

G**geniş açılı üçgen**

: Bir açısı doksan dereceden büyük olan üçgen.

gök taşı

: Gezegenlerin arasında hareket eden, tümüyle gaz durumuna geçmeden yeryüzüne ulaşan katı cisim.

H**hacim**

: Bir cismin uzayda doldurduğu boşluk.

I - İ**ışın**

: Bir doğru üzerindeki bir P noktası ile söz konusu doğru üzerinde P'nin bir yanında kalan tüm noktalar.

iç açı

: Bir çokgenin bitişik iki kıyası arasında kalan ve çokgenin içinde bulunan açı.

N**nicelik**

: Bir şeyin sayılabilen, ölçülebilen veya azalıp çoğalabilen durumu.

Ö**örüntü**

: Olay veya nesnelerin düzenli bir biçimde birbirini takip ederek gelişmesi.

V - Y**veri**

: Çözümüne ulaşmak için işlenebilir duruma getirilmiş bilgi.

yançap

: Çemberin herhangi bir noktasıyla merkezini birleştiren doğru parçası.

- Altun, M. (2012). *İlköğretim 2. Kademe (6, 7, 8 sınıflarda) Matematik Öğretimi*. Bursa: Alfa Aktüel.
- Baki, A. (2006). *Kuramdan Uygulamaya Matematik Eğitimi*. İstanbul: Derya Kitabevi.
- Baykul, Y. (2009) *İlköğretimde Matematik Öğretimi (6- 8. Sınıflar)*. Ankara: Pegem Akademi.
- Borowski, E. J. ve Borwein, J. M. (2005). *Collins Internet- Linked Dictionary of Mathematics*. Glasgow: Collins.
- Doğan, M. (2013). Bir Dinamik Matematik Yazılımı: Geocebir. Mustafa Doğan ve Erol Karakınk (Ed.), *Matematik Eğitiminde Teknoloji Kullanımı İçinde* (s. 125-196). Ankara: Nobel
- Hacısalihoğlu, H. H., İbikli, E., Hacıyev, A., Sabuncuoğlu, A., Brown, S. ve Brown, L.M. (2009). *Matematik Terimleri Sözlüğü*. İstanbul: Türk Dil Kurumu Yayınları.
- Milli Eğitim Bakanlığı. (2018). *Matematik Dersi Öğretim Programı (İlkokul ve Ortaokul 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8. Sınıflar)*. Ankara: Milli Eğitim Bakanlığı.
- Savaş, E. (2005). *Matematik Öğretimi ve Etkinlikleri*. Ankara: Saray.
- Türk Dil Kurumu. (2011). *Büyük Türkçe Sözlük*. Ankara: Türk Dil Kurumu Yayınları.
- Türk Dil Kurumu. (2012). *Yazım Kılavuzu*. Ankara: Türk Dil Kurumu Yayınları.
- Van Del Walle, J. A., Karp, K. S. ve Bay-Williams, J. M. (2013). *İlkokul ve Ortaokul Matematiği Gelişimsel Yaklaşımla Öğretim*. (S. Durmuş, Çev.)Ankara: Nobel.

GENEL AĞ KAYNAKÇASI

- <https://www.census.gov/popclock/> erişim tarihi: 21.08.2018
- <http://bilimgenc.tubitak.gov.tr/makale/proton-bildigimizden-hafifmis> erişim tarihi: 21.08.2018
- <http://users.metu.edu.tr/e154682/altinoran.htm> erişim tar: 18.08.2018
- www.cankaya.edu.tr/duyuru/video/vecihi_hurkus.php erişim tarihi: 22.08.2018
- <https://www.esk.gov.tr/tr/10934/Saglik-İcin-gunde-ne-kadar-sut-icmek-gerekıyor> erişim tarihi: 21.10.2018
- <http://dergipark.gov.tr/download/article-file/496151> erişim tarihi: 1.11.2018
- <https://www.ogm.gov.tr/ekutuphane/Yayinlar/Orman%20Atlasi.pdf> erişim tarihi: 21.09.2018
- <http://img.eba.gov.tr/624/30f/769/cf3/128/e74/be3/911/5f1/765/7b9/a30/cec/574/001/62430f769cf3128e74be39115f17657b9a30cec574001.pdf?name=ATAT%C3%9CRK'%C3%9CN%20YAZ-DI%C4%9Eİ%20GEOMETR%C4%B0%20K%C4%B0TABİ.pdf> erişim tarihi: 25.08.2018
- <http://www.baskent.edu.tr/~tkaracay/etudio/ders/math/topology/odev/geometri.html> erişim tarihi: 01.09.2018
- <https://muratpasa-bld.gov.tr/PnlErisim/UploadedItems/mpasaengellilereyonelikyonnetmelik.pdf> erişim tarihi: 21.08.2018
- <https://www.kulturportali.gov.tr/turkiye/bitlis/kulturenvanteri/ulu-kumbet---usta-sakrt> erişim tarihi: 28.08.2018
- <http://www.ahlat.bel.tr/kumbetler> erişim tarihi: 16.09.2018
- www.kulturportali.gov.tr/turkiye/mercin/gezilecekyerler/kizkalesi-deniz-kalesi erişim tarihi: 15.11.2018
- <http://basin.kulturturizm.gov.tr/TR-103301/truva-antik-kenti-canakkale.html> erişim tarihi: 17.10.2018
- http://hbogm.meb.gov.tr/modulerprogramlar/programlar/insaat/tas_restorator-moduller-/MODUL%20_TASIN%20MIMARIDE%20KULLANIMI.pdf erişim tarihi: 18.09.2018
- <http://www.vankulturturizm.gov.tr/TR-88260/van-kedisi.html> erişim tarihi: 01.11.2018
- <https://www-cdf.fnal.gov/~qgliu/Misc/sudoku.html> erişim tarihi: 09.10.2018
- <http://www.tdk.gov.tr/> erişim tarihi: 01.10.2018
- http://rasathane.ankara.edu.tr/files/2014/11/2014_09_06_Gunes_Sistemi.pdf erişim tarihi: 13.11.2018
- <http://odsgm.meb.gov.tr>

A. Aşağıda sayfa numaraları, shutterstock kimlikleri ve erişim tarihleri belirtilen görseller (<https://www.shutterstock.com>; ET: 19.09.2017 00.00-28.10.2018 23:59) internet adresine ait web sayfasından telifi ödenerek alınmıştır.

Kapak: Shutterstock id: 74368768 ET. 14.08.2018 saat: 05:38
Sayfa: 12, 13, 56, 57, 100, 101, 144, 145, 190, 191, 244, 245 Shutterstock id: 1011951367 ET. 14.08.2018 saat: 04:38
Sayfa: 15, 16, 17, 20, 21, 22, 23, 24, 26, 27, 28, 29, 30, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 44, 45, 46, 50, 51, 59, 60, 63, 64, 65, 66, 67, 69, 70, 71, 72, 74, 75, 76, 78, 79, 82, 83, 87, 88, 89, 90, 91, 93, 94, 103, 104, 107, 108, 109, 111, 112, 113, 117, 118, 119, 123, 124, 127, 128, 129, 130, 131, 132, 135, 136, 137, 147, 148, 151, 152, 153, 156, 157, 158, 161, 162, 163, 164, 165, 169, 170, 171, 172, 174, 177, 178, 179, 180, 183, 184, 185, 195, 197, 199, 200, 201, 204, 205, 206, 209, 210, 213, 214, 215, 216, 218, 219, 220, 221, 222, 223, 229, 230, 231, 233, 234, 235, 236, 237, 247, 248, 249, 250, 253, 254, 255, 256, 259, 260, 262, 263, 266, 267, 268, 270, 271, 272, 273, 274, 275, 278, 279, 281, 283, 284, 286, 287, 288, 289, 292, 294 Shutterstock id: 210703486 ET. 20.01.2018 saat: 10:38
Sayfa: 15 Shutterstock id: 65381653 ET. 19.11.2018 saat: 14:05
Sayfa: 19 Shutterstock id: 495568600 ET. 27.11.2018 saat: 14:07
Sayfa: 19 Shutterstock id: 1207117216 ET. 27.11.2018 saat: 14:09
Sayfa: 19 Shutterstock id: 406995139 ET. 27.11.2018 saat: 14:10
Sayfa: 25 Shutterstock id: 102950828 ET. 30.10.2018 saat: 12:05
Sayfa: 25 Shutterstock id: 531058951 ET. 19.11.2018 saat: 10:38
Sayfa: 43 Shutterstock id: 277146953 ET. 10.08.2018 saat: 10:02
Sayfa: 48 Shutterstock id: 1007219575 ET. 07.08.2018 saat: 14:00
Sayfa: 48 Shutterstock id: 204516073 ET. 07.08.2018 saat: 15:36
Sayfa: 48 Shutterstock id: 569932387 ET. 07.08.2018 saat: 15:34
Sayfa: 48 Shutterstock id: 260957318 ET. 07.08.2018 saat: 15:30
Sayfa: 48 Shutterstock id: 115820005 ET. 07.08.2018 saat: 15:35
Sayfa: 48 Shutterstock id: 365427563 ET. 07.08.2018 saat: 15:33
Sayfa: 49 Shutterstock id: 670766320 ET. 19.11.2018 saat: 17:50
Sayfa: 62 Shutterstock id: 291901799 ET. 20.10.2018 saat: 14:37
Sayfa: 73 Shutterstock id: 533564938 ET. 05.09.2018 saat: 11:05
Sayfa: 73 Shutterstock id: 307959899 ET. 17.08.2018 saat: 12:18
Sayfa: 76 Shutterstock id: 127238576 ET. 22.10.2018 saat: 15:15
Sayfa: 77 Shutterstock id: 511859305 ET. 19.11.2018 saat: 10:10
Sayfa: 77 Shutterstock id: 323764076 ET. 19.11.2018 saat: 10:15
Sayfa: 77 Shutterstock id: 671361919 ET. 19.11.2018 saat: 10:20
Sayfa: 81 Shutterstock id: 517975744 ET. 06.08.2018 saat: 13:44
Sayfa: 83 Shutterstock id: 112662074 ET. 22.11.2018 saat: 11:44
Sayfa: 102 Shutterstock id: 631954643 ET. 23.10.2018 saat: 16:03
Sayfa: 102 Shutterstock id: 752963947 ET. 23.10.2018 saat: 16:04
Sayfa: 102 Shutterstock id: 417792451 ET. 28.11.2018 saat: 12:04

Sayfa: 103 Shutterstock id: 291028265 ET. 23.10.2018 saat: 16:31
Sayfa: 104 Shutterstock id: 493191826 ET. 24.10.2018 saat: 13:49
Sayfa: 104 Shutterstock id: 753461266 ET. 24.10.2018 saat: 14:16
Sayfa: 106 Shutterstock id: 780930319 ET. 24.10.2018 saat: 13:50
Sayfa: 107 Shutterstock id: 551143030 ET. 24.10.2018 saat: 14:13
Sayfa: 108 Shutterstock id: 38969800 ET. 02.08.2018 saat: 10:11
Sayfa: 109 Shutterstock id: 763563685 ET. 24.10.2018 saat: 14:19
Sayfa: 110 Shutterstock id: 499541971 ET. 24.10.2018 saat: 14:44
Sayfa: 112 Shutterstock id: 50375269 ET. 24.10.2018 saat: 15:19
Sayfa: 113 Shutterstock id: 1174113892 ET. 24.10.2018 saat: 15:45
Sayfa: 113 Shutterstock id: 174113892 ET. 22.10.2018 saat: 15:15
Sayfa: 116 Shutterstock id: 251393851 ET. 19.11.2018 saat: 14:08
Sayfa: 116 Shutterstock id: 261399884 ET. 19.11.2018 saat: 16:03
Sayfa: 116 Shutterstock id: 1041838780 ET. 19.11.2018 saat: 09:05
Sayfa: 117 Shutterstock id: 190677314 ET. 19.11.2018 saat: 10:16
Sayfa: 121 Shutterstock id: 700090087 ET. 08.08.2018 saat: 13:44
Sayfa: 122 Shutterstock id: 1144722272 ET. 25.10.2018 saat: 10:54
Sayfa: 123 Shutterstock id: 795500299 ET. 25.10.2018 saat: 10:53
Sayfa: 133 Shutterstock id: 567726652 ET. 06.08.2018 saat: 14:02
Sayfa: 133 Shutterstock id: 149679323 ET. 10.08.2018 saat: 23:45
Sayfa: 146 Shutterstock id: 1042039570 ET. 09.08.2018 saat: 11:46
Sayfa: 146 Shutterstock id: 594089198 ET. 09.08.2018 saat: 11:48
Sayfa: 150 Shutterstock id: 522211522 ET. 09.08.2018 saat: 12:05
Sayfa: 150 Shutterstock id: 1049433710 ET. 07.08.2018 saat: 08:45
Sayfa: 150 Shutterstock id: 146344511 ET. 25.10.2018 saat: 15:28
Sayfa: 150 Shutterstock id: 495508588 ET. 25.10.2018 saat: 15:25
Sayfa: 151 Shutterstock id: 631196936 ET. 25.10.2018 saat: 13:19
Sayfa: 159 Shutterstock id: 1126676777 ET. 08.08.2018 saat: 18:00
Sayfa: 168 Shutterstock id: 772491064 ET. 10.08.2018 saat: 19:00
Sayfa: 168 Shutterstock id: 1060517588 ET. 09.08.2018 saat: 17:01
Sayfa: 168 Shutterstock id: 735195238 ET. 19.05.2018 saat: 19:41
Sayfa: 169 Shutterstock id: 598558967 ET. 25.10.2018 saat: 13:25
Sayfa: 169 Shutterstock id: 10280398 ET. 25.10.2018 saat: 13:28
Sayfa: 169 Shutterstock id: 11521690 ET. 25.10.2018 saat: 13:29
Sayfa: 175 Shutterstock id: 706087393 ET. 25.10.2018 saat: 13:40
Sayfa: 176 Shutterstock id: 556589698 ET. 10.08.2018 saat: 09:30
Sayfa: 176 Shutterstock id: 787535758 ET. 10.08.2018 saat: 09:55
Sayfa: 176, 177, 180 Shutterstock id: 475989187 ET. 10.08.2018 saat: 10:00
Sayfa: 176, 177, 180 Shutterstock id: 734951791 ET. 10.08.2018 saat: 08:03
Sayfa: 188 Shutterstock id: 1198825759 ET. 22.10.2018 saat: 15:15
Sayfa: 192 Shutterstock id: 596913842 ET. 17.08.2018 saat: 09:20
Sayfa: 193, 194, 209 Shutterstock id: 304458056 ET. 25.10.2018 saat: 14:16
Sayfa: 201 Shutterstock id: 120239941 ET. 22.11.2018 saat: 09:02
Sayfa: 203 Shutterstock id: 61842352 ET. 19.11.2018 saat: 17:20
Sayfa: 204 Shutterstock id: 324638759 ET. 25.10.2018 saat: 14:13
Sayfa: 205 Shutterstock id: 630255791 ET. 17.08.2018 saat: 12:37
Sayfa: 205 Shutterstock id: 377868802 ET. 17.08.2018 saat: 12:40

Sayfa:205 Shutterstock id: 342193166 ET. 17.08.2018 saat: 12:50
Sayfa:205 Shutterstock id: 293808524 ET.25.10.2018 saat: 14:14
Sayfa:205 Shutterstock id:157296986 ET.13.08.2018 saat: 14:20
Sayfa:205 Shutterstock id: 338773235 ET.13.08.2018 saat: 15:14
Sayfa:206 Shutterstock id: 568739584 ET. 17.08.2018 saat: 17:10
Sayfa:206 Shutterstock id: 794151370 ET. 17.08.2018 saat: 15:08
Sayfa:208 Shutterstock id: 1054654136 ET. 17.08.2018 saat: 17:53
Sayfa:208 Shutterstock id: 366781829 ET. 17.08.2018 saat: 14:02
Sayfa:212 Shutterstock id: 690123172 ET. 26.10.2018 saat: 12:52
Sayfa:214,215 Shutterstock id: 30415805 6ET. 25.10.2018 saat:14:16
Sayfa:217 Shutterstock id: 175124336 ET. 17.08.2018 saat: 23:15
Sayfa:219 Shutterstock id: 1093515884 ET.26.10.2018 saat:15:45
Sayfa:223 Shutterstock id: 753328798 ET.21.11.2018 saat:13:37
Sayfa:223 Shutterstock id: 1024138336 ET.21.11.2018 saat:13:50
Sayfa:246 Shutterstock id: 1120735895 ET.13.08.2018 saat:16:50
Sayfa:252 Shutterstock id: 1107361910 ET.20.10.2018 saat:15:03
Sayfa:252 Shutterstock id: 1171111744 ET.22.10.2018 saat:15:15
Sayfa:258 Shutterstock id: 234062032 ET.22.10.2018 saat:15:15
Sayfa:261 Shutterstock id: 98430158 ET.22.10.2018 saat:15:15
Sayfa:265 Shutterstock id: 346626293 ET.20.10.2018 saat:15:12
Sayfa:265 Shutterstock id: 797768962 ET.20.10.2018 saat:15:13
Sayfa:265 Shutterstock id: 479439217 ET.22.10.2018 saat:15:15
Sayfa:265 Shutterstock id: 776626654 ET.22.10.2018 saat:15:15
Sayfa:266 Shutterstock id: 535139746 ET.10.08.2018 saat:20:00
Sayfa:266 Shutterstock id: 692484988 ET.13.08.2018 saat:20:15
Sayfa:266 Shutterstock id: 535139746 ET.22.10.2018 saat:15:15
Sayfa:268 Shutterstock id: 402674380 ET.22.10.2018 saat:15:15
Sayfa:270 Shutterstock id: 154323533ET. 09.08.2018 saat:15:40
Sayfa:270 Shutterstock id: 109491734 ET.09.08.2018 saat:16:26
Sayfa:271 Shutterstock id: 133549643 ET.10.08.2018 saat:08:40
Sayfa:272 Shutterstock id: 671551756 ET.13.08.2018 saat:09:55
Sayfa:272 Shutterstock id: 77097379 ET.10.08.2018 saat:07:05
Sayfa:272 Shutterstock id: 378569038 ET.10.08.2018 saat:14:16
Sayfa:273 Shutterstock id: 740187121 ET.10.08.2018 saat:13:08
Sayfa:277 Shutterstock id: 152167943 ET.10.08.2018 saat:19:11
Sayfa:279 Shutterstock id: 401628523 ET.22.10.2018 saat:09:31
Sayfa:279 Shutterstock id: 158036423 ET.22.10.2018 saat:09:31
Sayfa:279 Shutterstock id: 409228939 ET.13.08.2018 saat:09:30
Sayfa:282 Shutterstock id: 768328087 ET.22.10.2018 saat:10:10
Sayfa:286 Shutterstock id: 554954077 ET.10.08.2018 saat:00:23
Sayfa:287 Shutterstock id: 351006698 ET.22.10.2018 saat:10:15
Sayfa:287 Shutterstock id: 134110055 ET.13.08.2018 saat:22:23

B. Aşağıdaki sayfa numaraları belirtilen görseller belirtilen internet sayfalarından alınmıştır.

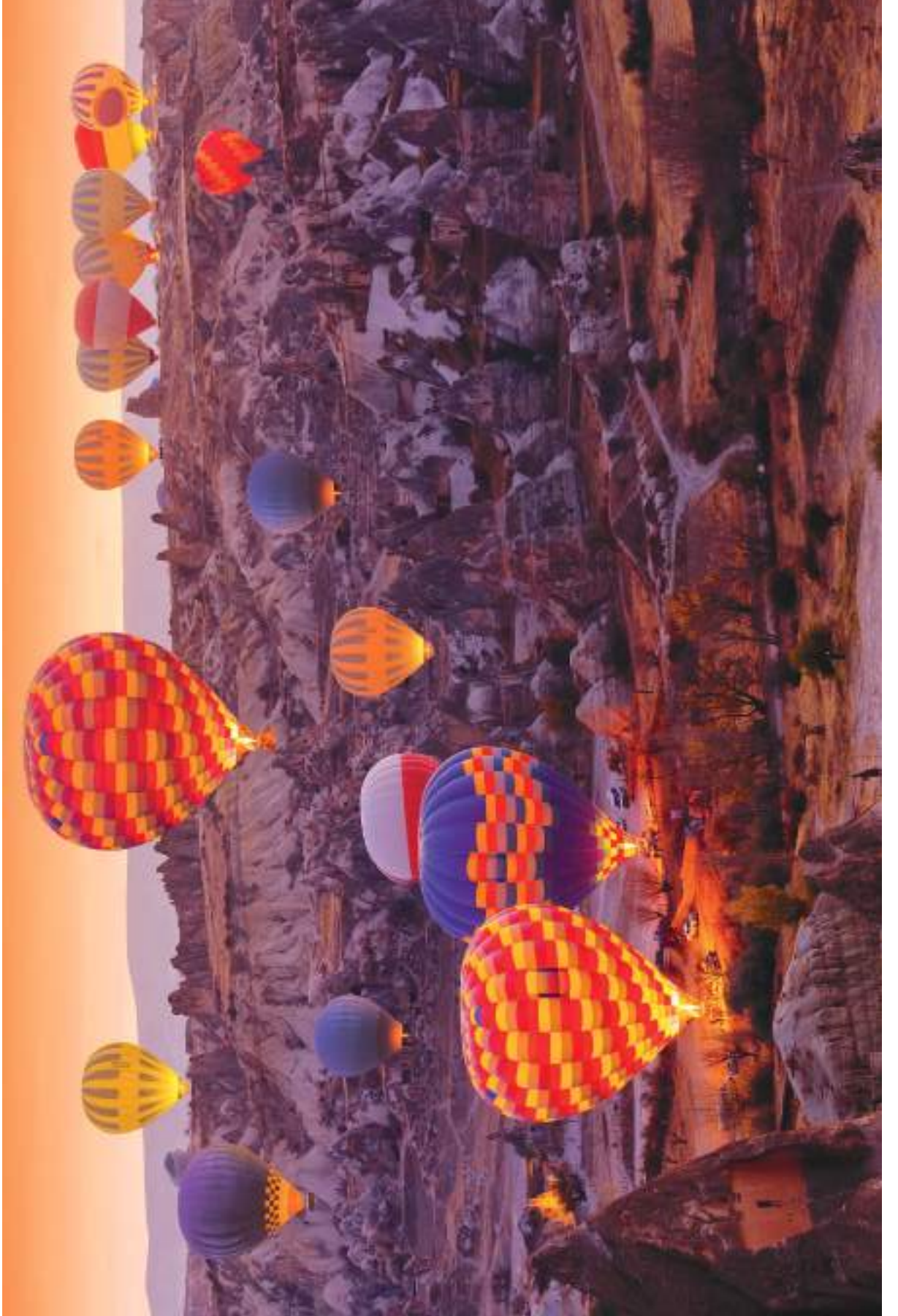
Sayfa : 25, 32, 62, 77, 192, 232, 239, 260, 273, 277, 282, 285
<http://www.isghaftasi.gov.tr/> 06.04.2018 saat: 12 :00

Sayfa 25 <http://basin.kulturturizm.gov.tr/TR-45525/Truva-an-tik-kenti.htm> 06.04.2018 saat: 12 :00
Sayfa: 63 <http://www.saglikyatirimlari.gov.tr/TR,33134/ispar-ta-sehir-hastanesi.html> 06.04.2018 saat: 12 :05
Sayfa: 68 sayfa: <http://www.atam.gov.tr> 05.10.2018 saat: 21:01
Sayfa: 155 <http://www.vankulturturizm.gov.tr/TR,52160/fotograf-galerisi.html> 16.08.2018 saat:11:14
Sayfa: 192 <http://www.atam.gov.tr> 05.12.2018 saat: 21:01
Sayfa: 218 http://hbogm.meb.gov.tr/modulerprogramlar/modulerprogramlar/insaat/tas_restorator-moduller-/MODUL%20_TASIN%20MIMARIDE%20KULLANIMI.pdf 20.10.2018 saat:11:14
Sayfa: 269 <http://www.kulturvarliklari.gov.tr/TR,127120/kizkalesi-denizkalesi-onarimi-ve-cevre-duzenleme-sonras-.html> 26.11.2018 saat:17:00
Sayfa: 282 <https://www.antalya.gov.tr/anif2018-is-%20arayanlara-kapilarini-aciyor> 15.08.2018 saat:19:45
Sayfa:285 <https://www.kulturportali.gov.tr/medya/fotograf/fotodokuman/7325>: 02.05.2018 saat: 02:45
Sayfa: 27, 28, 32 <https://www.freepik.com/free-vector/collecti-on> 02.05.2018 saat: 02:55

C. Aşağıdaki sayfa numaraları belirtilen görseller tasarım uzmanlarımız tarafından tasarlanmıştır.

Sayfa: 14, 31, 65, 105, 170, 210, 225, 252, 253, 269, 275

25. Sayfada Bulunan Etkinlik Materyalidir.



134. Sayfada Bulunan Etkinlik Materyalidir.

| | | | |
|--|--|---|--|
| $4x^2-1$ $x \cdot x \cdot x$ $(7-x) \cdot (1+x)$ $16x^2-25$ | $4x(x^2-7)$ $01 \cdot 91$ $(3+x)7$ $2x^2+3x-1$ | $(x-2) \cdot (x-2)$ 11 $x \cdot (7-x)$ $x^2 \cdot x^5$ | x^2-9x $-35x$ $3x \cdot x^6$ $2x-4$ |
| 525 x^{12} $(4-x) \cdot (-x)$ $x^2+10x+25$ | $74x1$ $17 \cdot 4x$ $7x^2+5x$ x^2+x | 96 $x \cdot (x+1)$ $9 \cdot 5$ $7x+21$ | x^4-x^2 $13 \cdot 17$ x^2 180 |
| 130 $4 \cdot 4x^2$ $17x$ | $3x^3$ $7x^2-5x$ $(2x-1) \cdot (2x+1)$ $x(1-x)$ | $5 \cdot 7$ $x \cdot (x-1)$ $x(1-x)$ $(x-1) \cdot (x-1)$ | $4x^3$ $(5+x) \cdot (5+x)$ $7-x-9-x^2$ $4x^3$ |

192. Sayfada Bulunan Etkinlik Materyalidir.

